ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ПОГРУЖЕНИЯ / ВСПЛЫТИЯ МОРСКИХ НЫРЯЮЩИХ БУЕВ С ПОМОЩЬЮ ПРИБЛИЖЕННОЙ МОДЕЛИ

А.В. Дологлонян, А.К. Сухов

Институт природно-технических систем, РФ, г. Севастополь, ул. Ленина, 28
E-mail: dologlonyan@gmail.com

Точность измерений параметров морской воды существенно зависит от скорости всплытия морских ныряющих буюв. В данной статье разработаны упрощенные уравнения движения ныряющего буя для первой и второй фаз всплытия, пренебрегающие изменением плотности вдоль координаты. Используя полученные решения, произведены оценки времени погружения / всплытия для обычного и энергосберегающего режимов. Произведено сравнение параметров процесса всплытия, полученных с помощью приближенной модели с параметрами, полученными с использованием точной модели. Результаты данной работы будут полезны при конструировании ныряющих буюв.

Ключевые слова: ныряющий буй, уравнение движения, подводный аппарат, время всплытия.

Поступила в редакцию: 12.09.2018.

Введение. Скорость погружения/всплытия ныряющего буя имеет большое значение для качества результатов профильных измерений [1–4]. Скорость ныряющего буя определяется его геометрическими (объем, соотношение общей длины и диаметра) и физическими (масса, коэффициент сопротивления) параметрами [5].

Процесс погружения / всплытия делится на две фазы [6]:

1) фаза движения в процессе опорожнения / наполнения внешнего ресивера;

2) фаза дрейфа в вертикальной плоскости.

Именно первая фаза и начало второй, как показано в работе [6], определяет максимальную возможную скорость, которая, в свою очередь, – среднюю скорость движения дрейфера и, соответственно время погружения / всплытия.

Целью данной работы является поиск приближенного решения построенной в [6] математической модели и его последующий анализ с целью оценки времени погружения / всплытия ныряющих буюв для обычного и энергосберегающих ре-

жимов.

Приближенная математическая модель первой и второй фазы процесса всплытия. В работе [6] была разработана математическая модель динамики подводного аппарата, которая позволяет определять скорость и глубину погружения/всплытия, а также применять для расчетов уравнения только для одного из процессов, при условии равенства коэффициентов в уравнениях обоих процессов и использовать их результаты для другого. Также было установлено, что расстояние, пройденное подводным аппаратом (ПА) в первой фазе невелико – порядка 10–200 м в зависимости от производительности насоса системы изменения плавучести. Поэтому плотность при столь малых расстояниях меняется незначительно, следовательно, зависимостью плотности от координаты можно пренебречь и математическая модель может быть упрощена.

Тогда, с учетом вышесказанного, для случая разгона ПА с постепенным заполнением наружного ресивера можно записать следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{du(\tau)}{d\tau} + \frac{C_f \rho_f S_a}{2m} u(\tau)^2 - \frac{\rho_f g v_f}{k_c m} \tau = 0; \quad (1)$$

$$u(\tau_s) = u_s, \quad (2)$$

где u – текущая скорость ПА, м/с; τ – текущее время, с; m – масса ПА, кг; C_f – коэффициент гидравлического сопротивления ПА; ρ_f – плотность жидкости, кг/м³; S_a – характерная площадь поперечного сечения, м²; v_f – скорость заполнения объема камеры всплытия, м³/с; k_c –

коэффициент усиления гидроцилиндра (для систем не имеющих усилителей $k_c = 1$); τ_s – начальное время, с; u_s – начальная скорость в момент времени τ_s , м/с; g – ускорение свободного падения, м/с².

Решение системы (1) и (2) имеет вид

$$u(\tau) = \frac{\sqrt[3]{kq}}{k} \frac{p Ai'(\sqrt[3]{kq}\tau) + Bi'(\sqrt[3]{kq}\tau)}{p Ai(\sqrt[3]{kq}\tau) + Bi(\sqrt[3]{kq}\tau)}, \quad (3)$$

где $Ai(x)$ – специальная функция Эйри первого рода [7]; $Bi(x)$ – специальная функция Эйри второго рода; $Ai'(x)$ – первая производная специальной функции Эйри первого рода; $Bi'(x)$ – первая производная специальной функции Эйри второго рода; $p = \sqrt{3} \frac{\sqrt[3]{kq} Ai'(0) + u_s k Ai(0)}{\sqrt[3]{kq} Ai'(0) - u_s k Ai(0)}$;

$$k = \frac{C_f \rho_f S_a}{2m}; \quad q = \frac{\rho_f g v_f}{k_c m}.$$

Расстояние $z(\tau) = \int_0^\tau u(\tau) d\tau$, прой-

денное ПА можно, используя (3), определить по формуле.

$$z(\tau) = \frac{1}{k} \ln \left[3^{\frac{2}{3}} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \frac{p Ai(\sqrt[3]{kq}\tau) + Bi(\sqrt[3]{kq}\tau)}{p + \sqrt{3}} \right]. \quad (4)$$

Специальные функции Эйри первого и второго рода, а также их первые производные широко применяются в пакетах компьютерной алгебры, например, Wolfram Mathematica и т.п., наравне с другими специальными функциями математической физики, поэтому проведение расчетов по формулам (3) и (4) за-

труднений не вызывает.

На практике чаще всего наполнение внешнего ресивера начинается при нулевой или близкой к ней скорости [6], т.е. $u \approx 0$, а следовательно и параметр $p \approx \sqrt{3}$. Тогда формулы (3) и (4) упростятся и будут выглядеть следующим образом

$$u(\tau) = \frac{\sqrt[3]{kq}}{k} \frac{\sqrt{3} Ai'(\sqrt[3]{kq}\tau) + Bi'(\sqrt[3]{kq}\tau)}{\sqrt{3} Ai(\sqrt[3]{kq}\tau) + Bi(\sqrt[3]{kq}\tau)}; \quad (5)$$

$$z(\tau) = \frac{1}{k} \ln \left[3^{\frac{2}{3}} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \frac{\sqrt{3} Ai(\sqrt[3]{kq}\tau) + Bi(\sqrt[3]{kq}\tau)}{2\sqrt{3}} \right]. \quad (6)$$

Поскольку во второй фазе погружения / всплытия ныряющего буя насосная система не работает, т.е. $v_f = 0$, то уравнение (1) может быть упрощено

$$\frac{du(\tau)}{d\tau} + \frac{C_f \rho_f S_a}{2m} u(\tau)^2 = 0; \quad (7)$$

$$u(\tau_0) = u_0, \quad (8)$$

Решение системы уравнений (7) и (8) имеет вид

$$u(\tau) = u_{\max} \frac{1 - \frac{u_{\max} - u_0}{u_{\max} + u_0} \exp[-2u_{\max} k(\tau - \tau_0)]}{1 + \frac{u_{\max} - u_0}{u_{\max} + u_0} \exp[-2u_{\max} k(\tau - \tau_0)]}, \quad (9)$$

где $u_{\max} = \sqrt{2g \frac{\Delta V_f}{C_f S_a}}$ – максимальная скорость ПА, м/с; ΔV_f – изменение объема внешнего ресивера ПА, м³.

Формулы (5) и (9) представляют приближенную модель всплытия ПА

$$\begin{cases} u(\tau) = \frac{\sqrt[3]{kq}}{k} \frac{\sqrt{3Ai'(\sqrt[3]{kq\tau}) + Bi'(\sqrt[3]{kq\tau})}}{\sqrt{3Ai(\sqrt[3]{kq\tau}) + Bi(\sqrt[3]{kq\tau})}}, & \tau_0 > \tau \geq 0; \\ u(\tau) = u_{\max} \frac{1 - \frac{u_{\max} - u_0}{u_{\max} + u_0} \exp[-2u_{\max} k(\tau - \tau_0)]}{1 + \frac{u_{\max} - u_0}{u_{\max} + u_0} \exp[-2u_{\max} k(\tau - \tau_0)]}, & \tau > \tau_0. \end{cases} \quad (10)$$

Время погружения / всплытия ныряющего буя в обычном режиме равно

$$\tau_1 = \frac{z_{\max}}{u_m}, \quad (11)$$

где $z_{\max}$ – глубина погружения, м; u_m – средняя скорость погружения / всплытия, м/с.

При энергосберегающем режиме всплытия [6] вертикальная составля-

ющая пути ПА поделена на n равномерных участков. На каждом i -м участке ПА движется со средней скоростью u_{mi} . Тогда время всплытия при энергосберегающем режиме будет равно

$$\tau_n = n \frac{z_{\max}}{\sum_{i=1}^n u_{mi}}. \quad (12)$$

Рис. 1. Результаты моделирования процесса всплытия ПА с использованием точной модели [6], исходные данные взяты из табл. 1

Рис. 1 наглядно иллюстрирует, что средние скорости на любом из восьми участков примерно одинаковы. Поэтому можно сказать, что

$$u_{mi}(i) = idem = u_{mi}. \quad (13)$$

Тогда с учетом (13) формула (12) примет вид

$$\tau_n = \frac{z_{\max}}{u_{mi}}. \quad (14)$$

Таким образом, возрастание времени всплытия от применения энергосберегающего режима определится из частного

формул (14) и (12), т.е.

$$\frac{\tau_n}{\tau_1} = \frac{u_m}{u_{mi}}. \quad (15)$$

Т.е. для оценки времени погружения / всплытия ПА необходимо найти его средние скорости, а для этого можно использовать приближенную модель (10).

Моделирование процессов всплытия дрейфера. При моделировании погружения дрейфера были приняты следующие численные значения параметров модели (табл. 1).

Таблица 1. Численные значения параметров модели

Наименование	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Объем аппарата при нулевой плавучести при средней плотности ρ_{fm} [8]	V_a	0,0382	м ³
Коэффициент гидродинамического сопротивления	C_f	1	—
Масса дрефтера	m	38	кг
Характерная площадь поперечного сечения	S_a	0,0254	м ²
Коэффициент усиления гидроцилиндра	k_c	4	—
Максимальное линейное перемещение штока	l_f	0,3	м
Диаметр поршня	D_1	0,13	м
Диаметр штока	D_2	0,065	м
Глубина погружения	z_{max}	5000	м

Результаты моделирования процесса всплытия с использованием точной модели и приближенной моделей представлены на рис. 2.

Рис. 2. Результаты моделирования процесса всплытия ПА: а) с использованием точной модели [6]; б) с использованием точной и приближенной (10) моделей

Анализ рис. 2 показывает, что:

- приближенная модель имеет хорошее совпадение с точной во всем протяжении первой фазы всплытия ПА и в начале второй (см. рис. 2 б);
- максимальная скорость, вычисленная с использованием приближенной модели, мало отличается от аналогичной, вычисленной с использованием точной модели, что видно на рис. 2 б;
- продолжительность первой фазы намного меньше второй;
- зависимость скорости от времени для второй фазы всплытия близка к линейной (см. рис. 2 а), с достаточной степенью точности можно считать, что среднеарифметическая скорость второй фазы равна средней скорости всплытия, т.е.

$$u_m = \frac{u_{max}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2g}{C_f S_a} \Delta V_f}. \quad (16)$$

Для энергосберегающего режима всплытия при наличии n участков средняя скорость всплытия, учитывая предыдущие рассуждения будет равна

$$u_{mi} = \frac{u_{max i}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2g}{C_f S_a} \frac{\Delta V_f}{n}}. \quad (17)$$

На рис. 3 изображены зависимости скорости всплытия от времени для первой и начала второй фаз при обычном и энергосберегающем режимах с использованием точной и приближенной моделей. Рис. 3 наглядно демонстрирует хорошее совпадение результатов расчета первой и начала второй фаз как при обычном, так и при энергосберегающем режимах. Это позволяет очень просто вычислить максимальную скорость, развиваемую ПА, используя приближенную модель.

Рис. 3. Зависимость скорости всплытия ПА для первой и начала второй фаз по полной и приближенной моделям от времени: а) обычный режим; б) энергосберегающий режим ($n = 8$)

Подставляя формулу (16) в (11), можно вычислить время всплытия при обычном режиме

$$\tau_1 = \frac{2 z_{\max}}{\sqrt{\frac{2g}{C_f S_a} \Delta V_f}}. \quad (18)$$

Подставляя формулу (17) в (14), можно вычислить время всплытия при энергосберегающем режиме

$$\tau_n = \frac{2 z_{\max}}{\sqrt{\frac{2g}{C_f S_a} \frac{\Delta V_f}{n}}}. \quad (19)$$

Подставляя формулы (18) и (19) в (15), можно получить соотношение между временем всплытия в обычном и энергосберегающем режимах

$$\frac{\tau_n}{\tau_1} = \sqrt{n}. \quad (20)$$

Оценка точности формул (17) и (20) представлена на рис. 4.

Рис. 4. Оценка точности расчетов с использованием приближенной модели: а) сравнение соотношения (15), вычисленного с использованием точной модели с формулой (20); б) сравнение максимальных скоростей, рассчитанных с использованием точной модели ($u_{\max}$) с формулой (17) ($u_{\maxр}$) для n от 1 до 8; в) сравнение времен всплытия, рассчитанных с использованием точной модели с формулами (18) и (19)

Анализ рис. 4 показывает, что использование приближенной модели позволяет достаточно точно, с погрешностью не более 3%, рассчитывать основные параметры движения ныряющего буя, такие как максимальная и средняя скорость, время погружения / всплытия в обычном и энергосберегающем режимах

Заключение. Предложенная в работе приближенная математическая модель движения ПА и ее решение, описывающее первую фазу всплытия и начало второй, имеет допустимую погрешность определения параметров процессов погружения / всплытия при изменении координаты не более 200–300 м, и может использоваться в практических расчетах и максимальной, и средней скоростей всплытия ПА в обычном и энергосберегающем режиме, а также времени погружения / всплытия и существенно сократить время их выполнения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Краснодубец Л.А., Забурдаев В.И., Альчаков В.В.* Управление морскими буями-профилемерами как метод повышения репрезентативности термохалинных измерений. Модели движения // Морской гидрофизический журнал. 2012. № 4. С. 69–79.
2. *Davis R.E., Sherman J.T., Dufour J.* Profiling ALACEs and other advances in

autonomous subsurface floats // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 2001. Vol. 18. P. 982–993.

3. *Смирнов Г.В.* Океанология: средства и методы океанологических исследований / Г.В. Смирнов, В.Н. Еремеев, М.Д. Агеев [и др.]. М.: Наука, 2005. 795 с.

4. *Лазарюк А.Ю., Пономарев В.И.* Устранение динамических погрешностей данных СТД измерения в океане // Вестник ДВО РАН. 2006. № 4. С. 106–111.

5. *D'Asaro E.A.* Performance of autonomous Lagrangian floats // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 2003. Vol. 20. P. 896–911.

6. *Дологлонян А.В., Сухов А.К.* Энергосберегающие режимы всплытия и погружения морских дрейфтеров // Системы контроля окружающей среды. Севастополь: ИПТС. 2017. Вып. 10 (30). С. 16–23.

7. *Никифоров А.Ф., Уваров В.Б.* Специальные функции математической физики. М.: Наука, 1984. 344 с.

8. *IOC, SCOR and IAPSO*, 2010: The international thermodynamic equation of seawater – 2010: Calculation and use of thermodynamic properties. Intergovernmental Oceanographic Commission, Manuals and Guides No. 56, UNESCO (English), 196 pp. (Available from <http://www.TEOS-10.org>).

EVALUATION OF IMMERSION / FLOATING TIME OF MARINE DIVING BUOYS WITH THE HELP OF APPROXIMATE MODEL

A.V. Dologlonyan, A.K. Sukhov

Institute of Natural and Technical Systems,
Russian Federation, Sevastopol, Lenin St., 28

Accuracy of measurements of parameters of seawater significantly depends on a rate of ascent of the sea diving buoys. In this article the simplified equations of the movement of the diving buoy for the first and second phases of emersion neglecting change of density along coordinate are developed. Using the received decisions, estimates of diving time / emersion are made for the normal and energy saving modes. Comparison of the parameters of process of emersion received by means of approximate model with the parameters received with use of exact model is made. Results of this work will be useful when designing of the diving buoys.

Keywords: diving buoy, equation of the movement, undersea vehicle, emersion time.