МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПОТОКА ТЕПЛООБМЕНА ДАТЧИКОВ СО СРЕДОЙ, ИНВАРИАНТНЫЕ К ТЕПЛОЕМКОСТЯМ ДАТЧИКОВ

В.А. Гайский, П.В. Гайский

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: oaoimhi@inbox.ru

Рассматриваются методы измерения температуры и теплообмена с использованием трех и более датчиков и накоплением отсчетов, обеспечивающие инвариантность результата к динамическим параметрам датчиков. Приводятся расчетные формулы.

Постановка задачи. Известны методы Г. Пфрима (их развитие) измерения с помощью двух сосредоточенных инерционных датчиков 1-го порядка мгновенных температуры и потока теплообмена [1 – 3]. Для их реализации динамические параметры датчиков должны быть известны. Эти параметры, в принципе, можно определить в режиме специальной градуировки. Однако они могут изменяться в рабочем режиме из-за коррозии и (или) поверхностного минерального или биологического обрастания.

Для повышения точности измерений во времени (метрологической долговечности) желательно определить эти динамические параметры в рабочем режиме и учитывать их в получении конечного результата измерений.

Инерционные датчики 1-го порядка. Примем, что датчики, описываемые инерционным звеном 1-го порядка, имеют теплоемкость $m_i c_i$, площадь поверхности теплообмена S, нагреваются рабочим током мгновенной мощностью $P_i(t)$, принимают в рабочем состоянии в среде с температурой $\Theta_c(t)$ текущую температуру $\Theta_i(t)$ и имеют поток теплообмена со средой $\alpha_c(t)S$. В этом случае уравнение теплового баланса имеет вид [2]

$$P_i(t)=\left[\Theta_i(t)-\Theta_C(t)\right]\cdot\alpha_c(t)S+\Theta_i^{'}(t)\cdot m_i c_i. \quad (1)$$

Используем три разных датчика, $i=\overline{1,3}$.

Аналогично методам Г. Пфрима [1, 2] для двух датчиков запишем выражения для $\Theta_c(t)$ и $\alpha_c(t)S$ из показаний и режимов первого и второго датчиков

$$\Theta_c(t)=\frac{\Theta_2(t)\cdot P_1^{*}(t)-\Theta_1(t)\cdot P_2^{*}(t)}{P_1^{*}(t)-P_2^{*}(t)}, \quad (2)$$

$$\alpha_c(t)S=\frac{P_2^{*}(t)-P_1^{*}(t)}{\Theta_2(t)-\Theta_1(t)}, \quad (3)$$

где $$P_i^{*}(t)=P_i(t)-m_i c_i\Theta_i^{'}(t), \quad (4)$$

теплоемкости $m_i c_i$ являются динамическими параметрами, медленно изменяющимися в рабочем режиме так, что на некотором отрезке времени их можно считать постоянными.

Из показаний и режимов первого и третьего датчиков аналогично получим

$$\Theta_c(t)=\frac{\Theta_3(t)\cdot P_1^{*}(t)-\Theta_1(t)\cdot P_3^{*}(t)}{P_1^{*}(t)-P_3^{*}(t)}, \quad (5)$$

$$\alpha_c(t)S=\frac{P_3^{*}(t)-P_1^{*}(t)}{\Theta_3(t)-\Theta_1(t)}. \quad (6)$$

Пару уравнений (2) и (5) можно рассматривать как градуировочные характеристики двух различных каналов для $\Theta_c(t)$, из которых можно определить $m_i c_i$, $i=\overline{1,3}$. Для этого приравняем правые части выражений (2) и (5) и произведем необходимые преобразования

$$\frac{\Theta_2(t)\,P_1^{*}(t)-\Theta_1(t)P_2^{*}(t)}{P_1^{*}(t)-P_2^{*}(t)}=\frac{\Theta_3(t)P_1^{*}(t)-\Theta_1(t)P_3^{*}(t)}{P_1^{*}(t)-P_3^{*}(t)}, \quad (7)$$

$$\Theta_2(t)P_1^{*2}(t)-\Theta_1(t)P_1^*(t)P_2^*(t)-\Theta_2(t)P_1^*(t)P_3^*(t)+\Theta_1(t)P_2^*(t)P_3^*(t)=$$

$$=\Theta_3(t)P_1^{*2}(t)-\Theta_1(t)P_1^*(t)P_3^*(t)-\Theta_3(t)P_1^*(t)P_2^*(t)+\Theta_1(t)P_2^*(t)P_3^*(t), \qquad (8)$$

$$P_1^*(t)[\Theta_2(t)-\Theta_3(t)]+P_2^*(t)[\Theta_3(t)-\Theta_1(t)]+P_3^*(t)[\Theta_1(t)-\Theta_2(t)]=0. \qquad (9)$$

Подставляем в (8) выражение (4) для $P_i^*(t)$, получим

$$[\Theta_2(t)-\Theta_3(t)]\Theta_1'(t)m_1c_1+[\Theta_3(t)-\Theta_1(t)]\Theta_2'(t)m_2c_2+[\Theta_1(t)-\Theta_2(t)]\Theta_3'(t)m_3c_3=$$

$$=P_1(t)[\Theta_3(t)-\Theta_2(t)]+P_2(t)[\Theta_1(t)-\Theta_3(t)]+P_3(t)[\Theta_2(t)-\Theta_1(t)], \qquad (10)$$

В уравнение (10) входят три неизвестных m_1c_1, m_2c_2 и m_3c_3. Сформируем необходимую систему линейных алгебраических уравнений, беря значение измеряемых величин для трех (или более) моментов времени $t \geq \overline{1,3}$.

Вводя обозначение $C(t)$ для правой части уравнения (10), запишем расширенную матрицу для системы из трех отсчетов

$$\left|\begin{matrix} [\Theta_2(1)-\Theta_3(1)]\Theta_1'(1) & [\Theta_3(1)-\Theta_1(1)]\Theta_2'(1) & [\Theta_1(1)-\Theta_2(1)]\Theta_3'(1) \\ [\Theta_2(2)-\Theta_3(2)]\Theta_1'(2) & [\Theta_3(2)-\Theta_1(2)]\Theta_2'(2) & [\Theta_1(2)-\Theta_2(2)]\Theta_3'(2) \\ [\Theta_2(3)-\Theta_3(3)]\Theta_1'(3) & [\Theta_3(3)-\Theta_1(3)]\Theta_2'(3) & [\Theta_1(3)-\Theta_2(3)]\Theta_3'(3) \end{matrix}\left|\begin{matrix} C(1) \\ C(2) \\ C(3) \end{matrix}\right|\right. . \qquad (11)$$

Система (10) решается относительно неизвестных m_ic_i по правилу Крамера, если изменчивость $P_i(t)$, $\Theta_c(t)$ и $\alpha_c(t)S$ обеспечивает формирование линейно независимых уравнений (10). Поскольку измеренные параметры могут быть с погрешностями, то можно сформировать СЛАУ с большим, чем три, числом уравнений, беря $t>3$ и далее решать ее как шумовую известными методами.

Эти решения легко формируются стандартным способом из расширенной матрицы. Можно убедиться, что группируя пару уравнений (3) и (6) для $\alpha_c(t)S$ в поисках решения для динамических параметров, мы получим то же самое уравнение (10). Однако эти уравнения не являются лишними, поскольку после определения значений m_1c_1, m_2c_2 и m_3c_3, и далее P_i^* из выражения (4), восстанавливаем значения $\Theta_c(t)$ параллельно по уравнениям (2) и (5) и значение $\alpha_c(t)S$ по уравнениям (3) и (6) и сравниваем. Расхождение в пределах допустимой погрешности будет свидетельствовать о правильной работе измерителя. С другой стороны, избыточные значения могут быть использованы для уменьшения случайной погрешности.

Если используются идентичные датчики с $m_ic_i = mc$ для $i=\overline{1,3}$, то из уравнения (10) для любого момента времени можно записать

$$mc=\frac{P_1(t)[\Theta_3(t)-\Theta_2(t)]+P_2(t)[\Theta_1(t)-\Theta_3(t)]+P_3(t)[\Theta_2(t)-\Theta_1(t)]}{[\Theta_2(t)-\Theta_3(t)]\Theta_1'(t)+[\Theta_3(t)-\Theta_1(t)]\Theta_2'(t)+[\Theta_1(t)-\Theta_2(t)]\Theta_3'(t)}. \qquad (12)$$

Отметим, что теплоемкости датчиков $m_i c_i$ определяются с задержкой на несколько отсчетов для формирования и решения необходимой СЛАУ, несколько отсчетов необходимо также и для вычисления производных $\Theta_i^{'}(t)$. Это может быть важным при использовании измерителя в системе реального времени.

Инерционные датчики n-го порядка. Обозначим все динамические коэффициенты при j-ых производных $\Theta_i^{(j)}(t)$ через d_{ij} и для уравнения теплового баланса получим

$$P_i(t)=[\Theta_i(t)-\Theta_c(t)]\alpha_c(t)S+\sum_{j=1}^{n} d_{ij}\Theta_i^{(j)}(t), \quad (13)$$

причем $d_{i1} = m_1 c_1$.

Все приведенные выше уравнения для трех датчиков 1-го порядка будут справедливы и для трех датчиков n-го порядка при замене $m_i c_i \Theta_i^{'}(t)$ на

$$\sum_{j=1}^{n} d_{ij}\Theta_i^{(j)}(t) \quad (14)$$

и увеличении отсчетов (уравнений) до $3n$.

Уравнение новой СЛАУ, аналогичное выражению (10), будет иметь вид

$$[\Theta_2(t)-\Theta_3(t)]\sum_{j=1}^{n} d_{1j}\,\Theta_1^{(j)}(t)+[\Theta_3(t)-\Theta_1(t)]\sum_{j=1}^{n} d_{2j}\,\Theta_2^{(j)}(t)+[\Theta_1(t)-\Theta_2(t)]\sum_{j=1}^{n} d_{3j}\,\Theta_3^{(j)}(t)=$$

$$=P_1(t)\,[\Theta_3(t)-\Theta_2(t)]+P_2(t)[\Theta_1(t)-\Theta_3(t)]+P_3(t)[\Theta_2(t)-\Theta_1(t)], \qquad t=\overline{1,3n} \quad (15)$$

***m* – датчиков.** Если по соображениям метрологической надежности, повышения точности и быстродействия используется m инерционных датчиков n-го порядка, то СЛАУ для идентификации их динамических параметров, сформированная из (m-1) независимых пар, будет иметь вид

$$\sum_{i=1}^{m}[\Theta_k(t)-\Theta_s(t)]\sum_{j=1}^{n} d_{ij}\Theta_i^{(j)}(t)=\sum_{i=1}^{m} P_i(t)[\Theta_s(t)-\Theta_k(t)], \quad (16)$$

при этом $i,k,s\in\{\overline{1,m}\}$, $i\neq k\neq s\neq i$, $t\geq\overline{1,mn}$.

Распределенные термопрофилемеры. Распределенные термопрофилемеры служат для восстановления профиля температуры $\Theta(l)$ вдоль измерительного кабеля по формуле

$$\Theta(l)=\sum_{s=0}^{n-1} a_s\varphi_s(l), \quad (17)$$

где $\varphi_s(l)$ – функции ортогонального базиса, a_s – коэффициенты разложения профиля $\Theta(l)$ по этим функциям.

В этих кабелях погонное сопротивление термочувствительных проводов $r_s(l)$ при некоторой начальной температуре Θ_0 промодулировано по закону

$$r_s(l)=r_c+r_m\varphi_s(l), \quad (18)$$

где r_c – постоянная составляющая погонного сопротивления; r_m – максимальное значение переменной составляющей погонного сопротивления,

$$r_c=k\,r_m,\ k=const>1. \quad (19)$$

При линейной зависимости сопротивления термопреобразователя от температуры ($TKC-\alpha$) и превышении

температуры Θ_0 на $\Theta(t)$ для погонного сопротивления можем записать

$$r_{s\Theta}(l) = r_s(l)\left[1 + \alpha\,\Theta(l,t)\right]. \quad (20)$$

Примем $r_{0\Theta}(l) = r_m\left[1 + \alpha\,\Theta(l,t)\right]$, (21)

$$r_{s\Theta}(l) = \left[r_c + r_m\varphi_s(l)\right]\left[1 + \alpha\Theta(l,t)\right]. \quad (22)$$

При питании s-го провода током $I_s(t)$ выделяемая на проводе локальная мгновенная мощность $p(l,t)$ составит

$$p_s(l,t) = I_s^2(t)\left[1 + \alpha\Theta(l,t)\right]\left[r_c + r_m\varphi_s(l)\right]. \quad (23)$$

Учитывая, что локальная мощность n проводов суммируется, локальная мгновенная мощность на кабеле будет

$$P(l,t) = \left[1 + \alpha\Theta(l,t)\right]\left[r_c\sum_{s=0}^{n-1} I_s^2(t) + r_m\sum_{s=0}^{n-1} I_s^2(t)\varphi_s(l)\right] = \left[1 + \alpha\Theta(l,t)\right]P^*(l,t). \quad (24)$$

Уравнение теплового баланса для локального участка (считаем его сосредоточенным) i-го измерительного кабеля будет иметь вид

$$\left[1 + \alpha\Theta_i(l,t)\right]P_i^*(l,t) = \left[\Theta_i(l,t) - \Theta_c(l,t)\right]\alpha_c(l,t)\,SL^{-1} + \Theta_i'(l,t)\,m_i c_i \cdot L^{-1}. \quad (25)$$

Поскольку α известен и постоянен, то

$$\Theta_i(l,t) = \sum_{s}^{n-1} a_{is}(t)\varphi_{is}(l), \quad (26)$$

где $a_{is}(t) = \dfrac{R_{s\Theta}(t) - R_{0\Theta}(t)}{\alpha R_m}$, $R_m = r_m L$, L – длина кабеля, $R_{is\Theta}$ – сопротивление s-го провода i-го кабеля при температуре $\Theta \neq \Theta_0$, $\varphi_{is}(l)$ – s-ая орта базиса для i-го кабеля, то выражение (26) по смыслу эквивалентно уравнению (1). Поэтому при использовании трех измерительных кабелей, по аналогии с сосредоточенными датчиками, можно для двух пар датчиков написать уравнения типа (2) – (5).

$$\Theta_c(l,t) = \frac{\Theta_2(l,t)\left\{\left[1+\alpha\Theta_1(l,t)\right]P_1^*(l,t) - m_1c_1L^{-1}\Theta_1'(l,t)\right\} - \Theta_1(l,t)\left[1+\alpha\Theta_2(l,t)\right]P_2^*(l,t) - m_2c_2L^{-1}\Theta_2'(l,t)}{\left\{\left[1+\alpha\Theta_1(l,t)P_1^*(l,t)\right] - m_1c_1L^{-1}\Theta_1'(l,t)\right\} - \left\{\left[1+\alpha\Theta_2(l,t)P_2^*(l,t)\right] - m_2c_2L^{-1}\Theta_2'(l,t)\right\}}, \quad (27)$$

$$\alpha_c(l,t)SL^{-1} = \frac{\left[1+\alpha\Theta_2(l,t)\right]P_2^*(l,t) - m_2c_2L^{-1}\Theta_2'(l,t) - \left[1+\alpha\Theta_1(l,t)\right]P_1^*(l,t) - m_1c_1L^{-1}\Theta_1'(l,t)}{\Theta_2(l,t) - \Theta_1(l,t)}, \quad (28)$$

$$\Theta_c(l,t) = \frac{\Theta_3(l,t)\left\{\left[1+\alpha\Theta_1(l,t)\right]P_1^*(l,t) - m_1c_1L^{-1}\Theta_1'(l,t)\right\} - \Theta_1(l,t)\left\{\left[1+\alpha\Theta_3(l,t)\right]P_3^*(l,t) - m_3c_3L^{-1}\Theta_3'(l,t)\right\}}{\left\{\left[1+\alpha\Theta_1(l,t)P_1^*(l,t)\right] - m_1c_1L^{-1}\Theta_1'(l,t)\right\} - \left\{\left[1+\alpha\Theta_3(l,t)P_3^*(l,t)\right] - m_3c_3L^{-1}\Theta_3'(l,t)\right\}}, \quad (29)$$

$$\alpha_c(l,t)SL^{-1} = \frac{\left\{\left[1+\alpha\Theta_3(l,t)\right]P_3^*(l,t) - m_3c_3L^{-1}\Theta_3'(l,t)\right\} - \left\{\left[1+\alpha\Theta_1(l,t)\right]P_1^*(l,t) - m_1c_1L^{-1}\Theta_1'(l,t)\right\}}{\Theta_3(l,t) - \Theta_1(l,t)}. \quad (30)$$

Особо рассмотрим выражение для локальной мгновенной выделяемой мощности

$$P_i^*(l,t) = r_c \sum_{s=0}^{n-1} I_{is}^2(t) + r_m \sum_{s=0}^{n-1} I_{is}^2(t)\varphi_s(l) . (31)$$

Из выражения (31) видно, что, манипулируя токами $I_s(t)$ в отдельных проводах, можно сформировать произвольный профиль мгновенной мощности нагрева, в том числе разный на трех соседних участках.

Для СЛАУ параметрически инвариантной системы из трех кабелей по аналогии с выражением (10) получим

$$\left[\Theta_2(l,t) - \Theta_3(l,t)\right]\Theta_1'(l,t)\, m_1 c_1 L^{-1} + \left[\Theta_3(l,t) - \Theta_1(l,t)\right]\Theta_2'(l,t)\, m_2 c_2 L^{-1} +$$

$$+ \left[\Theta_1(l,t) - \Theta_2(l,t)\right]\Theta_3'(l,t)\, m_3 c_3 L^{-1} =$$

$$= \left[1 + \alpha\Theta_1(l,t)\right]P_1^*(l,t)\left[\Theta_3(l,t) - \Theta_2(l,t)\right] + \left[1 + \alpha\Theta_3(l,t)\right]P_2^*(l,t)\left[\Theta_1(l,t) - \Theta_3(l,t)\right] +$$

$$+ \left[1 + \alpha\Theta_3(l,t)\right]P_3^*(l,t)\left[\Theta_2(l,t) - \Theta_1(l,t)\right], \text{ при этом } t = \overline{1,3} . \quad (32)$$

Система (32) рассматривается относительно неизвестных m_1c_1, m_2c_2, m_3c_3.

Вместо трех (или больше) отдельных измерительных кабелей можно использовать три (или больше) соседних участка однородного измерительного кабеля термопрофилемера, на которых параметры среды $\Theta_c(l,t)$ и $\alpha_c(l,t)S$ могут быть приняты одинаковыми.

По аналогии с выражением (12) для погонной теплоемкости mcL^{-1} получим для любого t

$$mcL^{-1} = \frac{\left[1 + \alpha\Theta_1(l,t)\right]P_1^*(l,t)\left[\Theta_3(l,t) - \Theta_2(l,t)\right] + \left[1 + \alpha\Theta_2(l,t)\right]P_2^*(l,t)\left[\Theta_1(l,t) - \Theta_3(l,t)\right] + \left[1 + \alpha\Theta_3(l,t)\right]P_3^*(l,t)\left[\Theta_2(l,t) - \Theta_1(l,t)\right]}{\left[\Theta_2(l,t) - \Theta_3(l,t)\right]\Theta_1'(l,t) + \left[\Theta_3(l,t) - \Theta_1(l,t)\right]\Theta_2'(l,t) + \left[\Theta_1(l,t) - \Theta_2(l,t)\right]\Theta_3'(l,t)} . (33)$$

Далее для восстановления $\Theta_c(l,t)$ и $\alpha_c(l,t)S$ используются формулы (27) – (30).

Заключение. Предложен метод измерения текущей температуры среды и текущего потока теплообмена контактных датчиков температуры со средой, предусматривающий использование m ($m \geq 3$) инерционных датчиков n-го порядка с неизвестными динамическими параметрами, питаемых каждый известной переменной мощностью, измерение температуры датчиков, накопление mn (или более) отсчетов температур датчиков и мощностей нагрева, определение текущих динамических параметров датчиков, восстановление известных ($m-1$) значений текущей температуры и текущего потока теплообмена для накопленных отсчетов.

Метод распространен на распределенные термопрофилемеры, локальные участки которых при этом рассматриваются как сосредоточенные датчики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Азизов А.М., Гордов А.Н.* Точность измерительных преобразователей. – Л: Энергия, 1975. – 256 с.
2. *Гайский В.А., Гайский П.В.* Анализ способов измерения профиля скорости потока термопрофилемерами // Системы контроля окружающей среды. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2001. – С. 7 – 22.
3. *Коротков П.А., Лондон Т.Е.* Динамические контактные измерения тепловых величин. – Л.: Машиностроение. (Ленингр. отд.). – 1974. – 224 с.