ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ИНФОРМАЦИОННОГО КАНАЛА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ТРАКТА

Ю.В. Коваленко

Севастопольский национальный технический университет
г. Севастополь, ул.Университетская 33

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

Рассматриваются применение теории информации и понятие информационного импеданса применительно к информационному каналу измерительной аппаратуры.

Очевидно, что в процессе измерения измеряющий прибор (элемент Y) должен вносить минимальные искажения в измеряемую величину (элемент X), иными словами, в идеале, информация в X об Y должна быть минимальной. В связи с этим для получения показателя качества передачи информации измерительным трактом прибора можно ввести понятие "Информационный импеданс" (англ. Impedance - препятствие), позволяющего рассчитать степень взаимного влияния между измерителем Y и измеряемой величиной X.

Рассматривая взаимодействие элементов измерительного тракта с точки зрения теории информации, правомерно задать вопрос: "От чего зависит степень взаимодействия (связи) между измеряемой величиной и измерителем?" В самом деле, почему, одни элементы имеют более тесную взаимосвязь, а иные наоборот – слабую? Что препятствует взаимодействию? Ответ можно дать, опираясь на понятие "Информационный импеданс".

На рисунке 1 изображена система, состоящая для простоты из двух элементов.

Из рисунка видно, что объект X оказывает влияние на объект Y с некоторым коэффициентом j_1, аналогично объект Y оказывает влияние на объект X с некоторым коэффициентом j_2. Необходимо также отметить, что j_1 и j_2, в общем случае, не равны.

На рисунке 2 показан пример не взаимодействующих элементов. Очевидно, что если элементы системы никак не взаимодействуют (никак не взаимосвязаны), то импеданс будет стремиться к бесконечности, а коэффициенты взаимосвязи j_1, j_2 к нулю. Тогда $Z = \infty$, а $j_1 = j_2 = 0$.

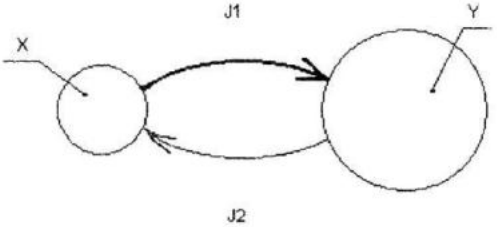

Рисунок 1 – Модель двухэлементной системы, где
X, Y – взаимодействующие элементы, j1, j2 – соответствующие воздействия.

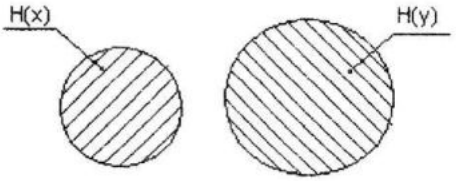

Рисунок 2 – Модель двухэлементной системы при отсутствии взаимодействия (взаимосвязи)

На рисунке 3 показан пример некоторого взаимодействия и соответствующих этому взаимодействию значений Z, j_1, j_2 : $Z = const$; $j_1 \neq 0$; $j_2 \neq 0$. На рисунке 4 изображён случай полного или максимального взаимодействия. Импеданс, разумеется, должен быть равен нулю а коэффициенты j_1, j_2 будут сориентированы на некоторый максимум (max), т е.: $Z = 0$; $j_1 \leq \max 1$; $j_2 \leq \max 2$. Переведём теперь

рассуждения в плоскость терминологии классической теории информации [1]. Пусть каждый из элементов X и Y обладает энтропией $H(X)$ и $H(Y)$ соответственно. Проводя обобщение, можно резюмировать, что энтропия как мера неопределённости, представляет собой ни что иное, как не проявленный или начальный потенциал элемента системы (рисунок 2).

В результате взаимодействия (рисунок 3) появляется проявленная часть (некоторые знания об объектах X и Y), так называемая взаимная информация $I(X,Y)$. Наконец, на рисунке 4 представлен вариант получения максимально возможного количества взаимной информации $I(X,Y)$, которая в нашем случае будет совпадать со значением энтропии $H(X)$. Неопределённость элемента Y так до конца и не будет снята.

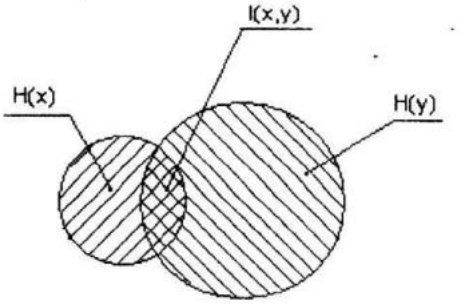

Рисунок 3 – Модель двухэлементной системы при неполном взаимодействии

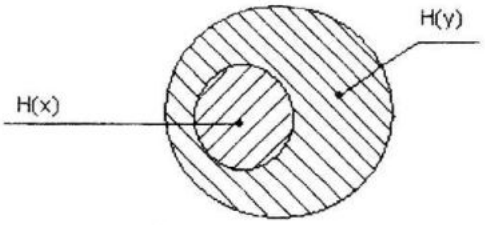

Рисунок 4 – Модель двухэлементной системы в случае максимального взаимодействия

Доопределим коэффициенты j_1 и j_2. Сложность ситуации заключается в том, что взаимная информация $I(X,Y)$ симметрична относительно X и Y. Как же оценить вклад во взаимодействие элемента X (j_1) или элемента Y (j_2) в этом случае? Идея проста, оценим вклад каждого элемента, представляя его как единичное целое. Для этого можно записать выражение, определяющее долю участия каждого элемента, а именно:

$$j_1 = \frac{I(X,Y)}{H(X)}; \qquad j_2 = \frac{I(X,Y)}{H(Y)}, \quad (1)$$

где $I(X,Y)$ – взаимная информация, $H(X)$, $H(Y)$ – энтропия элементов X и Y соответственно.

Отсюда, j_1 и j_2 можно интерпретировать как некоторые затраты, требуемые от элементов X и Y для поддержания взаимодействия. Величина этих затрат и будет определять степень взаимодействия (степень связи) в системе. Например, элемент X для поддержания взаимодействия вынужден будет тратить половину всех своих потенциальных возможностей, в то время как элемент Y всего лишь треть своего потенциала. Назовём величины j_1 и j_2 весовыми коэффициентами информационной связи.

Исследуем поведение весовых коэффициентов связи. На рисунке 2 представлен первый граничный случай. При отсутствии взаимодействия, взаимная информация $I(X,Y)=0$ и, соответственно, $j_1=0$ и $j_2=0$.

На рисунке 3 изображён второй граничный случай. При неполном взаимодействии $I(X,Y)\neq 0$, а $j_1 = const$ и $j_2 = const$.

На рисунке 4 показан третий граничный случай. Здесь возможны два случая: 1) $H(X) = H(Y)$, 2) $H(X) \neq H(Y)$. В первом случае как $j_1 = 1$, так и $j_2 = 1$, так как $I(X,Y) = H(X) = H(Y)$. Здесь оба элемента реализуют полностью свои потенциальные возможности. Во втором случае либо $j_1 = 1$, либо $j_2 = 1$, так как, либо $H(X) = I(X,Y)$, либо $H(Y) = I(X,Y)$. В данном случае лишь один элемент реализует полностью свои потенциальные возможности.

Таким образом, для j_1 и j_2 можно записать граничные условия:

$$0 \le j_1 \le 1,\ 0 \le j_2 \le 1. \qquad (2)$$

Из выше изложенного следует, что величина Z и величина j связаны обратно пропорциональной зависимостью. Принимая это во внимание, можно записать следующее выражение

$$Z = \frac{1}{j}. \qquad (3)$$

Учитывая (2), (для подгонки Z к диапазону значений j) приведём (3) к виду:

$$Z = \frac{1-j}{j}. \qquad (4)$$

Очевидно, что полученное выражение (4) удовлетворяет граничным условиям для Z:

$$\lim_{j \to 0} \frac{1-j}{j} \to \infty,$$

$$\lim_{j \to 1} \frac{1-j}{j} \to 0,$$

а потому представляет собой искомое выражение для **импеданса** информационных взаимодействий.

Весовым коэффициентам j_1 и j_2 соответствуют различные импедансы Z_1 и Z_2, что вполне объяснимо, так как разные элементы системы вносят различный вклад в осуществление взаимодействия.

Равенство Z_1 и Z_2 возможно лишь в случае равенства энтропий (потенциальных возможностей, потенциалов) элементов составляющих измерительную систему.

Далее, переписав выражение (4) для j, получим:

$$j = \frac{1}{1+Z}. \qquad (5)$$

Учтя (1) и (5), можно придти к следующим выражениям:

$$I(X,Y) = \frac{H(X)}{1+Z_{xy}}, \quad I(X,Y) = \frac{H(Y)}{1+Z_{yx}} \qquad (6)$$

для j_1 и j_2 соответственно.

Используя (6), можно также получить выражение для условной энтропии, выраженной через импеданс Z:

$$H(X) = I(X,Y) + I(X,Y) \cdot Z_{xy}, \ (j_1);$$

$$H(Y) = I(X,Y) + I(X,Y) \cdot Z_{yx}, \ (j_2). \qquad (7)$$

Известно, что

$I(X,Y) = H(X) - H(X/Y)$ для (j_1) и

$I(X,Y) = H(Y) - H(Y/X)$ для (j_2). (8)

Откуда с учётом (7) получим выражение для условной энтропии:

$$H(X/Y) = I(X,Y) \cdot Z_{xy} \ (j_1) \text{ и}$$

$$H(Y/X) = I(X,Y) \cdot Z_{yx} \ (j_2) \qquad (9)$$

Отсюда окончательно для Z имеем

$$Z_{xy} = H(X/Y) / I(X,Y) \ (j_1)$$

$$\text{и } Z_{yx} = H(Y/X) / I(X,Y) \ (j_2) \qquad (10)$$

Полученные выражения вполне понятны, так как остаточная неопределённость имеет прямо пропорциональную зависимость от импеданса информационных взаимодействий.

Применяя Z_{xy} и Z_{yx} в различных соотношениях можно получить удобные показатели качества информационного канала измерительного тракта. Чем больше по величине Z_{yx} по отношению к Z_{xy}, тем выше качество канала передачи информации.

Целью дальнейшей работы является исследование информационного импеданса различных каналов передачи данных.

Литература

1. Колесник В. Д. Курс теории информации / В.Д. Колесник, Г. Ш. Полтырев — М.: Наука, 1982. – 416 с.