ДЛИННЫЕ ВЫНУЖДЕННЫЕ ВОЛНЫ В ДВУХСЛОЙНОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПЕРЕМЕННОЙ ГЛУБИНЫ

Анд.А. Букатов, О.М. Букатова

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: ocean@alpha.mhi.iuf.net

В приближении теории длинных волн построено аналитико-численное решение задачи о вынужденных волновых возмущениях двухслойной жидкости со скачком плотности в зональном канале переменной глубины с учетом трения и широтного изменения параметра Кориолиса. Волны вызываются периодическими возмущениями атмосферного давления, движущимися в направлении оси канала.

Введение. Волновое движение однородной жидкости, заполняющей бесконечно длинный вращающийся канал постоянной глубины и ширины, изучалось в [1-7].В случае наклонного дна от одной стенки канала к другой аналогичные задачи решены в [8,9]. Исследованию длинных волн в двухслойной жидкости без учета сил трения посвящены работы [10-13]. Анализ влияния диссипативных сил на вынужденные поверхностные волны в канале переменной глубины выполнен в [14]. В данной работе построено аналитико-численное решение задачи о вынужденных волновых возмущениях двухслойной жидкости в зональном канале переменной глубины с учетом трения и широтного изменения параметра Кориолиса.

Постановка задачи. Пусть двухслойная жидкость заполняет бесконечно длинный зональный канал постоянной ширины $2b$. Глубина канала $H(y) = h_1 + h_2(y)$ переменная, но меняется только с его шириной. Верхний слой жидкости имеет толщину $h_1 = \text{const}$ и плотность $\rho_1 = \text{const}$, а нижний – толщину $h_2(y)$ и плотность $\rho_2 = \text{const}$. Рассмотрим волновое движение, возникающее под действием возмущений

$$p = af(y)e^{i\theta}, \ \theta = kx - \sigma t. \qquad (1)$$

В предположениях линейной теории длинных волн с учетом трения и широтного изменения параметра Кориолиса, задача заключается в решении системы уравнений

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - lv_1 = -\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} g - \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial p}{\partial x} - \mu_1 u_1,$$
$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + lu_1 = -\frac{\partial \zeta_1}{\partial y} g - \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial p}{\partial y} - \mu_1 v_1, \qquad (2)$$
$$\frac{\partial u_2}{\partial t} - lv_2 = -\frac{\partial}{\partial x}(\gamma\zeta_1 + \varepsilon\zeta_2)g - \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial p}{\partial x} - \mu_2 u_2,$$
$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + lu_2 = -\frac{\partial}{\partial y}(\gamma\zeta_1 + \varepsilon\zeta_2)g - \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial p}{\partial y} - \mu_2 v_2,$$
$$\frac{\partial}{\partial t}(\zeta_1 - \zeta_2) = -h_1\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}\right),$$
$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = -h_2(y)\frac{\partial u_2}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y}(h_2 v_2)$$

с граничными условиями

$$v_1 = v_2 = 0, \text{ при } y = \pm b. \qquad (3)$$

Здесь

$l = 2\omega\sin(\varphi + yR^{-1})$, $\gamma = \rho_1/\rho_2$, $\varepsilon = 1 - \gamma$,

ζ_1, ζ_2 – возвышения свободной поверхности и поверхности раздела слоев; φ -широта места прохождения оси канала; R – радиус Земли; μ_1, μ_2 – коэффициенты трения для верхнего и нижнего слоев; ось y перпендикулярна оси канала.

Вывод основных уравнений. Отыскивая решение в виде

$$(u_{1,2}, v_{1,2}, \zeta_{1,2}) = [\bar{u}_{1,2}(y), \bar{v}_{1,2}(y), \bar{\zeta}_{1,2}(y)]e^{i\theta},$$

из (1)-(3) получим для определения $\bar{\zeta}_{1,2}$ дифференциальные уравнения

$$\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial y^2} - \Delta_1\frac{\partial \zeta_1}{\partial y} - \Delta_2\zeta_1 - \frac{i\sigma}{h_1 g\sigma_1}\left(\sigma_1^2 + l^2\right) = \Delta_3, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial y^2} - \frac{\varepsilon}{\gamma}\frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial y^2} - \Delta_6\frac{\partial \zeta_1}{\partial y} - \frac{\varepsilon}{\gamma}\Delta_6\frac{\partial \zeta_2}{\partial y} + \frac{i\sigma}{\sigma_2}\varphi_2\zeta_1 +$$
$$+ i\frac{\sigma}{\sigma_2\gamma}\Delta_5 + \frac{i}{\gamma h_2\sigma_2}\frac{dh_2}{dy}\left[i\sigma_2\left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial y}\gamma + \frac{\partial \zeta_1}{\partial y}\varepsilon\right) + \right.$$
$$+ \frac{i}{\gamma h_2\sigma_2}\frac{dh_2}{dy}\left[i\sigma_2\left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial y}\gamma + \frac{\partial \zeta_1}{\partial y}\varepsilon\right) + \right.$$
$$+ lk(\gamma\zeta_1 + \varepsilon\zeta_2) = -\frac{i\sigma}{\gamma\sigma_2}\Delta_7 \qquad (5)$$

с граничными условиями при $y = \pm b$

$$\frac{\partial\zeta_1}{\partial y} - i\frac{kl}{\sigma_1}\zeta_1 = \frac{a}{\rho_1 g} f(y), \qquad (6)$$

$$\frac{\partial\zeta_1}{\partial y} + \frac{\varepsilon}{\gamma}\frac{\partial\zeta_2}{\partial y} - i\frac{kl}{\sigma_2}(\gamma\zeta_1 + \varepsilon\zeta_2) = \frac{a}{\rho_2 g} f(y). \qquad (7)$$

Здесь

$$\sigma_{1,2} = \mu_{1,2} - i\sigma\ ,\ \ f(y) = i\frac{kl}{\sigma_{1,2}} f(y) - f'(y),$$

$$\Delta_1 = \frac{2l\beta}{l^2 + \sigma_1^2},$$

$$\Delta_2 = k^2 + i\frac{1}{\sigma_1}\left[k\beta - \frac{2l^2\beta k}{l^2 + \sigma_1^2} - \frac{\sigma}{c_1^2}\left(l^2 + \sigma_1^2\right)\right],$$

$$\Delta_3 = \frac{a}{\rho_1 g}\left\{f''(y) - f'(y)\frac{2l\beta}{l^2 + \sigma_1^2} - \right.$$

$$\left. - f(y)\left[k^2 + i\frac{k\beta}{\sigma_1}\left(1 - \frac{2l^2}{l^2 + \sigma_1^2}\right)\right]\right\},$$

$$\Delta_5 = \varepsilon\varphi_2 + \frac{1}{c_2^2}\left(l^2 + \sigma_2^2\right),\ \ \Delta_6 = \frac{2l\beta}{l^2 + \sigma_2^2},$$

$$\varphi_2 = k^2 - \varphi_1 + i\frac{k^2\mu_2}{\sigma},$$

$$\varphi_1 = \frac{k\beta}{\sigma}\left[1 - \frac{2l^2}{\sigma\left(l^2 + \sigma_2^2\right)}\right],$$

$$\Delta_7 = \frac{a}{\rho_2 g}\frac{1}{h_2\sigma}\left[lkf(y) + i\frac{\sigma_2}{\sigma} f'(y)\right]\frac{dh_2}{dy} - \Delta_4,$$

$$\Delta_4 = \frac{a}{\rho_2 g}\left[\varphi_2 f(y) + i\frac{\sigma_2}{\sigma}\left(\Delta_6 f'(y) + f''(y)\right)\right],$$

$$\beta = l'\ ,\ \ c_{1,2} = \sqrt{gh_{1,2}}$$

штрих означает производную по y. Величины $\bar{u}_{1,2}, \bar{v}_{1,2}$ определяются через $\bar{\zeta}_{1,2}$ по формулам

$$\bar{u}_1 = -\frac{g}{l^2 + \sigma_1^2}\left[l\frac{\partial\zeta_1}{\partial y} + ik\sigma_1\zeta_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{a}{\rho_1 g}\left(ik\sigma_1 f(y) + lf'(y)\right)\right],$$

$$\bar{v}_1 = \frac{g}{l^2 + \sigma_1^2}\left[ikl\zeta_1 - \sigma_1\frac{\partial\zeta_1}{\partial y} + \right.$$

$$\left. + \frac{a}{\rho_1 g}\left(iklf(y) - \sigma_1 f'(y)\right)\right], \qquad (8)$$

$$\bar{u}_2 = -\frac{g}{l^2 + \sigma_2^2}\left[ik\sigma_2(\gamma\zeta_1 + \varepsilon\zeta_2) + \right.$$

$$\left. + lg\left(\gamma\frac{\partial\zeta_1}{\partial y} + \varepsilon\frac{\partial\zeta_2}{\partial y}\right) + \frac{a}{\rho_2 g}\left(ik\sigma_2 f(y) + lf'(y)\right)\right],$$

$$\bar{v}_2 = -\frac{g}{l^2 + \sigma_2^2}\left[\sigma_2\left(\gamma\frac{\partial\zeta_1}{\partial y} + \varepsilon\frac{\partial\zeta_2}{\partial y}\right) - \right.$$

$$\left. - ikl(\gamma\zeta_1 + \varepsilon\zeta_2) + \frac{a}{\rho_2 g}\left(\sigma_2 f'(y) - iklf(y)\right)\right].$$

Черточка над $\zeta_{1,2}$ в выражениях (4) – (8) опущена.

С учетом выражений

$$\Delta_1 = \Delta_{11} + i\Delta_{12}\ ,\Delta_2 = \Delta_{21} + i\Delta_{22}\ ,\Delta_3 = \Delta_{31} + i\Delta_{32}\ ,$$

$$\Delta_4 = \Delta_{41} + i\Delta_{42}\ ,\Delta_5 = \Delta_{51} + i\Delta_{52}, \Delta_6 = \Delta_{61} + i\Delta_{62}\ ,$$

$$\Delta_7 = \Delta_{71} + i\Delta_{72},$$

$$\varphi_1 = \varphi_{11} + i\varphi_{12}\ ,\ \varphi_2 = \varphi_{21} + i\varphi_{22}\ ,$$

$$\bar{\zeta}_1 = \zeta_{11} + i\zeta_{12}\ ,\ \bar{\zeta}_2 = \zeta_{21} + i\zeta_{22},$$

$$\bar{u}_1 = u_{11} + iu_{12}\ ,\ \bar{u}_2 = u_{21} + iu_{22}\ ,$$

$$\bar{v}_1 = v_{11} + iv_{12}\ ,\ \bar{v}_2 = v_{21} + iv_{22}\ ,$$

из (4)-(8), выделяя действительные и мнимые части, получим уравнения

$$\zeta_{11}'' - \Delta_{11}\zeta_{11}' + \Delta_{12}\zeta_{12}' - \Delta_{21}\zeta_{11} + \Delta_{22}\zeta_{12} -$$
$$- \Delta_{71}\zeta_{21} + \Delta_{72}\zeta_{22} + \Delta_{31} = 0,$$

$$\zeta_{12}'' - \Delta_{12}\zeta_{11}' - \Delta_{11}\zeta_{12}' - \Delta_{22}\zeta_{11} - \Delta_{21}\zeta_{12} -$$
$$- \Delta_{71}\zeta_{22} - \Delta_{72}\zeta_{21} + \Delta_{32} = 0, \qquad (9)$$

$$\zeta_{11}''\gamma - \zeta_{12}''\frac{\mu_2\gamma}{\sigma} + \zeta_{21}''\varepsilon - \zeta_{22}''\frac{\mu_2\varepsilon}{\sigma} + \zeta_{11}'\gamma B_3 +$$
$$+ \zeta_{12}'\gamma B_4 + \zeta_{11}\gamma B_6 + \zeta_{12}\gamma\varphi_{22} + \zeta_{21}'\varepsilon B_3 +$$

$$+ \zeta_{22}'\varepsilon B_4 + \zeta_{21}B_7 + \zeta_{22}\Delta_{52} +$$
$$+ \frac{a}{\rho_2 g}\frac{h_2'}{h_2}\left[f(y)\frac{lk}{\sigma} + f'(y)\right] - \Delta_{41} = 0,$$

$$\zeta_{11}'' \frac{\mu_2\gamma}{\sigma} + \zeta_{12}''\gamma + \zeta_{21}'' \frac{\mu_2\varepsilon}{\sigma} + \zeta_{22}''\varepsilon - \zeta_{11}'\gamma B_4 +$$
$$+ \zeta_{12}'\gamma B_3 - \zeta_{11}\gamma\varphi_{22} + \zeta_{12}\gamma B_6 - \zeta_{21}'\varepsilon B_4 +$$
$$+ \zeta_{22}'\varepsilon B_3 + \zeta_{22} B_7 - \zeta_{21}\Delta_{52} +$$
$$+ \frac{a}{\rho_2 g}\frac{h_2'}{h_2} f'(y)\frac{\mu_2}{\sigma} - \Delta_{42} = 0$$

с граничными условиями на боковых стенках ($y = \pm b$)

$$\zeta_{11}'\mu_1 + \zeta_{12}'\sigma + \zeta_{12} lk = -\frac{a}{\rho_1 g}\mu_1 f'(y),$$

$$\zeta_{11}'\sigma - \zeta_{12}'\mu_1 + \zeta_{11} lk = -\frac{a}{\rho_1 g}[lkf(y) + \sigma f'(y)], \quad (10)$$

$$\zeta_{11}'\gamma\mu_2 + \zeta_{12}'\gamma\sigma + \zeta_{21}'\varepsilon\mu_2 + \zeta_{22}'\varepsilon\sigma + \zeta_{12}\gamma lk +$$
$$+ \zeta_{22}\varepsilon lk = -\frac{a}{\rho_2 g}\mu_2 f'(y),$$

$$\zeta_{11}'\gamma\sigma - \zeta_{12}'\gamma\mu_2 + \zeta_{21}'\varepsilon\sigma - \zeta'_{22}\,\varepsilon\mu_2 + \zeta_{11}\gamma lk +$$
$$+ \zeta_{21}\varepsilon lk = -\frac{a}{\rho_2 g}[lkf(y) + \sigma f'(y)].$$

Здесь

$$\Delta_{11} = 2l\beta L_1 / L_1^0, \ \Delta_{12} = 4l\beta\mu_1\sigma / L_1^0,$$

$$\Delta_{21} = k^2 - \frac{1}{s}\left[k(\beta\sigma - l\sigma\Delta_{11} - l\mu_1\Delta_{12}) + \right.$$
$$\left. + \frac{\sigma^2}{c_1}\left(\sigma^2 - l^2 + \mu_1^2\right)\right],$$

$$\Delta_{22} = \frac{1}{s}\left[\beta k\mu_1 - lk\mu_1\Delta_{11} + lk\sigma\Delta_{12} - \right.$$
$$\left. - \frac{\mu_1\sigma}{c_1}\left(l^2 + \mu_1^2 + \sigma^2\right)\right],$$

$$\Delta_{31} = \frac{a}{\rho_1 g}\{f''(y) - f'(y)\Delta_{11} -$$
$$- f(y)\left[k^2 - \frac{k}{s}(\sigma\beta - l\sigma\Delta_{11} - l\mu_1\Delta_{12})\right]\},$$

$$\Delta_{32} = -\frac{a}{\rho_1 g}\{f'(y)\Delta_{12} -$$
$$- f(y)\frac{k}{s}[l\mu_1\Delta_{11} - \beta\mu_1 - l\sigma\Delta_{12}]\},$$

$$\Delta_{41} = -\frac{a}{\rho_2 g}\left[f''(y) - \right.$$
$$\left. - f'(y)\left(\Delta_{61} - \frac{\mu_2}{\sigma}\Delta_{62}\right) - f(y)\varphi_{21}\right],$$

$$\Delta_{42} = -\frac{a}{\rho_2 g}\left[f''(y)\frac{\mu_2}{\sigma} - \right.$$
$$\left. - f'(y)\left(\frac{\mu_2}{\sigma}\Delta_{61} + \Delta_{62}\right) - f(y)\varphi_{22}\right],$$

$$\Delta_{51} = \varepsilon\varphi_{21} + L_2 / c_2, \ \Delta_{52} = \varepsilon\varphi_{22} - 2\mu_2\sigma / c_2,$$

$$\Delta_{61} = 2l\beta L_2 / L_2^0, \ \Delta_{62} = 4l\beta\mu_2\sigma / L_2^0,$$

$$\Delta_{71} = \frac{\sigma^2}{c_1 s}\left(\sigma^2 + \mu_1^2 - l^2\right), \Delta_{72} = \frac{\mu_1\sigma}{c_1 s}\left(l^2 + \mu_1^2 + \sigma^2\right)$$

$$L_{1,2} = l^2 + \mu_{1,2}^2 - \sigma^2, L_{1,2}^0 = L_{1,2}^2 + 4\mu_{1,2}^2\sigma_2,$$

$$S = \mu_1^2 + \sigma^2,$$

$$\varphi_{11} = \frac{k}{\sigma}(\beta - l\Delta_{61}), \ \varphi_{12} = -\frac{lk}{\sigma}\Delta_{62},$$
$$\varphi_{21} = k^2 - \frac{k}{\sigma}(\beta - l\Delta_{61}), \ \varphi_{22} = \frac{k}{\sigma}(k\mu_2 + l\Delta_{62}).$$

Реальные и мнимые части амплитуд составляющих скорости волновых течений найдем из выражений

$$u_{11} = \frac{gL_1}{L_1^0}\left[k(\mu_1\zeta_{12} - \sigma\zeta_{11}) - l\zeta_{11}' - \frac{a}{\rho_1 g}F_1(y)\right] +$$
$$+ \frac{2\mu_1\sigma g}{L_1^0}\left[k(\mu_1\zeta_{11} + \sigma\zeta_{12}) + l\zeta_{12}' + \frac{a}{\rho_1 g}k\mu_1 f(y)\right],$$

$$u_{12} = -\frac{gL_1}{L_1^0}\left[k(\mu_1\zeta_{11} + \sigma\zeta_{12}) + l\zeta_{12}' + \frac{a}{\rho_1 g}k\mu_1 f(y)\right] +$$
$$+ \frac{2\mu_1\sigma g}{L_1^0}\left[k(\mu_1\zeta_{12} - \sigma\zeta_{11}) - l\zeta_{11}' - \frac{a}{\rho_1 g}F_1(y)\right],$$

$$u_{21}=-\frac{gL_2}{L_2^0}\Big[k\sigma(\gamma\zeta_{11}+\varepsilon\zeta_{21})-k\mu_2(\gamma\zeta_{12}+\varepsilon\zeta_{22})+$$

$$+l(\gamma\zeta'_{11}+\varepsilon\zeta'_{21})+\frac{a}{\rho_2 g}F_1(y)\Big]+$$

$$+\frac{2\mu_2\sigma g}{L_2^0}\Big[k\mu_2(\gamma\zeta_{11}+\varepsilon\zeta_{21})+k\sigma(\gamma\zeta_{12}+\varepsilon\zeta_{22})+$$

$$+l(\gamma\zeta'_{12}+\varepsilon\zeta'_{22})+\frac{a}{\rho_2 g}k\mu_2 f(y)\Big],$$

$$u_{22}=-\frac{gL_2}{L_2^0}\Big[k\mu_2(\gamma\zeta_{11}+\varepsilon\zeta_{21})+k\sigma(\gamma\zeta_{12}+\varepsilon\zeta_{22})+$$

$$+l(\gamma\zeta'_{12}+\varepsilon\zeta'_{22})+\frac{a}{\rho_2 g}kf(y)\Big]+$$

$$+\frac{2\mu_2\sigma g}{L_2^0}\Big[k\mu_2(\gamma\zeta_{12}+\varepsilon\zeta_{22})-k\sigma(\gamma\zeta_{11}+\varepsilon\zeta_{21})+$$

$$+l(\gamma\zeta'_{11}+\varepsilon\zeta'_{21})+\frac{a}{\rho_2 g}F_1(y)\Big],$$

$$v_{11}=-\frac{gL_1}{L_1^0}\left(\mu_1\zeta'_{11}-\sigma\zeta'_{12}+lk\zeta_{12}+\frac{a}{\rho_1 g}\mu_1 f'(y)\right)-$$

$$-\frac{2\mu_1\sigma g}{L_1^0}\left(\sigma\zeta'_{11}-\mu_1\zeta'_{12}+lk\zeta_{11}+\frac{a}{\rho_1 g}F_2(y)\right),$$

$$v_{12}=\frac{gL_1}{L_1^0}\left(\sigma\zeta'_{11}-\mu_1\zeta'_{12}+lk\zeta_{11}+\frac{a}{\rho_1 g}F_2(y)\right)-$$

$$-\frac{2\mu_1\sigma g}{L_1^0}\left(\mu_1\zeta'_{11}+\sigma\zeta'_{12}+lk\zeta_{12}+\frac{a}{\rho_1 g}\mu_1 f'(y)\right),$$

$$v_{21}=-\frac{gL_2}{L_2^0}\Big[\mu_2(\gamma\zeta'_{11}+\varepsilon\zeta'_{21})+\sigma(\gamma\zeta'_{12}+\varepsilon\zeta'_{22})+$$

$$+lk(\gamma\zeta_{12}+\varepsilon\zeta_{22})+\frac{a}{\rho_2 g}\mu_2 f'(y)\Big]-$$

$$-\frac{2\mu_2\sigma g}{L_2^0}\Big[\sigma(\gamma\zeta'_{11}+\varepsilon\zeta'_{21})-\mu_2(\gamma\zeta'_{12}+\varepsilon\zeta'_{22})+$$

$$+lk(\gamma\zeta_{11}+\varepsilon\zeta_{21})+\frac{a}{\rho_2 g}F_2(y)\Big],$$

$$v_{22}=\frac{gL_2}{L_2^0}\Big[\sigma(\gamma\zeta'_{11}+\varepsilon\zeta'_{21})-\mu_2(\gamma\zeta'_{12}+\varepsilon\zeta'_{22})+$$

$$+lk(\gamma\zeta_{11}+\varepsilon\zeta_{21})+\frac{a}{\rho_2 g}F_2(y)\Big]-$$

$$-\frac{2\mu_2\sigma g}{L_2^0}\Big[\mu_2(\gamma\zeta'_{11}+\varepsilon\zeta'_{21})+\sigma(\gamma\zeta'_{12}+\varepsilon\zeta'_{22})+$$

$$+lk(\gamma\zeta_{12}+\varepsilon\zeta_{22})+\frac{a}{\rho_2 g}\mu_2 f'(y)\Big],$$

$$F_1(y)=k\sigma f(y)+lf'(y),\ F_2(y)=lkf(y)+\sigma f'(y).$$

Выражения для определения волновых характеристик. Система обыкновенных дифференциальных уравнений (9) решается путем сведения ее к задаче Коши и последующего применения метода Рунге-Кутта.

В результате получим:

$$\begin{aligned}
&\zeta_{11}=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\overset{n}{\zeta}_{11},\ \zeta'_{11}=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\overset{n}{\zeta}'_{11},\\
&\zeta_{12}=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\overset{n}{\zeta}_{12},\ \zeta'_{12}=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\overset{n}{\zeta}'_{12},\\
&\zeta_{21}=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\overset{n}{\zeta}_{21},\ \zeta'_{21}=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\overset{n}{\zeta}'_{21},\\
&\zeta_{22}=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\overset{n}{\zeta}_{22},\ \zeta'_{22}=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\overset{n}{\zeta}'_{22},
\end{aligned}\qquad(11)$$

где $\overset{n}{\zeta}_{11}, \overset{n}{\zeta}'_{11}, \overset{n}{\zeta}_{12}, \overset{n}{\zeta}'_{12}, \overset{n}{\zeta}_{21}, \overset{n}{\zeta}'_{21}, \overset{n}{\zeta}_{22}, \overset{n}{\zeta}'_{22}$ линейно независимые частные решения системы (9). Подставляя (11) в граничные условия (10), получим систему восьми алгебраических уравнений для определения a_n. Зная a_n, находим возвышение свободной поверхности и границы раздела слоев, а также составляющие скорости волновых течений в верхнем и нижнем слоях

$$\zeta_n=A_n(y)\cos(\theta+\alpha_n),\ a_n=\sqrt{\zeta_{n1}^2+\zeta_{n2}^2},$$

$$tg\alpha_n=\zeta_{n2}/\zeta_{n1},$$

$$u_n=B_n(y)\cos(\theta+\beta_n),\ B_n=\sqrt{u_{n1}^2+u_{n2}^2},$$

$$tg\beta_n=u_{n2}/u_{n1},$$

$$v_n=C_n(y)\cos(\theta+\gamma_n),\ C_n=\sqrt{v_{n1}^2+v_{n2}^2},$$

$$tg\gamma_n=v_{n2}/v_{n1},\ n=1,2.$$

Заключение. Таким образом, в постановке линейной теории длинных волн задача о колебаниях двухслойной жидкости, возбуждаемых периодической бегущей волной атмосферного давления в зональном канале переменной глубины, сведена с учетом тре-

ния и широтного изменения параметра Кориолиса к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Через линейно независимые частные решения этой системы, определяемые численно (как решения задачи Коши), получены выражения для возвышений свободной поверхности и границы скачка плотности, а также составляющих скорости волновых течений в верхнем и нижнем слоях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Н. Сретенский Теория волновых движений жидкости. – М.:, Л.: ОНТИ. 1936.– 304 с.

2. С.С. Войт О распространении приливных волн на поверхности вращающейся жидкости при наличии границ // Докл. АН СССР. 1959. – 284, №4. – С. 764–767.

3. П.Н. Успенский О распространении волн во вращающемся канале // Тр.МГИ АН СССР. 1959. – №15. – С. 17 – 33.

4. Л.В. Черкесов Гидродинамика поверхностных и внутренних волн. – Киев: Наук. Думка. 1970. – 364 с.

5. И. Дронкерс Расчеты приливов в реках и прибрежных водах. – Л.: Гидрометиздат. 1967. – 265 с.

6. А.А. Серебряков, Л.В. Черкесов О влиянии широтного изменения параметра Кориолиса на длинные волны // Морские гидрофизические исследования. 1974. – №1. – С. 22 – 29

7. Hidaka Koji. Some numerical computations on the Poincare waves // Jap. J. Geophys. 1970. – 5, №1. – С. 1 – 15.

8. В.В. Мусатов Об одном случае движения волны Кельвина. – Прикл. матем. И мех. 1957. – 21, №3. – С. 347–352.

9. Т.Я. Секерж-Зенькович Частные задачи о распространении приливной волны в канале переменной глубины // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1959. – №10. – С. 1460 – 1467.

10. Т.Я. Секерж-Зенькович Некоторые задачи теории распространения приливных волн в неоднородной жидкости // Тр. МГИ АН СССР. 1956. – №8. – С. 3 – 32.

11. А.Е. Букатов, О.М. Букатова Внутренние волны в канале переменной глубины // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1980. – 16, №12. – С. 12761283.

12. А.Е. Букатов, Л.В. Черкесов Волны в неоднородном море. – Киев: Наук. Думка. 1983. – 224 с.

13. Ю.М. Беляков, А.Е. Букатов, О.М. Букатова Влияние вдоль береговых локализованных потоков над склонами дна на длинные вынужденные волны // Комплексные океанографические исследования Черного моря. – Севастополь: МГИ АН УССР. 1989. – С. 51 – 59.

14. А.Е. Букатов, О.М. Букатова Влияние сил трения на длинные вынужденные поверхностные волны в бассейне переменной глубины // Моделирование поверхностных и внутренних волн. – Севастополь: МГИ АН УССР. 1984. – С. 95 – 101.