ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СТЕНОК БАССЕЙНА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕЙШЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Д.В.Алексеев, Л.В.Черкесов

Морской гидрофизический институт

НАН Украины

г. Севастополь

Капитанская 2

Задание граничных условий, необходимых для решения уравнений динамики океана, нередко является затруднительным в силу отсутствия данных о характеристиках движения жидкости в непосредственной близости от берега или сложности береговой линии.

Несмотря на то, что сами характеристики движения жидкости являются конечными величинами, некоторые их производные могут обращаться в бесконечность при нулевой глубине на границе бассейна. В этих случаях применение методов численного интегрирования дифференциальных уравнений является невозможным.

Обычно, чтобы избежать указанных трудностей, бассейн предполагают ограниченным совокупностью жестких вертикальных стенок, на которых легко сформулировать граничные условия в соответствии с выбранной моделью жидкости. Однако, уменьшение размеров бассейна, связанное с введением вертикальных стенок и изменение граничных условий оказывают влияние на характеристки, описывающие движение жидкости.

В данной работе исследование результатов указанного влияния на характеристики волнового процесса проведено на примере задачи о сейшах в канале с параболическим профилем дна.

1. В работе рассматриваются стоячие колебания жидкости в канале, глубина которого изменяется по параболическому закону [1]

$$h(x)=h_0\left(1-x^2/l^2\right), \qquad (1)$$

где h_0 - есть наибольшая глубина канала, а $2l$ - его ширина. В данном случае уравнения линейной теории длинных волн, описывающие колебания невязкой, однородной, несжимаемой жидкости при наличии силы

Кориолиса допускают решения в виде стоячих волн

$$u = \bar{u}(x)\sin\sigma t$$

$$v = \bar{v}(x)\cos\sigma t, \qquad (2)$$

$$\zeta = \bar{\zeta}(x)\cos\sigma t,$$

Здесь u и v - нормальная и касательная к берегу составляющие скорости жидкости, ζ - отклонение свободной поверхности. Амплитудные функции определяются из следующих соотношений [2]:

$$gh\frac{d^2(h\bar{u})}{dx^2} + (\sigma^2 - f^2)h\bar{u} = 0, \qquad (3)$$

$$\bar{v} = f\bar{u}/\sigma, \qquad (4)$$

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{\sigma}\frac{d(hu)}{dx}. \qquad (5)$$

Аналитическое решение задачи (3)-(5) в виде полиномов степени два и выше, исходя из условия ограниченности нормальной к берегу составляющей скорости, получено в работе [2].

Решение задачи (3)-(5) при наличии жестких вертикальных стенок, положение которых задается уравнениями x=-l_1 и x=l_1 ($l_1 < l$), получено численно. При этом на стенках требовалось выполнение условий непротекания

$$\bar{u}(\pm l_1) = 0, \qquad (6)$$

и, в силу линейности уравнения (3), было принято, что

$$d\bar{u}/dx\big|_{-h} = 1 \ . \qquad (7)$$

Задача (3), (6), (7) является задачей на собственные значения, которые представляют собой частоты рассматриваемого волнового движения. Ее решение проведено методом "пристрелки" с использованием метода Рунге-Кутта для интегрирования дифференциального уравнения (3).

2. В работе рассмотрены каналы шириной 30, 300 и 1200км. Максимальная глубина h_0 каждого из них равна 2км, а параметр Кориолиса соответствует широте 47°. В каждом случае вертикальные стенки последовательно смещались во все более глубоководную область для выявления зависимости характеристик волнового процесса от глубины жидкости у стенки h_1 и ширины канала $2l_1$. Каждый раз поиск частоты осуществлялся в окрестности уже полученного ее значения для канала с большей

шириной в силу предположения о непрерывной зависимости частоты от ширины канала. Для вычисления значений частоты при нулевой глубине жидкости на границах канала использовались аналитические выражения из работы [2].

В таблице представлены результаты вычисления частот первых трех мод при глубинах жидкости у стенок

Таблица. Зависимость частоты σ (1/с) от глубины жидкости у стенки h_1 (м)

$2l$ км	№ моды	h_1 0м	5м	20м	50м	100м
30	1	$1{,}321\cdot10^{-2}$	$1{,}324\cdot10^{-2}$	$1{,}330\cdot10^{-2}$	$1{,}345\cdot10^{-2}$	$1{,}369\cdot10^{-2}$
	2	$2{,}287\cdot10^{-2}$	$2{,}297\cdot10^{-2}$	$2{,}315\cdot10^{-2}$	$2{,}354\cdot10^{-2}$	$2{,}417\cdot10^{-2}$
	3	$3{,}235\cdot10^{-2}$	$3{,}254\cdot10^{-2}$	$3{,}287\cdot10^{-2}$	$3{,}358\cdot10^{-2}$	$3{,}468\cdot10^{-2}$
300	1	$1{,}325\cdot10^{-3}$	$1{,}328\cdot10^{-3}$	$1{,}335\cdot10^{-3}$	$1{,}349\cdot10^{-3}$	$1{,}373\cdot10^{-3}$
	2	$2{,}290\cdot10^{-3}$	$2{,}300\cdot10^{-3}$	$2{,}317\cdot10^{-3}$	$2{,}356\cdot10^{-3}$	$2{,}419\cdot10^{-3}$
	3	$3{,}237\cdot10^{-3}$	$3{,}256\cdot10^{-3}$	$3{,}289\cdot10^{-3}$	$3{,}360\cdot10^{-3}$	$3{,}469\cdot10^{-3}$
1200	1	$3{,}469\cdot10^{-4}$	$3{,}475\cdot10^{-4}$	$3{,}493\cdot10^{-4}$	$3{,}527\cdot10^{-4}$	$3{,}585\cdot10^{-4}$
	2	$5{,}817\cdot10^{-4}$	$5{,}834\cdot10^{-4}$	$5{,}884\cdot10^{-4}$	$5{,}981\cdot10^{-4}$	$6{,}135\cdot10^{-4}$
	3	$8{,}157\cdot10^{-4}$	$8{,}191\cdot10^{-4}$	$8{,}287\cdot10^{-4}$	$8{,}463\cdot10^{-4}$	$8{,}735\cdot10^{-4}$

равных 0, 5, 20, 50 и 100м для каналов шириной 30, 300 и 1200км.

Несовпадение численных и аналитических результатов обусловлено как различием граничных условий, так и различием ширины канала $2l_1$, приводящим к изменению глубины жидкости у стенок. При глубине у стенки равной 5м различие между численным и аналитическим значениями частот третьей моды, имеющее наибольшую величину, для всех трех бассейнов не превышает 0,6% ее численного значения. Из этого следует, что обращение нормальной к стенке компоненты скорости в ноль вместо требования ее ограниченности на границе канала не приводит в рассматриваемом случае к

существенным изменениям частотных характеристик волнового движения.

Перемещение стенок в более глубоководную область приводит к изменению частоты также и за счет уменьшения ширины канала. Заметим, что при этом отношение частоты, полученной численно при данном положении стенок, к частоте, полученной аналитически при отсутствии стенок, становится слабо зависящим от начальной ширины канала $2l$, а является функцией глубины жидкости у стенки или, в рассматриваемых нами случаях каналов с одинаковой максимальной глубиной, функцией относительной ширины l_1/l.

Изменение относительной ширины канала осуществленное до l_1/l=0,975, что соответствует глубине у стенки h_1=100м, приводит к росту частот, по которым, тем не менее, еще можно судить о волновом процессе в канале без стенок. Так, при h_1=100м увеличение частоты первой моды не превышает 4% ее аналитического значения, второй моды - 6%, а третьей моды - 8%. Отсюда видно усиление влияния рассматриваемых факторов с ростом номера моды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретичская гидромеханика: в 2 т.- М.:Гостехиздат. -Т.1.-1955.- 560с.
2. Черкесов Л.В., Иванов В.А., Хартиев С.М. Введение в гидродинамику и теорию волн.- Санкт-Петербург: Гидрометеоиздат, 1992. - 264с.