

СВОБОДНЫЕ ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ В  
ЗАЛИВЕ ПРЮДС  
МОРЯ СОДРУЖЕСТВА

Букатов А.Е., Букатова О.М.,  
Соловей Н.М.

Морской гидрофизический институт  
НАН Украины

99011, г.Севастополь, ул. Капитанская, 2  
*ocean@alpha.mhi.iuf.net*

На основе линейной теории внутренних волн в непрерывно стратифицированной идеальной несжимаемой жидкости конечной глубины разностным методом решения краевой задачи для амплитуд вертикальных волновых мод исследованы свободные внутренние волны в заливе Прюдс моря Содружества по гидрологическим характеристикам, полученным во время Четырнадцатой Советской антарктической экспедиции.

1.Проведем теоретический анализ фазовой структуры и вертикального распределения свободных внутренних волн в заливе Прюдс моря Содружества по гидрологическим характеристикам, полученным во время Четырнадцатой Советской антарктической экспедиции[1]. Будем исходить из системы линейных уравнений движения непрерывно стратифицированной несжимаемой жидкости [2] конечной постоянной глубины

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} - g \frac{\rho}{\rho_0} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

с граничными условиями

$$\rho_0 g \zeta + p = 0, \quad w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (2)$$

на свободной поверхности ( $z = 0$ ) и

$$w = 0 \quad (3)$$

на дне ( $z = H$ ).

Здесь  $u, v, w$  - составляющие вектора скорости волнового возмущения;  $g$  - ускорение свободного падения;  $p$  и  $\rho$  - динамические добавки давления и плотности жидкости;  $\rho_0 = \rho_0(z)$  - плотность жидкости в невозмущенном состоянии;  $\zeta$  - возвышение свободной поверхности жидкости;  $H$  - глубина бассейна; ось  $z$  направлена вертикально вниз. Начало координат выбрано на невозмущенной поверхности бассейна.

Отыскивая периодические по времени  $t$  и горизонтальным координатам  $x, y$  решения вида

$$\{u, v, w\} = \{U(z), V(z), W(z)\} \exp i\Theta$$

$$\{p, \rho, \zeta\} = \{P(z), R(z), Z(z)\} \exp i\Theta$$

$$\Theta = mx + ny - \sigma t$$

и используя приближения Буссинеска и твердой крышки, из (1)-(3) получим краевую задачу типа Штурма - Леувилля

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + (\Lambda N^2 - k^2)W = 0 \quad (4)$$

$$W(H) = W(0) = 0 \quad (5)$$

где

$$N^2(z) = g \frac{\rho'_0}{\rho_0}, \quad \Lambda = (k/\sigma)^2, \quad k^2 = m^2 + n^2$$

а штрих означает производную по  $z$ .

Для численного решения задачи (4)-(5) строилась ее конечно-разностная ап-

проксимация на сетке неравноотстоящих узлов  $z_0, z_i = z_{i-1} + h_{i-1}$  с шагом  $h_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n+1$ ), соответствующим расстоянию между горизонтами гидрологических наблюдений. Полученная система алгебраических уравнений решалась методом, основанным на непосредственном решении характеристического уравнения для ее матрицы [3]. При этом использовались данные стандартных измерений плотности на гидрологических станциях 1025, 1033, 1049 перед входом в залив в точках с координатами  $66^\circ 28'$  ю.ш.,  $73^\circ 07'$  в.д.;  $66^\circ 30'$  ю.ш.,  $76^\circ 03'$  в.д.;  $66^\circ 32'$  ю.ш.,  $78^\circ 05'$  в.д. и станциях 1031, 1037, 1044, располагавшихся в направлении оси залива в глубь его акватории в точках с координатами  $66^\circ 56'$  ю.ш.,  $74^\circ 10'$  в.д.;  $68^\circ 31'$  ю.ш.,  $74^\circ 00'$  в.д.;  $69^\circ 33'$  ю.ш.,  $74^\circ 05'$  в.д. Глубина залива в районах станций, разнесенных по широте, составляла 1640 м, 2280 м, 980 м, а разнесенных по долготе, примерно 700 м, 705 м, 715 м соответственно. Вертикальные профили частоты Брента – Вьясяля  $N(z)$ , построенные по натурным измерениям  $\rho_0(z)$  в указанных районах, приведены на рис.1,2. Тонкие, жирные и пунктирные линии на рис.1 характеризуют  $N(z)$  для станций 1025, 1033, 1049, а на рис.2 – для станций 1031, 1037, 1044. Ниже указанных глубин величина  $N(z)$  практически постоянна (рис.2) или приближается к нулю (рис.1). Для станций, расположенных вдоль долготы, вычисления по разностной схеме производились до дна, а для станций у входа в залив только до глубины  $z^* = 750$  м. При  $z = z^*$  производилась стыковка разностного  $\tilde{W}(z)$  в области  $0 \leq z \leq z^*$  и аналитического

$$W(z) = \tilde{W}(z) \frac{\sinh k(z-H)}{\sinh k(z^*-H)}$$

для  $z^* \leq z \leq H$  решений. Расчеты выполнялись для волновых чисел  $k(\text{м}^{-1})$  из диапазона  $10^{-4} \leq k \leq 10^{-3}$  с учетом нормировки величин  $W_j$ , где  $j$  - номер моды внутренних волн, в соответствии с условием

$$\int_0^H N^2(z) W_j(k, z) W_i(k, z) dz = g^2 H \delta_{j,i},$$

$\delta_{j,i}$  - символ Кронекера.

Анализ полученных результатов показал, что дисперсионная зависимость  $\sigma(k)$  в районах всех гидрологических станций близка к линейной для каждой из рассмотренных четырех низших мод. С увеличением периода колебаний (длины волны моды) отличия дисперсионных зависимостей фиксированной моды для гидрологических условий рассмотренных станций убывают. Это иллюстрируют графики на рис.3,4, где приведены линии  $\sigma(k)$  для первой моды. Жирные, тонкие и пунктирные линии на рис.3 отвечают станциям 1033, 1025, 1049, а на рис.4 станциям 1037, 1031, 1044. Отличаются друг от друга и распределения вертикальной составляющей скорости внутренних волн заданной моды  $W_j$  ( $j=1, 2, 3, 4$ ) по глубине в районах рассмотренных станций. Структуру вертикальной составляющей скорости по  $z$  первой  $W_1$  и второй  $W_2$  мод внутренних волн иллюстрируют графики на рис.5,6 для станций 1025, 1033, 1049 и рис.7,8 для станций 1037, 1031, 1044. Они получены при  $k = 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ . Периоды колебаний (в часах), соответствующие такому значению волнового числа, приведены в

табл. 1 для каждой из рассмотренных станций. Обозначения на рис.5,6 и на рис. 7,8 такие же, как на рис.3 и рис.4. Ниже указанных на рис.5,6 горизонтов  $W_1$  и  $W_2$  практически линейно затухают с глубиной.

Таблица 1.

№ моды		1	2	3	4
№ станции	1025	2.18	3.48	5.8	8.7
	1033	2.49	3.48	5.8	8.7
	1049	1.93	4.37	5.8	8.7
	1031	2.9	5.8	8.7	8.7
	1037	3.48	5.8	8.7	17.4
	1044	2.18	4.35	5.8	8.7

Видно, что значительные отличия в распределениях  $W_j(z)$  для различных станций касаются глубины залегания максимального значения вертикальной составляющей скорости. Для большей наглядности в табл.2 приведены глубины (в метрах) достижения максимальных значений каждой из  $W_j(z)$ ,  $j=1, 2, 3, 4$ .

Таблица 2

№ моды		1	2	3	4
№ станции	1031	100	250	300	500
		1.00	1.00	1.00	1.00
	1037	250	400	150	200
		1.66	1.41	0.58	1.68
	1044	250	400	400	400
		1.15	0.89	0.68	0.78
1025	250	500	150	250	
	1.02	1.15	0.51	1.54	
1033	250	400	500	200	
	0.91	1.12	0.45	0.59	
1049	100	500	500	500	
	0.8	1.50	0.33	1.05	

Даны также (нижняя строка) и значения отношений величин максимумов в районах рассмотренных гидрологических

станций к максимуму, достигаемому у станции 1031.

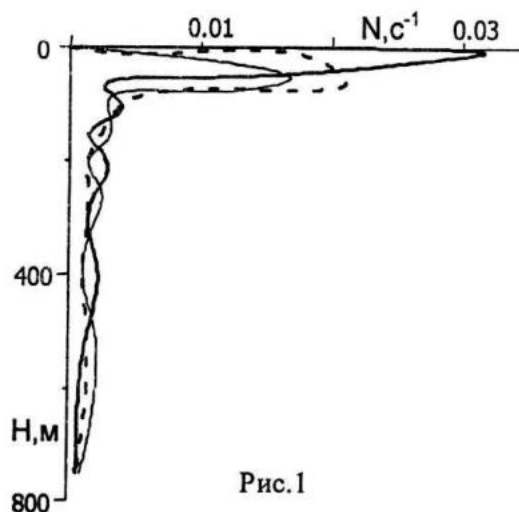


Рис. 1

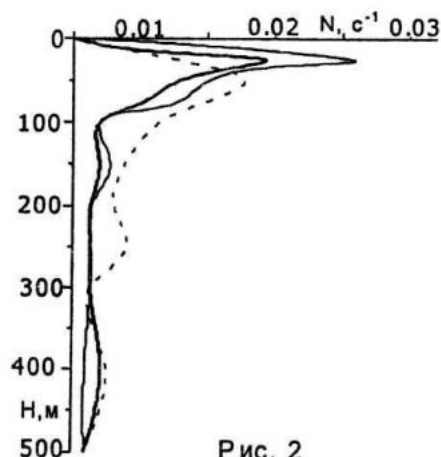


Рис. 2

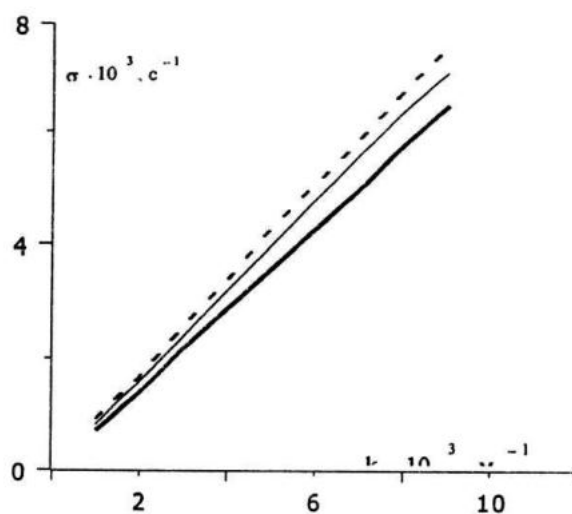


Рис. 3

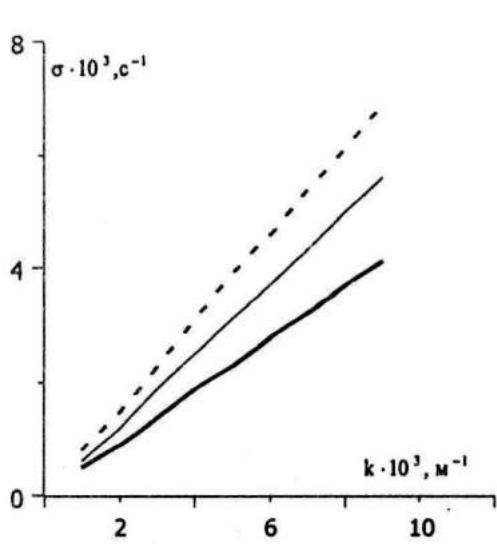


Рис. 4

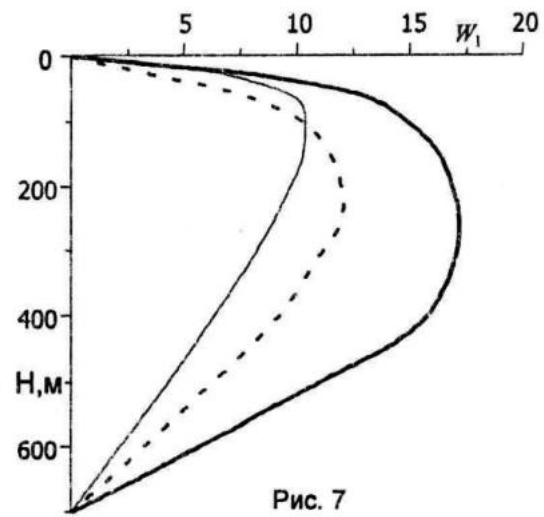


Рис. 7

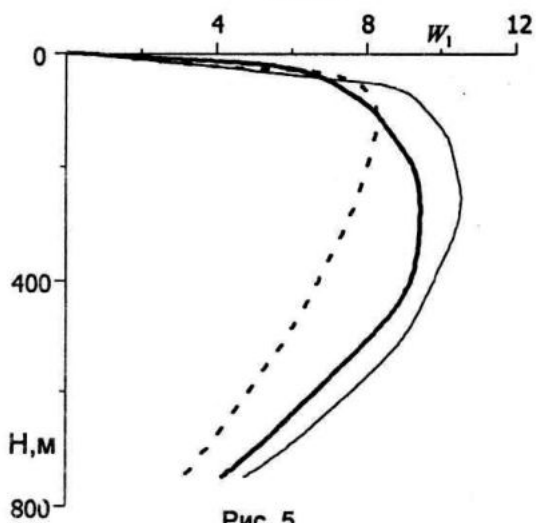


Рис. 5

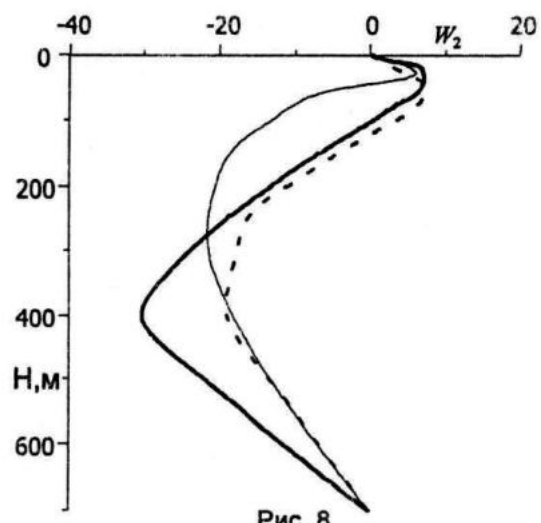


Рис. 8

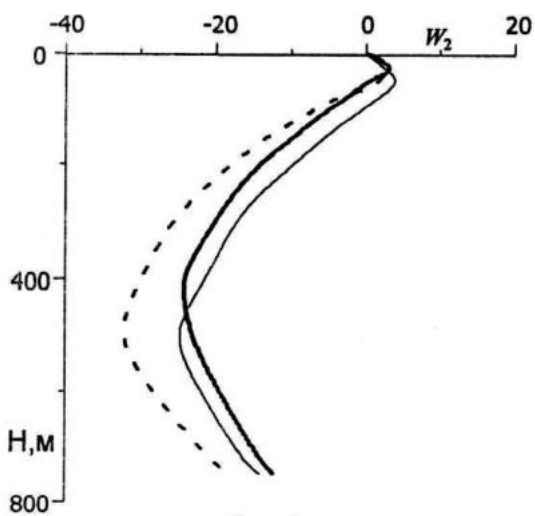


Рис. 6

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Труды Советской антарктической экспедиции / Под. ред. Корнилова Н.А. - Л.: Гидрометеиздат, 1971. - т.57. - 276с.
2. Краусс В. Внутренние волны. - Л.: Гидрометеиздат, 1968. - 272с.
3. Гриценко В.А., Красицкий В.П. Об одном способе расчета дисперсионных соотношений и собственных функций внутренних волн в океане по данным натурных измерений // Океанология. - 1982. - т.22, вып.4. - С.546 - 549.