

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПОДОБИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ТЕНЗОРОВ КОЛЕБАНИЙ СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЙ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ ДЛИННЫХ ВОЛН НА ШЕЛЬФЕ

Н.Г. Хоролич*, П.Д. Ломакин**,
В.Н. Хоролич***

*Морское отделение Украинского научно-исследовательского гидрометеорологического института г. Севастополь, ул. Советская, 61
Email: mb_uhmi@stel.sebastopol.ua

**Морской гидрофизический институт НАН Украины

г. Севастополь, ул. Капитанская, 2

***Севастопольский национальный технический университет г. Севастополь, Студгородок

Для получения представления о длинноволновой структуре течений на шельфе Черного моря при квазиреверсивном изменении наклона уровня по нормали к берегу результаты спектрального анализа данных измерений скорости течений сравниваются с результатами, полученными с помощью полуспектральной линейной модели.

Введение. Интенсивное исследование течений в последние десятилетия стало возможным, прежде всего, благодаря накоплению и обобщению данных измерений, выполненных на качественно новой основе с помощью автономных буйковых станций (АБС), а также целому ряду фундаментальных достижений в области геофизической гидродинамики. Установлено, что большая изменчивость морских течений обусловлена наложением и весьма сложным взаимодействием гео- и астрофизических факторов и определяется, главным образом, совместным влиянием стратификации, рельефа дна и наличием берегов. Образующийся в результате этого целый спектр горизонтальных движений (как дискретный, так и непрерывный) имеет в основном длинноволновый характер [1 – 7].

Поэтому в настоящее время основные элементы генезиса и структуры морских течений необходимо исследовать с учетом их многофакторности, разномасштабности, полицикличности, а также турбулентности. Сложность и многообразие причинно-следственных связей между течениями и

определяющими их факторами делают практически неосуществимым их использование, принимая во внимание степень их изученности по данным наблюдений, а также состояние методов и средств гидродинамического моделирования [8].

Следовательно, важнейшим элементом при изучении скорости морских течений является рассмотрение ее как случайной функции. Однако вследствие существенных затруднений как теоретического, так и прикладного характера, возникающих при вычислении многомерных оценок распределений по данным измерений и их последующем использовании, целесообразно ограничиться моментными функциями первого и второго порядка. Поэтому при анализе данных наблюдений в физической океанографии обычно используется корреляционно-спектральная теория [8].

Таким образом, в настоящее время основные элементы генезиса и структуры морских течений необходимо исследовать, прежде всего, с этой точки зрения. Однако для этого требуются не столько специфические, сколько дорогостоящие исследования, поскольку существующая на сегодня база натурных измерений в силу их значительной пространственно-временной перемежаемости, а также качества записи и недостаточного количества необходимых элементов является, вообще говоря, малопригодной в данной ситуации [2 – 9]. Поэтому представляет интерес максимально использовать историческую базу данных наблюдений. Принимая во внимание обратную сторону известного принципа „идея объясняет способ наблюдений”, можно заключить, что, к сожалению, имеющихся наблюдений достаточно, чтобы выполнить массовый спектральный анализ только временных реализаций вектора скорости течений в отдельных точках моря, главным образом, на шельфе. Учитывая, что в рамках линейной теории морских течений [10] уже было предложено несколько полуспектральных (временных) моделей [11 – 17] и что здесь основными течениями, если абстрагироваться от чисто дрейфовых течений в верхнем слое трения, являются градиентные, механизм генерации которых сравнительно простой, то представляется принципиально возможным максимально упростить решение данной проблемы. В работах [14, 16, 17] было установлено, что, если из-

менение наклона уровня имеет преимущественно реверсивный характер, то соотношения между основными инвариантами спектральных тензоров градиентной скорости ветровых течений (их подобие) не зависят от наклона уровня и наклона дна и определяются только глубиной места, вертикальной координатой, вязкостью, параметром Кориолиса и частотой.

Следовательно, установленный таким образом теоретический критерий подобия можно использовать для установления не только градиентной природы скорости течений, но и их длинноволновой структуры, так как последняя характеризуется, по сути, квазиреверсивным характером поведения наклона уровня. Следует подчеркнуть, что для определения данного критерия не требуется определения длины волны, так как при этом анализируются свойства только временных спектров градиентной скорости течений.

Длинноволновые движения, вообще говоря, характеризуются сравнительно незначительными колебаниями уровня и поэтому обнаруживаются скорее в поле скорости течений. Эти движения во многих случаях могут быть не просто важным элементом течений (не только сравнимы с ними), но и полностью представлять их (как, например, шельфовые волны).

По современным взглядам [1 – 7], динамика вод шельфа вообще и шельфа Черного моря в частности, благодаря его волноводным свойствам, в значительной степени определяется длинноволновыми движениями, главным образом, шельфовыми волнами. Этот вид движений, по-видимому, в значительной степени определяет пространственно-временные масштабы течений в их наиболее энергозначимой части спектра, поскольку основным механизмом их возбуждения является воздействие переменной вдольбереговой компоненты тангенциального напряжения ветра. Вдоль участков берега, имеющих сложную конфигурацию, под ее воздействием могут возникать течения, имеющие противоположное направление. В результате в местах резких изменений береговой линии генерируются шельфовые волны. Кроме того, распространение волны Кельвина над изменяющимся вдоль берега рельефом дна также может приводить к возбуждению этих волн [6].

На реальном шельфе в силу как специфики проявления длинноволновых движений (более длинные волны имеют большую энергию), так и того обстоятельства, что менее длинные волны в значительной степени рассеивают свою энергию вследствие, прежде всего, влияния нерегулярного характера береговой линии и рельефа дна, создаются, вообще говоря, условия для квазиреверсивного характера изменений наклона по нормали к берегу. Так, по мере удаления от берега изрезанность береговой линии, по-видимому, все в меньшей степени будет сказываться на характере вдольбереговых изменений наклона уровня на шельфе. Этому может способствовать также и довольно заметное уменьшение вдольберегового изменения рельефа дна (изобаты приобретают более ровный характер и их ориентация собственно определяет ориентацию шельфа).

Что касается материкового склона, то здесь, благодаря довольно резкому по сравнению с шельфом увеличению наклона дна при отсутствии каких-либо заметных вдольбереговых изменений рельефа дна, создаются, пожалуй, наиболее благоприятные условия для проявления реверсивного характера изменений наклона уровня по нормали к нему. Вместе с тем следует отметить, что при этом по мере удаления от берега сами значения наклона уровня уменьшаются. В настоящее время на основе теории шельфовых волн [1, 6] в принципе возможно определить области максимальных изменений уровня на шельфе, то есть области, соответствующие квазиреверсивным изменениям наклона уровня по нормали к берегу.

Несмотря на то, что в настоящее время течения являются одним из наиболее изученных с точки зрения как теории, так и обеспеченности данными наблюдений классов движений в море, предлагаемый в данной работе подход позволит, на наш взгляд, качественно по-новому интерпретировать накопленные за несколько десятилетий данные измерений морских течений, главным образом, на шельфе, где одна из основных ролей в их генерации, по современным взглядам [1], принадлежит длинноволновым возмущениям уровня.

В отличие от [17] в используемой здесь теории учитывается влияние горизонтального трения.

Постановка задачи и ее решение. Используется линейное уравнение движения для комплексной скорости течений, в котором учитываются силы вертикального трения, Кориолиса, трения на дне, а также наклоны свободной поверхности моря.

Начало декартовых координат расположено на невозмущенной поверхности моря. Горизонтальные оси координат Ox и Oy направлены соответственно вдоль берега и в сторону моря, а вертикальная ось Oz – вниз, система координат – правая.

Уравнение движения для вязкой однородной жидкости, граничные условия на поверхности и на дне в линейном приближении представим в следующем виде:

$$-\frac{\partial W}{\partial t} + A \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - (R + if)W = -gG, \quad (1)$$

$$A \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad W|_{z=H} = 0. \quad (2)$$

где

$$W = u + iv, \quad G = \frac{\partial \zeta}{\partial x} + i \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad (3)$$

u, v – проекции скорости течений на оси координат Ox и Oy соответственно; t –

$$4W_{+, \pm} = u_{aa} \pm v_{ab} + v_{ba} \mp u_{bb} + i(v_{aa} \mp u_{ab} - u_{ba} \mp v_{bb}), \quad (5)$$

$$4W_{-, \pm} = u_{aa} \pm v_{ab} - v_{ba} \pm u_{bb} + i(v_{aa} \mp u_{ab} + u_{ba} \pm v_{bb}), \quad (6)$$

где $u_{aa}, u_{ab}, u_{ba}, u_{bb}, v_{aa}, v_{ab}, v_{ba}, v_{bb}$ – коэффициенты Фурье проекций скорости течений u и v , а индексы типа ab имеют следующий смысл: a и b – косинус– и синус–разложение соответственно, причем первый символ индекса указывает на раз-

$$\begin{aligned} G_{+, \pm}^x &= k_+ (\zeta_{ab} \pm \zeta_{ba}) \pm \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_{ab} \pm \zeta_{ba}), & G_{+, \pm}^y &= k_\pm (\zeta_{aa} \mp \zeta_{bb}) + \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_{aa} \mp \zeta_{bb}), \\ G_{-, \pm}^x &= k_+ (\zeta_{ab} \mp \zeta_{ba}) \pm \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_{ab} \mp \zeta_{ba}), & G_{-, \pm}^y &= k_\pm (\zeta_{aa} \pm \zeta_{bb}) + \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_{aa} \pm \zeta_{bb}), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\zeta_{aa}, \zeta_{ab}, \zeta_{ba}, \zeta_{bb}$ – коэффициенты Фурье уровня ζ по временной t и пространственным x координатам соответственно.

Тогда решение для $W_{\pm, \pm}$ примет следующий вид [11, 12 – 18]:

$$W_{\pm, \pm} = B_\pm G_{\pm, \pm}, \quad (8)$$

время; A – кинематический коэффициент вертикального турбулентного обмена; R – коэффициент горизонтального трения [18], $f = 2\Omega \sin \varphi$ – параметр Кориолиса (здесь Ω – угловая скорость вращения Земли, φ – широта места, в северном полушарии $f > 0$); g – ускорение силы тяжести; ζ – уровень; $H = H(y)$ – глубина места.

Будем рассматривать произвольные непрерывные процессы с нулевыми средними значениями. Тогда выражение для скорости течений W (а также для наклона уровня G) можно представить в виде рядов Фурье по временной t и вдольбереговой x координатам [12]:

$$W = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} W_{n,p} \exp[i(\omega_n t + k_p x)], \quad (4)$$

где $W_{n,p}$ – комплексные коэффициенты Фурье функции W , зависящие от переменных y и z ($n \neq 0, p \neq 0$ – целые положительные числа), ω_n – угловая частота, а k_p – волновое число (в дальнейшем вместо индексов n и p будут использоваться только их знаки).

Коэффициенты Фурье $W_{\pm, \pm}$ представим в следующем виде [12]:

ложение по временной t , а второй – по пространственной x координатам.

По аналогии с (4) – (6) коэффициенты Фурье ортогональных составляющих наклона уровня $G_{\pm, \pm}$ будут иметь следующий вид:

где

$$B_\pm = (ch jz / ch jH - 1) / j^2, \quad (9)$$

$$j = a_\pm + iq b_\pm, \quad (10)$$

$$a_\pm = [(f_1 + R)/2A]^{1/2}, \quad b_\pm = [(f_1 - R)/2A]^{1/2},$$

$$q = \text{sign}(f + \omega_{\pm}), \quad f_1 = [R^2 + (f + \omega_{\pm})^2]^{1/2}.$$

Как следует из анализа выражений (7), при несущественном вдольбереговом изменении рельефа дна и береговой линии, а также для значительных изменений коэффициентов Фурье ζ_{aa} и ζ_{ba} только по нормали к берегу и/или малых значений $|k_{\pm}|$ будут, вообще говоря, справедливы следующие два неравенства:

$$|k_{\pm}\zeta_{ab}| \ll |\partial\zeta_{ba}/\partial y|, \quad |k_{\pm}\zeta_{bb}| \ll |\partial\zeta_{aa}/\partial y|. \quad (11)$$

Тогда выражение для комплексного коэффициента наклона уровня G_{\pm} как результата суперпозиции двух вдольбереговых волн, имеющих волновые числа k_+ и k_- , значительно упростится [17]:

$$G_{\pm, \Sigma \pm} \approx \pm \frac{\partial \zeta_{ba}}{\partial y} + i \frac{\partial \zeta_{aa}}{\partial y}. \quad (12)$$

В дальнейшем второй индекс в соответствующих коэффициентах Фурье для переменных G и W опустим.

При выполнении условий (12) коэффициент сжатия, ориентация, а также знак поляризации эллипсов вращения градиентной скорости течений, вообще говоря, не зависят от наклона уровня и наклона дна, так как определяются только коэффициентами градиентного дрейфа B_{\pm} . Отсюда следует, что для заданных значений горизонта z и глубины H в этом случае будет иметь место подобие данных эллипсов.

Для характеристики последних удобно ввести критерий подобия K_e как суперпозицию скалярного ΘK_e и векторного \mathbf{E} полей:

$$\mathbf{K}_e \Rightarrow \mathbf{K}_e(\Theta K_e, \mathbf{E}), \quad (13)$$

$$\mathbf{E} = \cos \alpha_e + i \sin \alpha_e,$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{uu}, & S_{uv} \\ S_{vu}, & S_{vv} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{uu}, & C_{uv} \\ C_{uv}, & S_{vv} \end{pmatrix} - i Q_{uv} \begin{pmatrix} 0, & 1 \\ -1, & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \lambda_1, & 0 \\ 0, & \lambda_2 \end{pmatrix} + 0,5 \mathbf{D} \begin{pmatrix} 0, & 1 \\ -1, & 0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где

$$S_{uu} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty K_{uu}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau, \quad S_{uv} = C_{uv} - i Q_{uv},$$

$$S_{vu} = C_{vu} - i Q_{vu}, \quad S_{vv} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty K_{vv}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau,$$

$$C_{uv} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty [K_{uv}(\tau) + K_{uv}(-\tau)] \cos(\omega\tau) d\tau,$$

где

$$\Theta = \text{sign}(A_* - B_*),$$

$K_e = |A_* - B_*| / (A_* + B_*)$ – коэффициент сжатия эллипса ($K_e \in [0, 1]$) [19], $A_* = |B_+| \sim |W_+|$, а $B_* = |B_-| \sim |W_-|$ [17]. Далее коэффициент сжатия K_e с целью удобства будем называть коэффициентом подобия.

Векторно-алгебраический метод. Данный метод позволяет анализировать вектор скорости течений как евклидов вектор, то есть, в отличие от других спектральных подходов, безотносительно к его физической модели [8]. С другой стороны, метод „вращательных компонентов“ базируется на замене физического вектора комплексным числом и представлении временных рядов вектора скорости течений в виде суперпозиции двух разнонаправленно вращающихся его компонентов [20]. Следовательно, этот метод позволяет исследовать скорость течений как циклический процесс без особых затруднений только в том случае, если *a priori* такое ее поведение известно, что, однако, на практике не реально. Поэтому, вообще говоря, интерпретация обнаруженных таким образом пиков в спектре скорости течений некорректна.

Таким образом, в реальных условиях даже совместное применение этих методов не дает желаемого результата, так как, вообще говоря, первый из них лишь частично раскрывает физику процесса, а второй может привести к иллюзорным представлениям о нем.

Спектральная плотность (тензор-функция) скорости течений \mathbf{S} является преобразованием Фурье корреляционной тензор-функции $\mathbf{K}(\tau)$ и может быть представлена в следующем виде [8]:

$$Q_{uv} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty [K_{uv}(\tau) - K_{uv}(-\tau)] \sin(\omega\tau) d\tau,$$

$$C_{vu} = C_{uv}, \quad Q_{vu} = -Q_{uv},$$

$K_{uu}, \quad K_{uv}, \quad K_{vu}, \quad K_{vv}$ – элементы корреляционной тензор-функции $\mathbf{K}(\tau)$,

$\lambda_{1,2}$ – собственные числа (главные оси) его симметричной части, а D – функция, имеющая смысл „индикатора вращения”:

$$D = S_{uv} - S_{vu} = -2iQ_{uv} = iD. \quad (15)$$

Как в векторно-алгебраическом методе, так и в методе „вращательных компонентов” вероятностные характеристики могут быть представлены в виде комбинаций авто- и взаимных спектральных плотностей проекций вектора скорости течений на декартовы оси. Однако их сопоставление, строго говоря, правомерно только в том случае, если при этом для нее используется одна и та же физическая модель, аналогичная (4):

$$W = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_n \exp(i\omega_n t). \quad (16)$$

Именно поэтому только в этом случае ориентация большой оси симметричной части спектрального тензора вектора скорости течений, его собственные числа совпадают с такими характеристиками соответствующего ему эллипса вращения, как его ориентация и спектральные плотности ее проекций на его оси.

Что касается его „индикатора вращения”, то вследствие вытекающих из комплекснозначного представления данного вектора допустимых в алгебре комплексных чисел операций, не эквивалентных операциям над евклидовыми векторами, оказалось, что его аналог – квадратурный спектр Q_{uv} – представляется в виде действительной, а не мнимой функции [8].

Возможность такого однозначного представления вектора скорости течений в виде (16) в настоящее время не доказана ни теоретически, ни экспериментально (так как точность получения оценок ее спектральных характеристик по данным наблюдений не позволяет сделать это) [8]. Если к тому же учесть, что в векторно-алгебраическом методе используется ее временная реализация, то отсюда становится очевидно, почему на практике не вполне корректно сопоставлять результаты анализа, полученные с помощью этих подходов.

Далее, из анализа кинематики вектора исследуемой скорости течений, описываемого моделью (16), следует, что, как впервые было показано в [17], между „индика-

тором вращения” D , собственными числами $\lambda_{1,2}$ и коэффициентом подобия K_e должны выполняться следующие соотношения:

$$K_e = (\lambda_2/\lambda_1)^{1/2}, \quad (17)$$

$$D(\omega) = 2i\Theta(\lambda_1\lambda_2)^{1/2} = 2i\Theta K_e \lambda_1. \quad (18)$$

Следовательно, если в результате применения векторно-алгебраического метода будет установлено выполнение соотношений (17) и (18) для всего исследуемого диапазона частот, то, вообще говоря, это значит, что исследуемая скорость течений может быть описана с помощью модели (16).

На практике наибольший интерес представляют, пожалуй, случаи, когда данные соотношения выполняются для некоторых частот, соответствующих обнаруженным пикам в спектре скорости течений, так как это прямо указывает на проявление циклического характера ее поведения и, следовательно, значительно облегчает их физическую интерпретацию. Таким образом, в случае невыполнения соотношений (17) и (18) обнаруженные с помощью данного метода пики в спектре скорости течений неправомерно объяснять с этой точки зрения.

Анализ полученных результатов. Предварительная обработка анализируемых временных рядов скорости течений заключалась в проверке их на грубые выбросы, высокочастотной фильтрации (поскольку, например, при дискретности $\Delta t=10 \div 15$ мин спектры натурных данных в силу специфики их измерения с помощью приборов типа БПВ для частот, соответствующих периодам менее 1ч , сильно зашумлены) и оценке низкочастотного тренда [8, 9].

При высокочастотной фильтрации массив значений направления скорости течений a_j преобразовывался в две реализации $(\mathbf{e}_1)_j = \cos a_j$ и $(\mathbf{e}_2)_j = \sin a_j$, каждая из которых фильтровалась 5-точечным ядром сглаживания при следующих весовых коэффициентах: $\beta_{+2} = \beta_{-2} = 0,05$, $\beta_{-1} = \beta_{+1} = -0,23$, $\beta_0 = 0,44$ (здесь $j \in [1, N]$, где N – количество отпечатков (наблюдений), а $\mathbf{e}_{1,2}$ – орты принятого базиса, причем орт \mathbf{e}_1 ориентирован на север, а орт \mathbf{e}_2 – на восток, то есть используется левая система координат, как это обычно принято в океанографии).

Низкочастотная фильтрация (удаление гармоник, период которых превышал заданное значение T_s) временных рядов скорости течений осуществлялась с помощью косинус-фильтра. Величина сдвига τ_{\max} задавалась по формуле:

$$\tau_{\max} = m\Delta t = 0,5T_s, \quad (19)$$

где m – целочисленный параметр, соответствующий примерно $0,10 \div 0,15T$ (здесь $T = N - T_s/\Delta t - 4$).

С целью улучшения оценки спектра положение каждого из его пиков на оси частот уточнялось при таких значениях сдвига τ_{\max} и периода низкочастотной фильтрации T_s , чтобы оно приходилось на определенные узловые точки γ_k данной оси. Процедура определения такой точки γ_k , соответствующей периоду T_k анализируемого пика, заключается в нахождении значения целочисленного параметра m_k , удовлетворяющего условию $T_k \approx 2m_k\Delta t / \gamma_k$.

При определении достоверности оценок спектра S использовалось приближение их распределения χ^2 – распределением с числом степеней свободы $v = 2T\Delta t / \tau_{\max}M$,

где M – числовой коэффициент.

Для используемой при вычислении спектров в качестве весовой функции Хемминга – Тьюки $M = 0,8$ [8].

Неравенство для определения двусторонних $\alpha/2$ – и $1-\alpha/2$ – доверительных границ с помощью значений $v/\chi^2_{v;\alpha/2}$ и $v/\chi^2_{v;1-\alpha/2}$ соответственно при выбранной доверительной вероятности $P = 1 - \alpha$ имеет следующий вид [21]:

$$\frac{vS}{\chi^2_{v;\alpha/2}} \leq S^* \leq \frac{vS}{\chi^2_{v;1-\alpha/2}}, \quad (20)$$

где S^* – истинное значение спектра.

Поскольку при спектральном анализе с помощью векторно-алгебраического метода *a priori* не предполагается, что физическая модель вектора скорости течений соответствует модели (16), то, как следует из вышеупомянутых рассуждений, для установления градиентного происхождения течений, реально наблюдаемых на шельфе Черного моря, за счет предложенного механизма в первую очередь следует убедиться, что исследуемый процесс соответствует данной модели, то есть убедиться в право-

мерности соотношений (17) и (18) между „индикатором вращения” D , собственными числами $\lambda_{1,2}$ и коэффициентом подобия K_e хотя бы для энергонесущих пиков. Обратим внимание на надежность определения коэффициента подобия K_e при анализе данных наблюдений с помощью векторно-алгебраического метода в силу независимости D от $\lambda_{1,2}$, значение которого в первом приближении определяется как среднее значение из двух его независимых оценок. Как показал анализ, при этом требуемая точность, как правило, достигалась.

Близость этих оценок коэффициента подобия K_e указывает на циклическое поведение вектора скорости течений на данной частоте. Если при этом окажется, что его значение совпадает с теоретическим, что ориентация главной оси λ_1 симметричной части ее спектрального тензора соответствует ориентации теоретического тензорного критерия подобия (см. (13)), а для „индикатора вращения” D выполняется условие $\text{sign}(D) = \Theta$ (напомним, что в левой системе координат $\Theta > 0$), то можно утверждать, что анализируемая скорость течений является градиентной.

Далее, задавая различные физически обоснованные значения кинематического коэффициента вертикального турбулентного обмена A , а также коэффициента горизонтального трения R можно, в принципе, попытаться достичь наилучшего (оптимального) совпадения эмпирического и теоретического значений спектрального тензорного критерия подобия. Для анализируемых нами реализаций $A=0,01 \text{ м}^2/\text{с}$, а $R=0$ и $5 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$.

Кроме эмпирического значения „индикатора вращения” D , рассчитывалась также гипотетическая зависимость:

$$D^* = \text{sign}(D)2(\lambda_1\lambda_2)^{1/2}. \quad (21)$$

На рисунке приведены примеры анализируемых характеристик для некоторых участков шельфовой зоны Черного моря.

В результате анализа было, в частности, установлено, что, как правило, $|D^*| > |D|$. Это можно объяснить как несоответствием исследуемого процесса модели (16) (и, следовательно, градиентной скорости течений), так и некоторой погрешностью определения оценок собственных чисел λ_1 и λ_2 ,

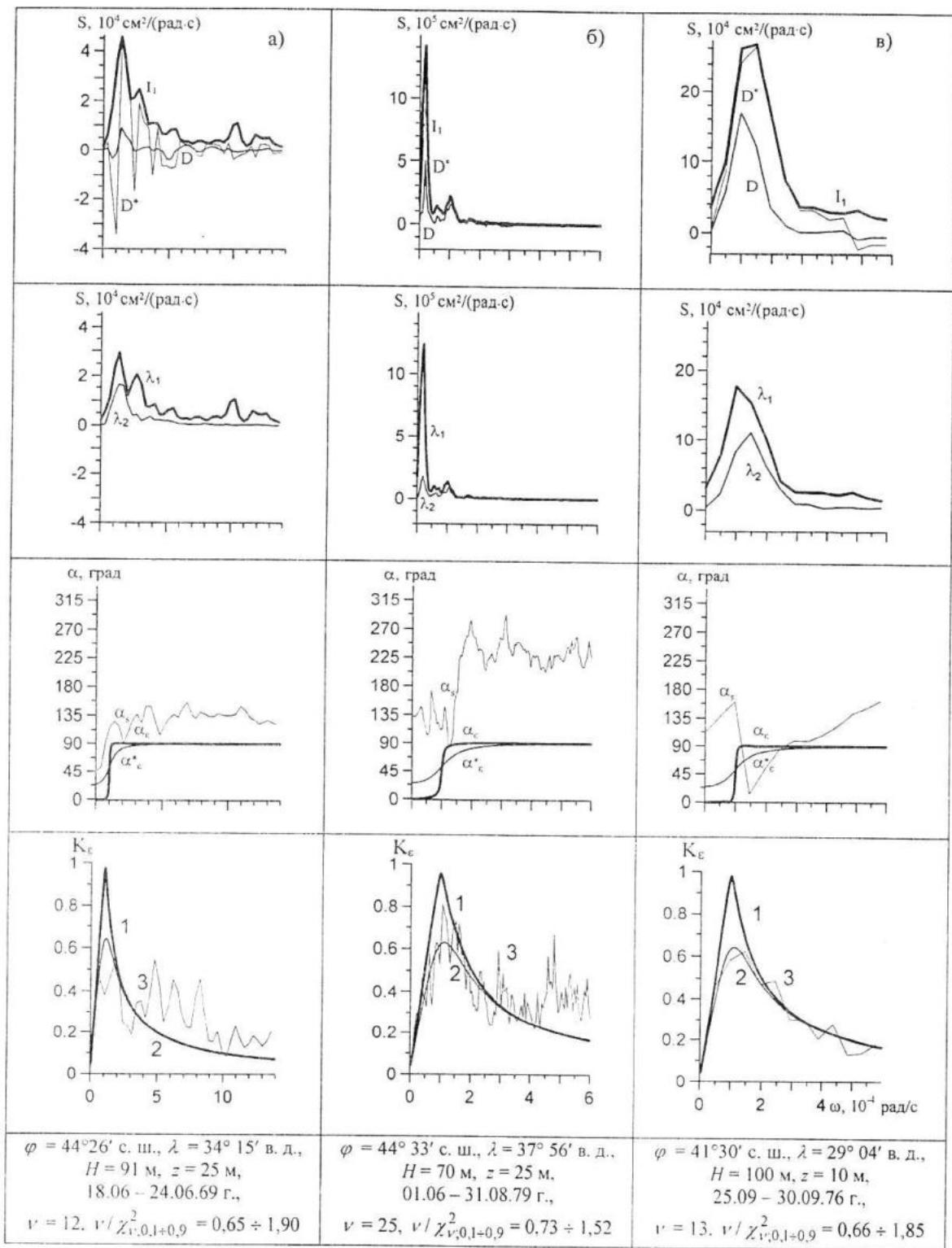


Рисунок – Инварианты I_1, D, D^* , собственные числа $\lambda_{1,2}$, азимут большой оси λ_1 и коэффициент подобия K_e спектрального тензора скорости течений на шельфе Черного моря по данным АБС:

а) у Южного берега Крыма; б) на кавказском шельфе и в) у пролива Босфор

Примечание: α_s , 1 ($R = 0$), α_c^* , 2 ($R = 5 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1}$) – теоретические и α_s , 3 – эмпирическое значения азимута оси λ_1 и коэффициента подобия K_e соответственно, λ – долгота

а также D , зависящей, очевидно, от количества степеней свободы v , их смещения и др. Следует заметить, что поскольку, вообще говоря, $|D'| \geq |D|$, то для некоторых участков области частот значения “индикатора вращения” D' могли выходить за пределы доверительного интервала, принятого для эмпирического значения “индикатора вращения” D .

Учет горизонтального трения почти во всех случаях позволил получить лучшее соответствие между эмпирическим и теоретическим значениями спектрального тензорного критерия подобия. Однако следует заметить, что это достигалось, в основном, за счет улучшения коэффициента подобия K_e .

Напомним, что выше придонного слоя трения теоретическое значение тензорного критерия подобия в соответствии с закономерностью изменения направления градиентной скорости течений с глубиной, установленной нами ранее в рамках линейной теории [16, 17] с помощью полуспектрального подхода [12, 13], имеет одну и ту же ориентацию, что, однако, в случае ветровых течений возможно установить только ниже поверхностного слоя трения: для субинерционных и близинерционных частот – по нормали к направлению изменений наклона уровня, а для суперинерционных – в направлении этих изменений. Кроме того, для ряда реализаций на шельфе было установлено, что в случае, когда течения в верхней толще имели, очевидно, ветровое происхождение, предложенный механизм генерации градиентной скорости течений, по-видимому, действительно являлся доминирующим ниже поверхностного слоя трения.

Что касается определения ориентации эмпирического тензорного критерия подобия, то здесь только на первый взгляд не возникает особых затруднений, поскольку она определяется практически безотносительно к генеральной ориентации шельфовой зоны, так как последнюю далеко не всегда сравнительно легко можно определить в реальной ситуации. Следовательно, определение азимута теоретического тензорного критерия подобия (напомним, эллипса вращения градиентной скорости течений) затруднено этим обстоятельством.

Поэтому при анализе представляется целесообразным наряду с графиком ориентации (азимутом) эмпирических эллипсов

вращения предполагаемой градиентной скорости течений как функции частоты рассматривать также углы ориентации (не азимуты!) ее теоретических эллипсов относительно идеализированного шельфа (с прямолинейным берегом и глубиной, изменяющейся только по нормали к берегу).

Следовательно, если для некоторых участков области частот будет установлено, что ориентация (азимут) эмпирических эллипсов вращения скорости течений сдвинута относительно угла ориентации (не азимута!) ее теоретических эллипсов относительно идеального шельфа на один и тот же угол, то при соответствующих значениях коэффициента подобия K_e и положительной их поляризации можно утверждать, что он соответствует азимуту исследуемой шельфовой зоны, а анализируемая таким образом скорость течений обусловлена, по-видимому, реверсивным характером изменений наклона уровня по нормали к берегу, то есть имеет градиентный характер.

Вполне очевидно, что такой подход особенно оправдан в случае значительной сложности геометрии береговой линии и рельефа дна шельфовой зоны, когда определение ориентации эмпирического спектрального тензорного критерия подобия относительно последней может быть сильно затруднено вследствие генерации скорости течений несколькими длинноволновыми возмущениями уровня, имеющими различное происхождение.

Выводы. Особенности поведения скорости течений на шельфе Черного моря исследованы с точки зрения их соответствия градиентной скорости течений, обусловленной длинноволновыми возмущениями уровня. На основе анализа ее спектральных тензоров подтверждено, что в этом случае они удовлетворяют ранее доказанному теоретически для случая баротропного моря тензорному критерию подобия.

В настоящее время в силу весьма значительной пространственно-временной перемежаемости данных наблюдений затруднительно достоверно определить повторяемость проявления данного эффекта, используя для этого только степень соответствия полученных модельных результатов наблюденным скоростям течений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане: Пер. с англ.– М.: Мир, 1981. – Ч. 1. – 480 с. – Ч. 2. – 365 с.
2. А.С. Блатов, Н.П. Булгаков, В.А. Иванов и др. Изменчивость гидрофизических полей Черного моря.– Л.: Гидрометеоиздат, 1984. – 240 с.
3. А.С. Блатов, Г.Я. Шкудова. Оценки пространственно-временных параметров внутренних волновых процессов на шельфе кавказского побережья Черного моря // Тр. ГОИН.– 1987.– Вып. 184. – С. 64–71.
4. Исследование и моделирование гидрофизических процессов в Черном море / Под редакцией С.П. Левикова.– М.: Гидрометеоиздат, 1989. – 141 с.
5. Brink K.H. Coastal-trapped waves and wind-driven currents over the continental shelf // Ann. Rev. Fluid Mech.– 1991.– 223. – Р. 380–412.
6. В.А. Иванов, А.Е. Янковский. Длинноволновые движения в Черном море.– Киев: Наук. думка, 1992. – 110 с.
7. А.С. Блатов, В.А. Иванов. Гидрология и гидродинамика шельфовой зоны Черного моря.– Киев: Наук. думка, 1992. – 241 с.
8. А.П. Белишев, Ю.П. Клеванцов, В.А. Рожков. Вероятностный анализ морских течений.– Л.: Гидрометеоиздат, 1983. – 263 с.
9. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР.– Т.4.– Вып. 1. Черное море. Гидрометеорологические условия / Под ред. А.И. Симонова, Э.Н. Альтмана.– С.-Пб.: Гидрометеоиздат, 1991. – 428 с.
10. Ekman V.W. On the influence of the Earth's rotation on ocean currents // Arkiv Mat., Astron., Fisik, Uppsala Stockholm.– 1905.– 2, № 11.– Р. 11–53.
11. А.И. Фельзенбаум. К теории периодических течений // Проблемы теории океанических течений: Экспресс-информ.– Киев: Наук. думка, 1966.– 4. – С. 5–23.
12. Н.Г. Хоролич. Пространственно-временная спектральная модель для расчета мезомасштабных течений на шельфе с одномерной топографией дна / СО ГОИН.– Севастополь, 1984. – 45 с.– Деп. ИЦ ВНИИ ГМИ-МЦД 14.12.84, № 369гм–Д84.
13. Н.Г. Хоролич. Теоретическая модель для расчета временных спектров скопостей течений в однородном море с учетом горизонтального трения / СО ГОИН.– Севастополь, 1987. – 21 с.– Деп. ИЦ ВНИИ ГМИ-МЦД 11.03.87, № 637гм–Д87.
14. Н.Г. Хоролич, П.Д. Ломакин, В.Н. Хоролич. Полуспектральная модель генерации течений на шельфе взаимосвязанными полями ветра и атмосферного давления // Системы контроля окружающей среды: Сб. научн. тр. / НАН Украины, МГИ.– Севастополь, 2005. – С. 193–204.
15. Н.Г. Хоролич, П.Д. Ломакин, В.Н. Хоролич. Полуспектральная модель генерации чисто дрейфового, бароградиентного и градиентного полных потоков в море взаимосвязанными полями ветра и атмосферного давления // Экологич. безопасность прибрежн. и шельф. зон и комплексн. использование ресурсов шельфа: Сб. научн. тр.– Севастополь: ЭКОСИ – Гидрофизика, 2005.– Вып. 13. – С. 303–321.
16. Н.Г. Хоролич, В.В. Фомин, В.Н. Хоролич. О свойствах спектрального тензора градиентной скорости ветровых течений на шельфе // Экологич. безопасность прибрежн. и шельф. зон и комплексн. использование ресурсов шельфа: Сб. научн. тр.– Севастополь: ЭКОСИ – Гидрофизика, 2006.– Вып. 14. – С. 386–398.
17. Н.Г. Хоролич, В.В. Фомин, В.Н. Хоролич. О взаимосвязи инвариантов спектральных тензоров градиентной скорости ветровых течений при реверсивном изменении наклона уровня // Системы контроля окружающей среды: Сб. научн. тр. / НАН Украины, МГИ.– Севастополь, 2006. – С. 258–267.
18. Э.Н. Михайлова. Об одном способе учета горизонтального обмена количеством движения в теории установившихся течений // Проблемы теории ветровых и термохалинных течений.– Севастополь, 1968. – С. 137–144.
19. М.Я. Выгодский. Справочник по высшей математике.– М.: Наука, 1977. – 870 с.
20. Gonella J.A. A rotary-component method for analyzing meteorological and oceanographic vector time series // Deep-Sea Res., 1972.– 19, № 12. – Р. 833–846.
21. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов: Пер. с англ.– М.: Мир, 1971. – 408 с.