

**ЭКОЛОГО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ
ФИТОПЛАНКТОН – ЗООПЛАНКТОН –
АНЧОУС – СТАВРИДА**

B. C. Латун

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail:lee@alpha.mhi.iuf.net

С учётом экологических условий на северо-западном шельфе Чёрного моря предложена математическая модель системы фитопланктон – кормовой зоопланктон – анчоус – ставрида. Для численного решения поставленной задачи использована неявная конечноразностная схема второго порядка точности. Модель настроена на адекватно устойчивую работу. Показан механизм влияния особенностей питания и кормового таксиса анчоуса, ставриды и нерестового таксиса анчоуса на функционирование системы.

Морская экосистема – это развивающаяся многоуровневая синергетическая система с гомеостатическими свойствами. В функционировании системы определённую роль играют как детерминированные, так и стохастические процессы. Система такой сложности не может быть formalизована с исчерпывающей полнотой, её математический образ способен отразить ограниченное количество реальных процессов и функциональных связей. Поэтому в математической экологии усилия ученых направлены, в основном, на разработку математических моделей выделенных подсистем, предусматривается возможность их дальнейшего развития и агрегирования. Цель данной работы – для экологических условий северо-западной части Чёрного моря предложить эколого-математическую модель системы фитопланктон – зоопланктон – анчоус – ставрида. Включение ставриды в модель потребовало учёта её питания организмами двух трофических уровней и соответствующих составляющих скорости кормового таксиса. Модель является результатом развития ранее разработанной автором модели [11] с использованием результатов работы [2]. В доступных научных изданиях до опубликования работ автора не было каких-

либо сведений о дифференциальных уравнениях для скорости таксиса рыб.

Содержание модели. Модель адаптирована к экологическим условиям акватории 45° – 46° с. ш., 30° – 32.5° в. д. Эта модельная акватория (МА) расположена на северо-западном шельфе Чёрного моря за пределами прибрежного мелководья, фронтальных зон и Основного черноморского течения. Слабое стационарное течение направлено здесь на запад, разной силы нестационарные ветровые течения, в том числе восточные, периодически наблюдаются во все сезоны года. При сравнительно ровном дне средняя глубина МА – 35 м, горизонтальные размеры – 100 км с юга на север и 200 км с запада на восток. С учётом рациона рыб и условий нереста анчоуса на МА процессы питания и таксиса анчоуса и ставриды formalизованы автором в работах [2, 3].

Экологические особенности МА позволяют основные закономерности функционирования системы учесть в пространственно двумерной (горизонтальная плоскость) или даже одномерной (вдоль МА) нестационарной математической модели. Известно, что переход от рассмотрения осредненных по вертикали характеристик к объёмной модели не только значительно усложняет решение подобных задач, но и многократно увеличивает ошибки моделирования [4]. Поскольку все основные характеристики МА сильно изменяются в зональном направлении и слабо – в меридиональном, есть основания продолжить работу с одномерным по пространству вариантом модели, рассматривая зональную изменчивость зависимых переменных, осреднённых по объёму поперечного сечения шириной в шаг вычислительной сетки. При шаге 2 км этот объём равен 7 км^3 , поэтому S-образные трофические функции можно упростить. Более подробное обоснование такой идеализации дано в работах [5, 6], где представлена математическая модель, учитывающая кормовой таксис анчоуса. Развитие этой модели заключалось в дополнительном учёте нерестового таксиса анчоуса. На МА анчоус популяции распределённых речным стоком вод нерестится при солёности 8–10‰ [3]. Потребовалось модифицировать уравнение для скорости таксиса и ввести в задачу уравнение для новой (пятой) зависимой переменной – солёности морской воды. Преемственность разраба-

тываемых моделей означает сохранение конфигурации предыдущего варианта модели при учёте дополнительных факторов, включении в модель новых зависимых переменных и уравнений для имитации соответствующих процессов. Такая тактика развития математических моделей представляется оптимальной ещё и потому, что облегчает анализ относительного влияния различных факторов и процессов на функционирование системы.

Предлагаемая модель является развитием модели [1], система основных уравнений которой расширена включением в неё уравнений для энергетического эквивалента удельной биомассы ставриды и скорости её кормового таксида. Экологические условия на МА и пространственная одномерность нестационарной модели позволили несколько упростить формализацию, разработанную для двумерного случая. Поскольку нет иных сведений, использовано предположение о том, что интенсивность переваривания ставридой копепод и анчоуса одинаковым образом зависит от температуры воды, то есть имеют одинаковый временной ход.

Сохранены основные особенности пространственно-временной изменчивости задаваемых априори течений и удельной продуктивности фитопланктона. При наблюдательно-вычислительном мониторинге состояния экосистемы эти управляющие функции могут быть заменены соответствующими массивами натурных данных, при прогностической направленности модели – соответствующими модельными блоками. В предыдущих вариантах модели количество анчоуса и продолжительность его весеннего хода через границы МА задавались соответствующими начальными и граничными условиями. Ставрида приходит на МА несколько позже и уходит раньше анчоуса. Формулирование адекватных граничных условий и в этом случае не представляет принципиальных трудностей при наличии надёжных данных о сроках миграций и количестве мигрирующих рыб. Поскольку таких данных у нас нет, начальным моментом вычислений по новой модели выбран тот, когда анчоус и ставрида уже зашли на МА и расположились на ней определённым образом. Заканчиваются вычисления перед началом осенней миграции ставриды. Поток биомассы рыб через границы МА принят

равным нулю на всё это время, что позволяет изучить моделируемые процессы в чистом виде.

Структура модели даёт возможность включить в неё гидродинамический блок и вычислять течения по наблюдавшимся или прогнозируемым ветрам. Но для достижения цели данной работы достаточно использовать, как это сделано ранее, правдоподобный сценарий изменчивости синоптических процессов с развитием восточных ветровых течений, вызывающих проникновения распеснённых эвтрофированных вод на МА [1, 7, 8]. Для лучшего приближения к реальности продолжительность каждого из этих нестационарных течений в данной модели уменьшена, их количество – пять – сохранено. Фоновым течением па МА является слабое стационарное течение западного направления.

Через западную границу МА восточные ветровые течения приносят менее солёные, богатые биогенами прибрежной воды и дополнительное количество планктона. Солёность приносимых вод минимальна в начале тёплого сезона (влияние паводков на Днепре и Дунае) и возрастает к концу лета. Горизонтальный турбулентный обмен известным образом зависит от характеристик ветрового течения [5]. Поток биомассы планктона через восточную границу МА принят равным нулю, солёность здесь сохраняет постоянное значение.

Постановка и метод решения задачи. Система основных уравнений представлена в безразмерном масштабированном виде:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -u \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial S}{\partial x} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{q_z a_z F}{Z + \sigma_z} \frac{\partial F}{\partial x} + q_s a_s \overline{\text{sign}}(S_2 - S)[1 - H(S - S_1)H(S_2 - S)] \frac{\partial S}{\partial x} + \lambda_f \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= r_z b_z \frac{G}{Z + \varsigma_z} \frac{\partial Z}{\partial x} + \\ &+ r_z b_z \frac{G}{F + \varsigma_f} \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_g \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} &= pP - c_{\mu z} PZ - M_p - \\ &- u \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial P}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \delta_{pz} c_{pz} PZ - c_{zf} ZF - \\ - c_{zg} ZGI_t - M_z - u \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial Z}{\partial x} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \delta_{zf} c_{zf} ZF - c_{fg} FG I_t - \\ - M_f - U_a \frac{\partial F}{\partial x} + \mu_f \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = (\delta_{zg} c_{zg} Z + \delta_{fg} c_{fg} F) GI_t - \\ - M_g - V_a \frac{\partial G}{\partial x} + \mu_g \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}, \quad (7)$$

Ось $0x$ направлена на восток, её начало расположено на западной границе акватории. В уравнениях (1–7) использованы следующие условные обозначения: $S(x,t)$ – солёность морской воды, $U(x,t)$ и $V(x,t)$ – скорости таксиса анчоуса и ставриды, $U_a(x,t)$ и $V_a(x,t)$ – скорости движения анчоуса и ставриды в неподвижной системе координат, $P(x,t)$, $Z(x,t)$, $F(x,t)$, $G(x,t)$ – энергетические эквиваленты удельной биомассы фитопланктона, кормового зоопланктона, анчоуса и ставриды соответственно, $p(x,t)$ – удельная продуктивность фитопланктона, M_p , M_z , M_f , M_g – элиминация и самолимитирование удельной биомассы соответствующих популяций:

$$M_{(p,z,f,g)} = \sum_{i=1}^3 m_{(p,z,f,g)i} (P, Z, F, G)^i, \quad (8)$$

H – единичная функция Хевисайда, $\overline{sign}(S_2 - S)$ – знак разности ($S_2 - S$), $I_i(t)$ – изменение интенсивности питания ставриды, $u(x,t)$ – суммарная скорость ветрового и фонового течений, $v(x,t)$ – коэффициент горизонтального турбулентного обмена, λ_p , λ_g и μ_f , μ_g – коэффициенты стайной вязкости и стайной диффузии анчоуса и ставриды, q_z , q_f и r_z , r_f – весовые коэффициенты влияния соответствующих факторов на таксис анчоуса и ставриды, c_{pz} , c_{zf} , c_{zg} , c_{fg} и δ_{pz} , δ_{zf} , δ_{zg} , δ_{fg} – константы и передаточные множители трофических функций, σ_z , ζ_z , ζ_f – константы. Вид функций $u(x,t)$ и $p(x,t)$ выбран с учётом экологических условий МА (рисунок 1), функция $v(x,t)$ вычислена по изменчивости скоростей ветра и дрейфового течения.

Начальные и граничные условия:

$$S(x,0) = S_{0l}(x), \quad S(0,t) = S_{0l}(t), \quad S(l,t) = \\ = S_l = \text{const}, \quad U(x,0) = U_{x0}(x), \quad U(0,t) = 0, \\ U(l,t) = 0, \quad V(x,0) = V_{x0}(x), \quad V(0,t) = 0,$$

$$V(l,t) = 0, \quad P(x,0) = P_{x0}(x), \quad P(0,t) = \\ = P_{0l}(t), \quad \partial P(l,t)/\partial x = 0, \quad Z(x,0) = Z_{x0}(x), \\ Z(0,t) = Z_{0l}(t), \quad \partial Z(l,t)/\partial x = 0, \quad F(x,0) = \\ = F_{x0}(x), \quad \partial F(0,t)/\partial x = 0, \quad \partial F(l,t)/\partial x = 0, \\ G(x,0) = G_{x0}(x), \quad \partial G(0,t)/\partial x = 0, \\ \partial G(l,t)/\partial x = 0. \quad (9)$$

На приведенных в статье рисунках отражен конкретный вид заданной временной изменчивости величин S , P , Z на западной границе акватории и начальные распределения всех зависимых переменных.

Поставленная задача решена численно с использованием неявной конечноразностной схемы второго порядка точности по x и t . Полученное решение устойчиво. Процедура безразмерного масштабирования подобных уравнений изложена в работе [5]. Безразмерное масштабирование помогает оценить значения неизвестных параметров, облегчает отладку модели и проведение вычислительных экспериментов.

Вычислительные эксперименты. Устойчивость решения математической задачи является необходимым, но не достаточным условием адекватности разрабатываемой модели реальным экологическим процессам. Модель необходимо адаптировать к экологическим условиям конкретной акватории, настроить на адекватно-устойчивое функционирование. Под адекватной устойчивостью модели мы понимаем её свойство, при вероятном внешнем воздействии на любой компонент системы, сохранять значения остальных компонентов в экологически допустимых пределах. Характерные значения зависимых переменных и заданных функций, а также максимальные диапазоны их изменчивости на МА определены по известным натурным данным с учётом пространственных и временных масштабов модели.

В ходе настройки модели на адекватно-устойчивое функционирование была выполнена оценка значений априори неизвестных параметров. Платой за возможность преодолеть нехватку натурных данных стала большая трудоёмкость этапа адаптации модели к экологическим условиям МА. На этом этапе определена и степень зависимости самолимитирования концентрации организмов от параметров дискретизации независимых переменных. Во время максимального развития ветрового течения влияние самолимити-

рования становится существенным вблизи западной границы МА при $\Delta x \leq 1.0$ км.

Для оптимальной адаптации модели к экологическим условиям МА и её количественной верификации ещё нет некоторых натурных данных. Поэтому приближенная адаптация и оценочно-логическая верификация были проведены путём сравнения результатов вычислительных экспериментов с доступными сведениями о пространственно-временной изменчивости концентраций планктона и рыб. Во всех экспериментах внешние воздействия на систему были вызваны нестационарными восточными ветровыми течениями различной силы и медленным постоянным течением на запад. Течения переносят большее или меньшее количество биогенов, влияя таким образом на удельную продуктивность фитопланктона и перенос планктона через границы МА. Для наглядности результаты основных вычислительных экспериментов представлены в размерном виде.

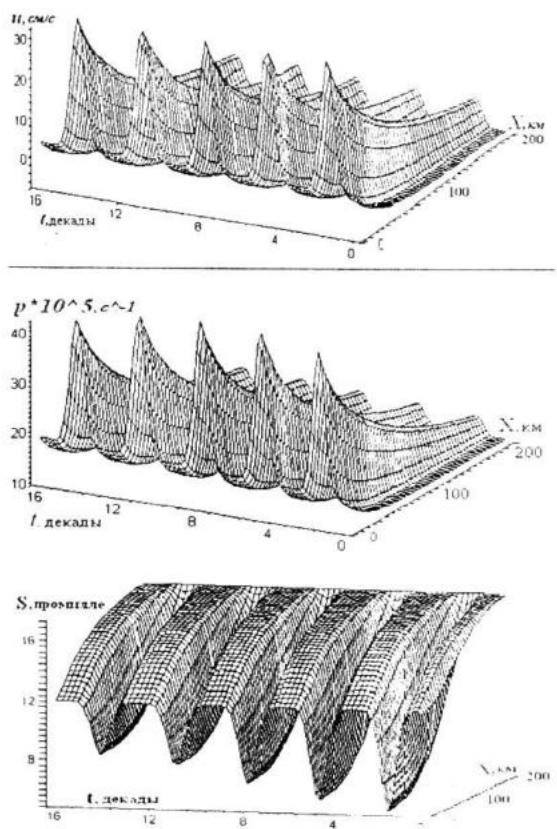


Рисунок 1 – Изменчивость заданных течений (u), удельной продуктивности фитопланктона (p) и вычисленного распределения солёности (S)

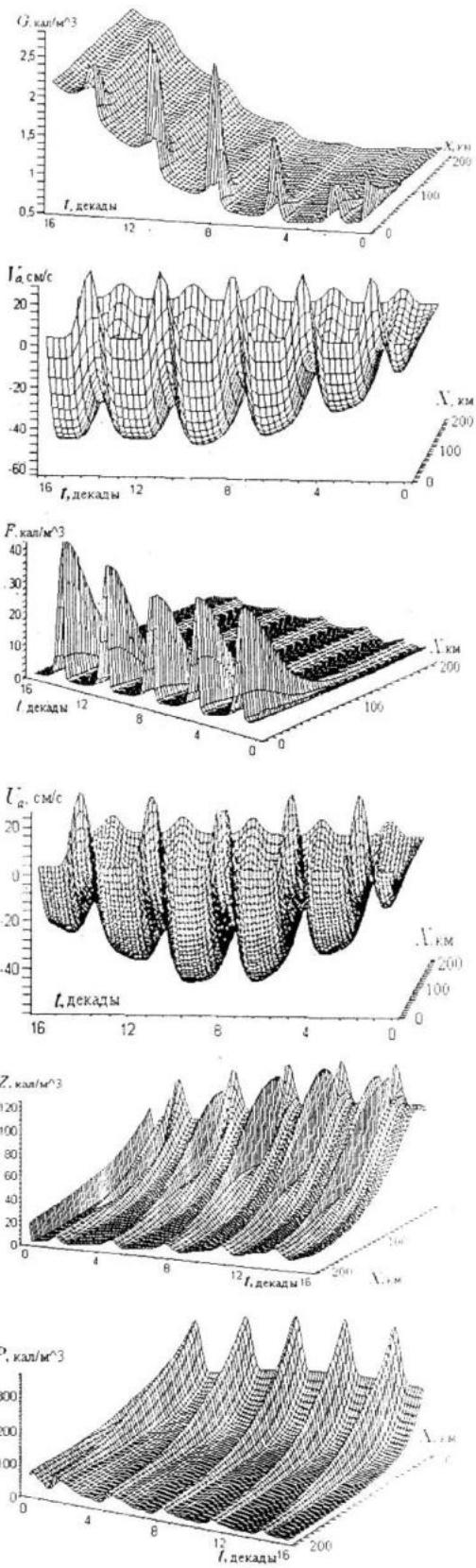


Рисунок 2 – Изменчивость компонентов системы (P, Z, F, G) и скоростей движения рыб (U_a, V_a) при типичных экологических условиях

Результаты вычислительных экспериментов: 1. Модель настроена на адекватно-устойчивую работу в диапазоне возможных изменений экологических условий на МА. 2. Получена правдоподобная картина пространственно-временной изменчивости всех компонентов системы при типичных условиях тёплого сезона (рисунки 1 и 2). 3. Показан механизм влияния особенностей питания и таксиса анчоуса и ставриды на функционирование системы.

Сложные эндогенные процессы связаны с таксисом пелагических рыб – анчоуса и ставриды. Восточные ветровые течения приносят на МА распреднённую, богатую биогенами и планктоном воду. С продвижением течения на восток солёность этих вод увеличивается вследствие перемешивания с окружающими водами, а содержание в них биогенов, продуктивность фитопланктона и концентрация копепод – уменьшаются прежде всего под влиянием потребления биогенов фитопланктом, фитопланктона - копеподами и копепод – рыбами. Анчоус для нагула идёт в места с достаточной концентрацией копепод, для нереста ищет воду солёности 8–10%. Как нерестовый, так и кормовой таксис анчоуса интенсифицируется при каждом поступлении на МА эвтрофированных распредненных вод. На части МА формируются воды с благоприятным для нереста анчоуса диапазоном солености. В начале тёплого сезона размеры нерестилища максимальны, оно расположено на некотором расстоянии от западной границы МА и готовый к нересту анчоус идёт сюда как с востока, так и с запада. Летом объёмы речного стока уменьшаются, соответственно увеличивается солёность прибрежных вод у западной границы МА. Поэтому с каждым новым поступлением прибрежных вод на МА размеры нерестилища уменьшаются, оно смещается на запад. При третьем поступлении распредненных вод нерестилище вплотную приближается к границе МА. Поэтому при четвёртом и пятом развитии восточного ветрового течения нерестовый таксис анчоуса направлен только на запад. Распределение копепод таково, что направления кормового и нерестового таксиса анчоуса в это время совпадают. Если представить, что ставриды на МА вообще нет, к середине лета в западной части МА образуется область максимальных концентраций анчоуса. Присутствие ставриды, особенности её питания и кор-

мового таксиса существенно влияют на пространственно-временную изменчивость всех компонентов системы.

Поскольку на МА ставрида питается и копеподами и, в основном, анчоусом, скорость её кормового таксиса выше скорости таксиса анчоуса и пространственно-временная изменчивость функции $G(x, t)$ выражена рельефнее, чем функции $F(x, t)$. Интенсивность питания ставриды максимальна в середине лета, в это время потребление ею анчоуса и копепод возрастает более чем в два раза. В результате при третьем и четвёртом поступлениях распредненных вод у западной границы МА формируются высокие пики биомассы ставриды, а область максимальных концентраций анчоуса сдвигается в конец тёплого сезона. Уменьшение размеров этой области объясняется уменьшением площади нерестилища (рисунок 2 – F, G).

Кормовой таксис анчоуса и ставриды способствует эффективному использованию ими доступного пищевого ресурса. В менее солёных эвтрофированных водах восточного ветрового течения много кормового зоопланктона, сюда устремляются и анчоус, и ставрида (к копеподам и вслед за анчоусом). Суммарный пресс планктонофагов на копепод велик, о чём свидетельствуют желоба их выедания вдоль гребней функции $Z(x, t)$. Максимальное потребление копепод анчоусом и ставридой происходит вблизи западной границы МА, чем обусловлено появление здесь острых пиков концентрации фитопланктона (рисунок 2 – P, Z).

Когда ветровые течения прекращаются, форма зависимостей $P(x)$ и $Z(x)$ возвращается к фоновой (на новом уровне), а таксис рыб приводит к соответствующему сглаживанию концентраций анчоуса и ставриды на всей площади МА. Рисунки 1 и 2 содержат количественные характеристики взаимосвязей между компонентами моделируемой системы и параметрами сопутствующих процессов таксиса и перераспределения солёности вод МА.

Выводы и заключение. 1. Использование предложенных автором дифференциальных уравнений для энергетического эквивалента удельной биомассы ставриды и составляющих скорости её кормового таксиса позволило сделать очередной шаг в разработке эколого-математической модели системы фитопланктон – зоопланктон – рыба. Модель адаптирована к условиям открытой

мелководной части северо-западного шельфа Чёрного моря и потому учитывает основные составляющие рациона ставриды, которыми являются анчоус и копеподы. 2. Модель системы фитопланктон – кормовой зоопланктон – анчоус – ставрида настроена на адекватно-устойчивую работу в конкретных экологических условиях, что позволяет варьировать начальные и граничные условия, а также параметры изучаемых процессов во всём диапазоне их реальных значений. 3. Пространственно-временная изменчивость компонентов системы на МА в тёплый период года определяется, в основном, двумя процессами. Во-первых, это ветровые течения восточной четверти, выносящие в открытое море распесённые и эвтрофированные речным стоком прибрежные воды. Во-вторых, это активные передвижения анчоуса и ставриды по акватории. Направления интенсивного кормового таксиса анчоуса и ставриды совпадают, но ставрида движется быстрее анчоуса. Кормовой таксис значительно повышает эффективность использования рыбами доступного пищевого ресурса. 4. Нерестовый таксис анчоуса обусловливает уменьшение размеров акватории его максимальных концентраций в течение тёплого сезона. 5. Ставрида заметно влияет на все компоненты системы. Поскольку интенсивность питания ставриды удваивается в середине лета, абсолютный максимум концентрации анчоуса формируется у западной границы акватории в конце тёплого сезона. 6. Пресс анчоуса и ставриды на копепод существенно оказывается на пространственно-временной изменчивости концентрации как копепод, так и фитопланктона. 7. Модельная картина функционирования системы фитопланктон – кормовой зоопланктон – анчоус – ставрида не противоречит известным натуральным данным.

Математизация экологии моря не может быть успешной без выполнения междисциплинарных исследовательских программ. Предложенная модель позволяет приступить к составлению одной из таких комплексных программ. В результате данная модель может стать составной частью будущего инструмента для практического изучения изменчивости биоресурсов северо-западной части Чёрного моря.

В тёплое время года нет промысла анчоуса, но весной и осенью проводится вылов ставриды. На следующем этапе исследова-

ний автор планирует вывести дифференциальные уравнения для учёта промысла рыбы в пространственных динамических моделях и использовать их при разработке эколого-математической модели системы фитопланктон – зоопланктон – анчоус – ставрида – промысел ставриды.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С Латун.. Влияние кормового и нерестового таксиса хамсы на систему фитопланктон – кормовой зоопланктон – рыба. // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа, вып. 14. – Севастополь, 2006. – С. 303–313.
2. В. С. Латун. Учёт особенностей питания и кормового таксиса черноморской ставриды в эколого-математических моделях// Системы контроля окружающей среды. – Севастополь, 2006. – С. 218–220.
3. Латун В. С. Дифференциальное уравнение для скорости кормового и нерестового таксиса хамсы. // Системы контроля окружающей среды. – Севастополь, 2005. – С. 212–214.
4. В. И. Беляев. Кинетическая теория систем, состоящих из макроскопических частиц и её приложение к задачам экологии. – Севастополь, МГИ НАН Украины, 1998. – 236 с.
5. В. Н. Еремеев, И. Е. Тимченко., Е. Ф. Васечкина., Е. М. Игумнова, В. С. Латун, В. Д. Ярин. Системное моделирование морских эколого-экономических процессов – Севастополь: «ЭКОСИ – Гидрофизика». 2007. – 451 с.
6. В. С. Латун. Учёт кормового таксиса хамсы в математической модели системы фитопланктон – зоопланктон – рыба. // Морской экологический журнал, № 4, 2005. – С. 49–60.
7. А. П. Чернякова. Типовые поля ветра Чёрного моря // Сб. работ бассейновой гидрометеорологической обсерватории Чёрного и Азовского морей, вып. 3. – Л.: Гидрометеоиздат, 1965. – С. 78–121.
8. В. Н. Еремеев, В. С. Латун, Е. Е. Совга. Влияние антропогенных загрязнителей и путей их переноса на экологическую обстановку в северо-западном районе Чёрного моря. // Морской гидрофизический журнал, №5, 2001. – С. 41–55.