

# ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕДИЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПО МНОГОМЕРНОМУ МЕТОДУ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

А.Х.Дегтерев\*, Л.Н.Дегтерева\*\*

\*Морской гидрофизический институт

НАН Украины,

\*\*Севастопольский институт ядерной  
энергии и промышленности

Одной из задач экспедиционных исследований обычно является определение на основе полученных данных каких-либо важных океанологических параметров: градиента концентрации сероводорода[3], коэффициента вертикальной турбулентной диффузии[1], угла наклона изопикн[4]. Как правило, такие задачи решаются путем одномерного анализа данных измерений. При этом отдельные вертикальные профили рассматриваются как независимые ряды наблюдений, по которым рассчитывается значение интересующего параметра. Результирующее значение определяется тогда осреднением полученных оценок. В данной работе предлагается иной подход, основанный на многомерном методе наименьших квадратов. Он является более продуктивным и корректным, так как результаты всех измерений рассматриваются как единая выборка, по которой определяются значения

сразу нескольких океанологических параметров. Кроме того, предложенный метод позволяет рассчитывать доверительные интервалы для оцениваемых параметров с учетом заданного уровня доверия.

Рассмотрим суть метода на примере анализа наблюдений за концентрацией некоторой примеси С. Пусть имеются данные измерений С на полигоне, то есть массив значений С в точках с координатами X и Y(координаты станций) и на разных глубинах Z(горизонт измерения). Будем считать, что С является функцией X,Y и Z, причем интересующие нас величины  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  входят в нее как параметры:

$$C = f(X, Y, Z). \quad (1)$$

В простейшем случае это линейная функция:

$$C = \beta_1 + \beta_2 * X + \beta_3 * Y + \beta_4 * Z. \quad (2)$$

В общем случае задача нередко сводится к линейной либо разложению по степеням координат(при этом X,  $X^2, X^3$  рассматриваются как независимые переменные), либо прямой заменой переменных(члены типа  $e^{-z}$  рассматриваются как новая переменная Z). С учетом зависимости от времени может рассматриваться четырехмерная линейная модель, позволяющая, в частности, оценить параметр  $\beta_5$ , характеризующий зависимость С от времени. Если же съемка на полигоне была

квазисинхронной, то можно ограничиться трехмерной моделью.

Математический аппарат для определения параметров  $\beta_j$  по данным наблюдений над С при известных значениях X, Y и Z хорошо разработан в эконометрии[2]. При этом результат каждого измерения С<sub>i</sub> интерпретируется как сумма оценки С по модели (2) и некоторого случайного возмущения, дисперсия которого  $\sigma^2$  потом также оценивается. Если рассматривать концентрацию примеси как объясняемую переменную в общей линейной эконометрической модели, то точечная оценка вектора коэффициентов В вырежется через данные наблюдений следующим образом:

$$\hat{B} = (X'X)^{-1} X' C, \quad (3)$$

где С - вектор значений концентрации примеси размерности n (n - число измерений в рассматриваемом массиве данных), а X - матрица данных размерности px4, первый столбец которой состоит из единиц, а последующие являются соответствующими векторами значений переменных X, Y и Z. Дисперсия возмущения при этом оценивается по формуле:

$$\sigma^2 = e^T e / (n-5), \quad (4)$$

где е = С - X\*B - вектор отклонений модельных значений от данных измерений. Наконец,

интервальная оценка коэффициентов модели имеет вид:

$$\beta_j = \hat{\beta}_j \pm t_{rp} * \sigma * \sqrt{a_{jj}}, \quad (5)$$

где a<sub>jj</sub> - диагональный элемент матрицы  $(X'X)^{-1}$  и t<sub>rp</sub> - граничное значение t-переменной, определяемое по таблице двухстороннего критерия Стьюдента. Например, для модели вида (2) так можно определить градиент концентрации примеси, три компоненты которого равны  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  и  $\beta_4$  соответственно.

## Литература

1. Анисимов М.В. Метод сопротивления для расчета параметров вертикального турбулентного переноса в придонном слое океана по профилю Rn-222//Океанология, - 1998, т.38, N 3, С.368-373.
2. Джонстон Дж. Эконометрические методы. М.: Статистика, 1980, 446 с.
3. Неретин Л.Н., Демидова Т.П., Волков И.И. Некоторые аспекты пространственной изменчивости поля сероводорода у Северо-Кавказского побережья Черного моря //Океанология, -1997, т.37, N.3, С.365-372.
4. Шулейкин В.В. Физика моря. - М.: Наука, 1968, 1083 с.