АНИЗОТРОПНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ ПРИМЕСИ В ВОДЕ

Н.Н.Синицына

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: ocean@alpha.mhi.iuf.net

Рассматривается возможность решения задачи расчета коэффициентов турбулентной диффузии примеси через скорость движения линии фронта границы пятна или облака примеси. Для определения детерминированных траекторий частиц структуры примеси использовался численный метод моделирования частицами Computing by particle

Проблема поиска коэффициентов турбулентной диффузии примеси в воде всегда актуальна, так как нет и не может быть никакой аналитической теории, дающей точную формулировку их расчета.

Один из простейших методов нахождения коэффициента турбулентной диффузии примеси предлагается в [4], где авторы полагают его пропорциональным скорости движения фронта диффузного пятна примеси в воде p и характерному масштабу явления l:

$$K = 1/2\ p\ l,$$

Авторы упомянутой монографии приводят еще две возможных эквивалентных оценки коэффициента турбулентной диффузии примеси в воде:

его эквивалентная временная зависимость -

$$K_{x,y} = 1/2\ p^2\ t$$

и при пренебрежении анизотропией процессов диффузии и наличии степенной зависимости коэффициентов от масштаба явления -

$$K = \alpha\ l^n,$$

где $n = 0 \div 4/3$.

Мы в дальнейшем выберем первую из упомянутых зависимостей.

Основной задачей при поиске коэффициентов турбулентной диффузии примеси является определение самой области диффундирующего пятна (облака) частиц.

В научной литературе эта оценка встречается редко. Экспериментальные работы выполнялись в ИнБЮМе НАНУ [7], на Дальнем Востоке[1], в Высокогорном геофизическом ин-те в Грузии [10]. Диффузионный фронт в [8] описан как фрактальная структура, зависящая от источника и изолирующих его узлов, образующих конечную область, ограничивающую процесс.

При рассмотрении задачи о диффузии распространяющегося пятна в воде, как правило, затрагивается параметр, характеризующий концентрацию, как атрибут, описывающий примесь. Обычно концентрация является некоторой средней величиной по выделенному объему жидкости. В частности, так называемая счетная концентрация равна общему числу частиц на рассматриваемый объем:

$$n = N / V$$

Этот объем исчисляется огромными величинами, так как связан с большим шагом по горизонтали. И если по вертикали условный шаг мы можем взять до 10 м, то по горизонтали - 1000 м. То есть элементарный объем равен 1000 х 1000 х 10 = 10^7 куб. м.= 0,01 куб. км. А для расчета концентрации требуется несколько элементарных ячеек, то объем уже увеличивается до 0,1 куб. км. Деструктуризация же примеси происходит на масштабах: 0,1м; 1м; 10м; если речь идет о разливе нефти - до 100м. Поэтому в природной воде, в частности в морской, концентрация считается достаточно загадочным способом.

В качестве одного из приближений представим выражение для концентраций частиц в течение конечного времени осаждения взвешенного материала [2]:

$$C \sim k\ \exp\left(-\frac{W}{E}\ z\right),$$

где $k = 1/2\ (1 + \exp(\alpha q t / W_S))$,

$\alpha = 3\ 10^{-7}$;

q – расход.

Расчет [2] пространственно-временной изменчивости концентрации взвешенных наносов в штормовой период показывает заниженные значения концентрации частиц с попыткой объяснения существования конечного времени осаждения взвешенного материала и предположением устранения несоответствия измеренных и расчетных величин введением различных поправок. При этом концентрация пропорциональна скорости оседания частиц пятна (облака) примеси. А скорость оседания, в свою очередь, полагается равной скорости оседания одиночной частицы, но умножается на коэффициент, зависящий от концентрации. Что также лишено оснований при масштабах менее одного метра.

В уже упомянутой монографии [4], при моделировании процессов самоочищения вод шельфовой зоны моря в схеме развития термохалинной структуры и динамики вод, оказывающих превалирующее влияние на распространение загрязняющих веществ, в пределах участков 100 x 20 миль (что тоже значительно больше вышеприведенных масштабов процессов деструктуризации примеси) для описания процессов распространения примесей использовалось полуэмпирическое уравнение турбулентной диффузии:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} = K_x(t)\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_y(t)\frac{\partial^2 C}{\partial y^2},$$

где C - концентрация примеси;
u - скорость течения;
$K_x(t)$, $K_y(t)$ - коэффициенты турбулентной диффузии.

Но исходя из самых общих посылок здравого смысла такого рода оценки и непространственные уравнения (не трехмерные) становятся негодными для условий прибрежной зоны, тем более для зон заплеска.

Отказавшись от посылок макромасштаба и переходя на более мелкие пространственные масштабы опишем диффузное пятно как движение совокупности частиц. Сделаем предположение, что частицы посредством жидкости взаимодействуют между собой, тогда можно применить теорию, разработанную Бэтчелором [3] и Струминским [6]. Также используем метод моделирования частицами Хокни, Иствуда [9], требующий разделения сплошной среды на отдельные объекты (поток становится двухфазным), которые взаимодействуют между собой в поле потенциальных сил, или же сами вызывают появление таковых полей:

$$\vec{F} = -\nabla\Psi$$

Поле силы, как и поле потенциальной энергии заполняет собой все пространство. Поле потенциальных сил связано с распределением источников посредством уравнения поля. По теории потенциала поле давлений является решением уравнения Лапласа:

$$\Delta p = 0,$$

возникающее после операции дивергенции к ползущим уравнениям Стокса:

$$\nabla p = \mu\,\Delta\vec{V} \qquad \nabla \bullet \vec{V} = 0$$

При этом число Рейнольдса $Re = \rho \bullet U \bullet a/\mu$,
a - радиус частицы, $Re<1$.

Решение уравнения Лапласа представимо в виде:

$$p = \sum p_n$$

Тогда с помощью сферических функций ищем решение неоднородной задачи:

$$\nabla p_n = \mu\,\Delta\vec{V}n_n \qquad \nabla \bullet \vec{V}n_n = 0$$

Но именно эти условия необходимы и достаточны для использования метода частиц в решении данной задачи [5].

С другой стороны, баланс сил, действующих на частицу имеет следующий вид:

$$F_i^{\,k} + f_i^{\,k} = 0,$$

где $F_1^{\,k} = 4/3\,\pi g a^3\,(\rho_p - \rho_w)$ - сила тяжести и выталкивания;
$F_2^{\,k} = F_3^{\,k} = 0$ - внешние силы.

$$f_i^{\,k} = f_i^{\,kU} + \sum_{j\neq k}^{N} f_i^{\,kj}$$

где $f_i^{\,k}$ - гидродинамическая действующая на i-ю частицу сила, состоящая из силы сопротивления $f_i^{\,kU}$ движению в однородном потоке k-й частицы и сил $f_i^{\,kj}$, вызванных возмущением поля скоростей движением каждой частицы из оставшихся (эти силы действуют на k-ю частицу вследствие присутствия j-й частицы и $j\neq k$).

В нашем случае мы имеем непосредственно такие отдельные частицы, взаимодействующие посредством жидкости между собой в потенциальном поле сил тяжести. Тогда, имея зафиксированный в пространстве набор частиц, то есть описанный в координатном пространстве почастично (с заданным номером, координатой, радиусом и плотностью) проследим траектории движения всех частиц и сможем описать движение линии фронта частиц.

Имея векторное поле сил, для определения скорости перемещения частиц примеси интегрируем закон движения:

$$d\vec{V}/dt = \vec{F}.$$

Конкретное положение каждой частицы найдем, интегрируя простое выражение для скорости:

$$d\vec{X}/dt = \vec{V}.$$

Уравнения для скоростей частиц имеют вид

$$V_1^{\,km} = E\,\{ P_m + G_m\,[\sum_{j=1}^{N} Q_1 B_{kj} + \sum_{j=N+1}^{2N} Q_2 B_{kj} + \ldots + \sum_{j=M-N+1}^{M} Q_m B_{kj}]\}$$

$$V_i^{\,km} = H\,[\sum_{j=1}^{N} Q_1 C_{kj} + \sum_{j=N+1}^{2N} Q_2 C_{kj} + \ldots + \sum_{j=M-N+1}^{M} Q_m C_{kj}]\}$$

где $k=\overline{1,N}$; $j=\overline{1,N}$; $i=\overline{2,3}$; $m=\overline{1,M}$ - индекс сортности, N - число частиц каждого сорта (не теряя общности для теоретических расчетов предполагаем одинаковое число частиц каждого сорта); введены следующие коэффициенты:

$E = 1/6\, \pi\mu a$, $P_m = F_m = \gamma_m$ - коэффициент, учитывающий силу тяжести через плотность;

$G = 3/4\, \alpha$, $Q = F^J$, $H = 1/8\pi\mu a$;

$\alpha = a/l$ - отношение характерного радиуса частиц к характерному расстоянию между частицами l ;

$B_{kj} = [\, 1/r_{kj} + (x_1^k - x_1^j) / r_{kj}^3]$ -

координатная функция влияния на процесс перемешивания по вертикали,

$C_{kj} = (x_1^k - x_1^j)(x_i^k - x_i^j) / r_{kj}^3$ -

координатная функция влияния по горизонтали. x - безразмерные координаты частицы, где

$$r_{kj} = [\sum_{i=1}^{3} (x_i^k - x_i^j)^2\,]^{1/2}$$

r_{kj} - расстояние между k-й и j-й частицами. Все величины безразмерны.

Именно эти две функции B_{kj} и C_{kj} показывают взаимосвязь между пространственными переменными и образуют детерминированный процесс турбулентной диффузии примеси.

Вычислительный эксперимент.

Рассмотрим скорость движения кромки пятна (облака). Для этого определяем максимальные охватывающие пятно (проекцию на плоскость) диаметры, проследим за его приращениями в единицу времени.

Имея расчетные формулы в общем виде, будем считать, что диаметр частиц одинаков и плотность материала одна и та же, что и учтем в вычислительной программе.

Расчет движения пятна, или облака частиц произведем по формулам:

$$U_i^k = \frac{1}{6\pi\mu\alpha} \{F_1^k +$$

$$+ \; 3/4\, \alpha \sum_{j=1}^{N} \sum_{s=1}^{3} F_{sj} [\, \delta_{is}/r_{kj} +$$

$$+ \; ((x_1^k - x_1^j)(x_i^k - x_i^j))/r_{kj}^3\,]\},$$

где $k=\overline{1,N}$; $j=\overline{1,N}$; $i=1,2,3$;

Скорость кромки пятна следим по трем основным направлениям: вертикальному и двум горизонтальным.

Рассматривая скорость уширения пятна, введем параметр, равноценный коэффициенту горизонтальной и вертикальной диффузии.

D_g - максимальный охватывающий диаметр облака частиц нижней группы (g - great);

D_l - минимальное расстояние между частицами в группе;

x_{g1} - минимальная абцисса внешних частиц;

x_{g2} - максимальная абцисса внешних частиц;

x_{l1} - минимальная абцисса внутренних частиц;

x_{l2} - максимальная абцисса внутренних частиц;

$\delta D_{gl} = D_g - D_{ll} = p$ - скорость движения фронта частиц; t_n - номер периода счета.

$K_{турб.} = 1/2\, p\, l$, пусть $l = 1$ ед., $\delta t_n = 1$ед.

Тогда $K_{турб.} = \delta D_{gl}$.

Среднее значение такого относительного коэффициента турбулентной диффузии примеси равно 1.61176 для конфигурации частиц, первоначально занимающих вид вертикальной цилиндрической трубки, движущейся вдоль вертикальной оси.

Далее приведем результаты расчетов скорости движения границы пятна примеси $\delta D_{gl} = K_{турб.}$ от времени расчета.

На рис. 1. приведены одновременно увеличения диаметров (б) и сама искомая скорость (а) линии фронта по направлениям X -1), Y - 2) и Z -3). Расчеты показывают, что скорости и, следовательно, коэффициенты турбулентной диффузии примеси имеют анизотропный характер по пространственным направлениям. Если мы будем иметь набор моделей конфигураций облаков (пятен) примеси в воде, то для каждой из них можем подсчитать свои собственные коэффициенты турбулентной диффузии примеси.

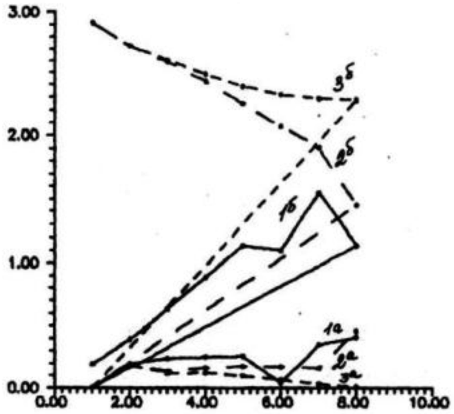

Рисунок 1 - Зависимость скорость движеиия фронта пятна примеси. а) - непосредственно нормированного значения проекции скорости; б) - максимальные значения диаметров пятна по направлениям: 1- по X, 2 - по Y, 3 - по Z.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аникеев В.В., ак. Ильичев В.И., Ярош В.В. Влияние вертикального градиента скорости течений и седиментации на распространение примеси в верхнем слое океана // ДАН СССР, 1992.. N 1, - С. 155-160.

2. Блатов А.С., Иванов В.А. Гидрология и гидродинамика шельфовой зоны Черного моря (на примере Южного берега Крыма) // Киев. 1992. Наукова Думка. – 242 с.

3..Бэтчелор Дж. .Введение в динамику жидкости // М., Мир. 1973.- 760 с.

4. Гольдберг Г.А., Зац В.И., Ациховская Ж.М. и др. // Моделирование процессов самоочищения вод шельфовой зоны моря // ИнБЮМ – Севастополь. 1991.- Л.: Гидрометеоиздат – 232 с.

5. Синицына Н.Н., Численные исследования оседания наносов с учетом гидродинамического взаимодействия // Мор. гидроф. ж., 1997, N 5, -13 с.

6. Струминский В.В. и др.,1987, Проблемы механики неоднородных сред и методы их решения для интенсификации технологичес ких процессов // М.- Препринт - СМНС АН СССР. N 19. - 122 с.

7. Субботин А.А., Зац В.И., Поля примеси в зоне стокового фронта// МГЖ.-1986.-N4,С.25-31

8. Федер Е.. Фракталы // Пер. с англ. М.: Мир.-1991. – 254 с.

9. Хокни, Иствуд . Моделирование с помощью частиц // М.-Мир.-1987. – 516 с.

10. Хоргуани В.Г. О характере и скорости падения системы частиц одинаковых размеров // ФАО, 1966.- т. II, N 4, с. 394-401.