ВНУТРЕННИЙ ПРИЛИВ НАД ПРОТЯЖЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ РЕЛЬЕФА ДНА

С.В. Довгая , Л.В.Черкесов
Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г.Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail:oaoi@alpha.mhi.iuf.net

Математическое моделирование волновых процессов в зонах протяженных неоднородностей рельефа дна представляет собой важную научную задачу. Многими учеными исследованы волновые движения, возникающие при набегании баротропного прилива на протяженные неоднородности рельефа дна [1-6].

Однако в реальных океанических условиях имеет место и набегание бароклинных приливов на протяженные хребты и шельфы. В настоящей работе в рамках линейной теории длинных волн в жидкости со скачком плотности предпринята попытка изучить трансформацию внутренних и генерацию поверхностных волн бароклинным приливом над протяженным океаническим хребтом, рельеф которого приближен к реальному.

Рассмотрим неограниченный в горизонтальных направлениях бассейн, заполненный двухслойной жидкостью. Верхний слой имеет плотность ρ_1 и постоянную глубину h_1 , нижний слой плотность ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$) и переменную глубину. В областях 1 ($x < -l_1$) и 3 ($x > l_2$) глубина бассейна постоянна ($H_1 = h_1+h_2$, $H_3=h_1+h_4$ соответственно), в области 2 ($-l_1 \le x \le l_2$) – глубина переменная ($H_2=h_1+h_3(x)$) . В первой области под углом α к оси x распространяется бароклинная волна вида:

$$\zeta = D\exp\left[\ i\,(k_2 x + ny - \sigma t)\ \right]. \qquad (1)$$

Определим вид волновых движений в районе до хребта и за ним.

Будем предполагать жидкость невязкой, а волновые возмущения малыми. Тогда в рамках линейной теории длинных волн система уравнений, описывающих движение жидкости в области $x < -l_1$, принимает вид [7]:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - fv_1 = -g\frac{\partial \zeta_1}{\partial x}, \frac{\partial v_1}{\partial t} + fu_1 = -g\frac{\partial \zeta_1}{\partial y},$$

$$h_1\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}\right) = \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} - \frac{\partial \zeta_1}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} - fv_2 = -g\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + \frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}\frac{\partial \zeta_2}{\partial x}\right), \qquad (2)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + fu_2 = -g\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{\partial \zeta_1}{\partial y} + \frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}\frac{\partial \zeta_2}{\partial y}\right),$$

$$\frac{\partial(h_2 u_2)}{\partial x} + h_2\frac{\partial v_2}{\partial y} = -\frac{\partial \zeta_2}{\partial t}.$$

В областях 2 и 3 система имеет такой же вид с заменой h_2 на h_3 и h_4 соответственно. Индекс 1 у u, v и ζ относится к верхнему слою , индекс 2 - к нижнему.

Так как набегающая волна периодическая и коэффициенты в системе уравнений (2) от t и y не зависят , то решение можно искать в виде периодических функций времени t и координаты y :

$$\{\zeta_j, u_j, v_j\} = \{\bar{\zeta}_j, \bar{u}_j, \bar{v}_j\}(x)\times$$
$$\times\exp\left[i(ny - \sigma t)\right]. \qquad (3)$$

Подставляя (3) в (2), имеем (здесь и далее у ζ_j, u_j, v_j $(j = 1,2)$ черта сверху опущена) такое уравнение для определения ζ_1 во второй области :

$$\frac{d^4\zeta_1}{dx^4} + L_3\frac{d^3\zeta_1}{dx^3} + L_2\frac{d^2\zeta_1}{dx^2} +$$

$$+ L_1\frac{d\zeta_1}{dx} + L_0\zeta_1 = 0, \qquad (4)$$

где L_0, L_1, L_2, L_3 - неизвестные функции. Решая уравнение (4) и соответствующие уравнения для определения ζ_1 в первой и третьей областях (т.е. в областях постоянных глубин) и учитывая, что для $x > l_2$ нет отраженных волн, находим

$$\zeta_1(x) = \begin{cases} B_1\exp(-ik_1x) + D_1\exp(ik_2x) + \\ + C_1\exp(-ik_2x),\ x < -l_1; \\ A_2\varphi_1(x) + B_2\varphi_2(x) + C_2\varphi_3(x) + \\ + D_2\varphi_4(x),\ -l_1 \le x \le l_2; \\ A_3\exp(ik_5x) + C_3\exp(ik_6x),\ x > l_2. \end{cases} \qquad (5)$$

Здесь

$$k_2 = k_{12}\cos\alpha, n = k_{12}\sin\alpha, k_1^2 = k_{11}^2 - n^2,$$

$$k_5^2 = k_{31}^2 - n^2, k_6^2 = k_{32}^2 - n^2,$$

$$k_{1j}^2 = \frac{H_1(\sigma^2 - f^2)}{2g\varepsilon h_1(H_1 - h_1)} \times$$

$$\times\left[1 + (-1)^j\sqrt{1 - \frac{4\varepsilon h_1(H_1 - h_1)}{H_1^2}}\right], \qquad (6)$$

$$k_{3j}^2 = \frac{H_3(\sigma^2 - f^2)}{2g\varepsilon h_1(H_3 - h_1)} \times$$

$$\times\left[1 + (-1)^j\sqrt{1 - \frac{4\varepsilon h_1(H_3 - h_1)}{H_3^2}}\right], (j = 1,2).$$

В выражении (5) B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, D_2, A_3, C_3 – произвольные постоянные, $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x), \varphi_4(x)$ – фундаментальная система решений уравнения (4), которую находим численно. Для определения восьми произвольных постоянных (D_1 - амплитуда набегающей внутренней волны на свободной поверхности считается известной) меем восемь алгебраических уравнений, представляющих собой условия непрерывности возвышений и потоков жидкости на границах областей $(x = -l_1, x = l_2)$. Решая численно эту систему алгебраических уравнений, находим амплитуды волн и волновых скоростей.

Из (5) и (6) следует, что вид генерируемых баротропных волн в областях $x < -l_1$ и $x > l_2$, а также трансформируемой внутренней волны в области за хребтом ($x > l_2$) существенно зависит от параметров модели H_1, H_3, h_1 и ε. Так для отраженной поверхностной волны (ОПВ), прошедшей поверхностной волны (ППВ), прошедшей внутренней волны (ПВВ) существуют критические значения угла набегания, которые определяют возможные типы волновых движений при $|\alpha| \le \alpha_{кр}$ и $|\alpha| > \alpha_{кр}$. Для ОПВ -

$$|\alpha_{кр}| = \arcsin\left(\sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - d_1}}{1 + \sqrt{1 - d_1}}}\right),$$

для ППВ -

$$|\alpha_{кр}| = \arcsin\left(\sqrt{\frac{H_3(H_1 - h_1)(1 - \sqrt{1 - d_3})}{H_1(H_3 - h_1)(1 + \sqrt{1 - d_1})}}\right),$$

для ПВВ -

$$|\alpha_{кр}| = \arcsin\left(\sqrt{\frac{H_3(H_1 - h_1)(1 + \sqrt{1 - d_3})}{H_1(H_3 - h_1)(1 + \sqrt{1 - d_1})}}\right),$$

где

$$d_1 = \frac{4\varepsilon h_1 (H_1 - h_1)}{H_1^2},$$

$$d_3 = \frac{4\varepsilon h_1 (H_3 - h_1)}{H_3^2}.$$

Исследования проводились для таких значений исходных параметров:

$$H_1 = 3 \cdot 10^3 \text{ м}, H_3 = 4 \cdot 10^3 \text{ м},$$
$$h_1 = 8 \cdot 10^2 \text{ м}, \varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}.$$

Получено, что для прошедшей внутренней волны $|\alpha_{кр}| = 73{,}2^0$, для отраженной поверхностной волны – $|\alpha_{кр}| = 0{,}8^0$ и для прошедшей поверхностной волны – $|\alpha_{кр}| = 0{,}7^0$. Таким образом прошедшая внутренняя волна захватывается (т.е. волна за хребтом распространяется вдоль оси y, а ее амплитуда в направлении оси x экспоненциально убывает) в диапазонах углов набегания $-90^0 < \alpha < -73{,}2^0$ и $73{,}2^0 < \alpha < 90^0$, при $-73{,}2^0 \le \alpha \le 73{,}2^0$ происходит преломление волны. Что же касается генерируемых баротропных волн, то преломление их происходит в небольшой окрестности нормального падения прилива, при всех остальных углах набегания происходит захват баротропных волн.

Сравнивая полученные результаты с результатами счета для набегания баротропного прилива [8,9] при таких же значениях исходных параметров, можно заключить, что генерируемые отраженные поверхностные волны до неровности дна и трансформируемые прошедшие внутренние волны за неровностью захватываются только в случае набегания бароклинного прилива. Что же касается поверхностных волн за хребтом, то они захватываются как при баротропных, так и при бароклинных приливах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Baines P.G.* The generation of internal tides by flatbump topography//Deep-Sea Res.-1973.-20,N2.-P.179-206.

2. *Sandstrom H.* On topographic generation and coupling of internal waves// Geophys.Fluid.Dyn.-1976.-7.-P.271-297.

3. *Власенко В.И., Черкесов Л.В.* Генерация внутреннего прилива над материковым склоном // Морской гидрофизический журнал .-1987.-N5.-С.3-8.

4. *Buchwald V.T.* Long waves on oceanic ridges// Proc.Roy.Soc.-1969.-A.-308.-P.343-354.

5. *Show R.P. and New W.* Long-wave trapping by oceanic ridges// J. Phys. Oceanogr.-1981. - 11, N10. - P.1334-1344.

6. *Бабий М.В., Черкесов Л.В.* Генерация внутренних волн баротропной волной в области океанического хребта // Докл. АН УССР . Сер .А . - 1982. -4, N9.-С.49-52.

7. *Черкесов Л.В., Иванов В.А., Хартиев С.М.* Введение в гидродинамику и теорию волн.- С.-Пб.: Гидрометеоиздат, 1992. - 264 С.

8. *Довгая С.В., Черкесов Л.В.* Генерация внутренних волн баротропным приливом в районе океанического хребта // Морской гидрофизический журнал.-1991. - N 5.-С.3-8.

9. *Довгая С.В. Черкесов Л.В.* Исследование внутренних волн, генерируемых суточным баротропным приливом в области океанического хребта//Морской гидрофизический журнал. - 1993.- N4.-С.3-12.