

# РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕГРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ЭКОСИСТЕМЫ ПО ИМИТИРОВАННЫМ ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ

**И.П. Лазарчук**

Морской гидрофизический институт  
НАН Украины  
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2

В статье рассматривается алгоритм идентификации неизвестных коэффициентов модели по известным корреляционным связям между процессами экосистемы.

Определение коэффициентов влияния представляет собой важный этап построения динамической модели экосистемы.

**Методика.** Основное уравнение метода аддитивного баланса влияний имеет вид [1 – 3]:

$$\frac{dx}{dt} = xF^+(x) + xF^-(x) \quad (1)$$

или

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - 2F^+(x)).$$

Если базовая функция влияния равна

$$F^+(x_k) = 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{x_k} \sum_{i=1, i \neq k}^n x_i a_{ki},$$

то уравнения модели будут иметь вид

$$\frac{dx_k}{dt} = -x_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n x_i a_{ki}.$$

Необходимо идентифицировать неизвестные коэффициенты  $a_{ks}$ .

Если выбрать функцию влияния  $F^+$  в виде

$$F^+(a_{ks}) = a_{ks} - \frac{K_y}{K_{sy}} + \sum_{i=1, i \neq k}^n \frac{K_y}{K_{sy}} a_{ki}, \quad (2)$$

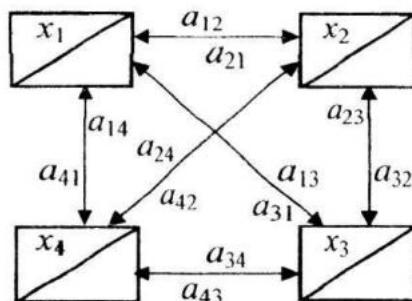
тогда подставляя уравнение (2) в основное уравнение (1) получим систему дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{da_{ks}}{dt} = a_{ks} - 2a_{ks}^2 + 2a_{ks} \frac{K_y}{K_{sy}} - 2a_{ks} \sum_{i=1, i \neq k}^n \frac{K_y}{K_{sy}} a_{ki}, \quad (3)$$

где  $K_{ks}$  – известные коэффициенты корреляционной матрицы.

Для нас представляет интерес случай, когда  $s = j$ .

**Имитационный эксперимент.** Рассмотрим простейшую концептуальную модель экосистемы [3 – 5], в которой участвует 4 процесса. Она приведена на рисунке 1.



Для этой модели система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_2 + a_{21}x_1 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4, \\ \frac{dx_3}{dt} &= -x_3 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{34}x_4, \\ \frac{dx_4}{dt} &= -x_4 + a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3. \end{aligned} \quad (4)$$

Зададим матрицу коэффициентов и далее попробуем их восстановить с помощью модели (3)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.36 & 0.49 & 0.45 \\ 0.36 & 1 & 0.48 & 0.42 \\ 0.49 & 0.48 & 1 & 0.45 \\ 0.45 & 0.42 & 0.45 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Имитируем временные ряды. Для этого сгенерируем 4 ряда случайных чисел со стандартным нормальным распределением, осредненных скользящим средним. Пропустим их через модель (4) с заданными коэффициентами (5).

Каждому процессу  $x_i$  соответствует своя система уравнений для нахождения  $n-1$  неизвестных коэффициентов  $a_{ij}$ . Решая системы уравнений вида (3), определим коэффициенты системы (4).

На рисунках 2, 3 показаны функции взаимной корреляции между случайными процессами  $x_1$  и  $x_2$  ( $\diamond$ ),  $x_1$  и  $x_3$  ( $\square$ ),  $x_1$  и  $x_4$  ( $\circ$ ),  $x_2$  и  $x_3$  ( $\Delta$ ),  $x_2$  и  $x_4$  (\*),  $x_3$  и  $x_4$  ( $\bullet$ ).

На рисунках 4 – 9 приведены некоторые результаты идентификации коэффициентов.

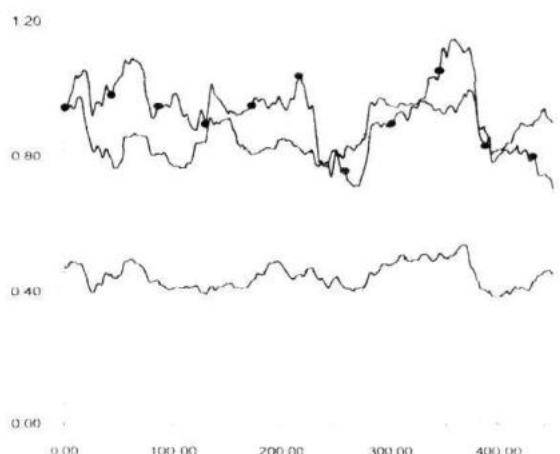


Рисунок 2 – функции взаимной корреляции

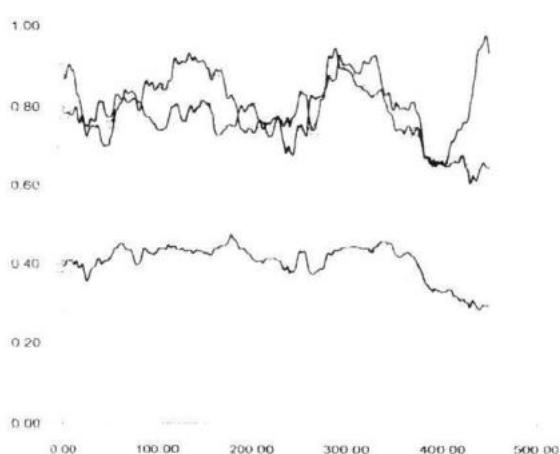


Рисунок 3 – функции взаимной корреляции

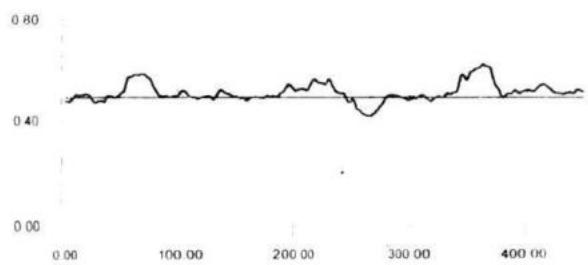


Рисунок 4 – Результат идентификации коэффициента  $a_{13}$

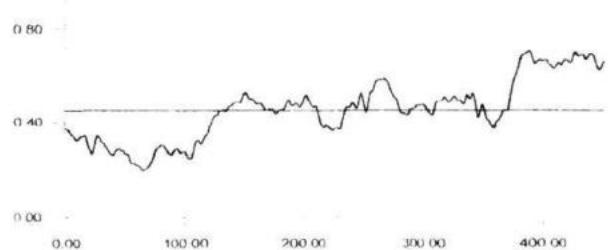


Рисунок 5 – Результат идентификации коэффициента  $a_{14}$

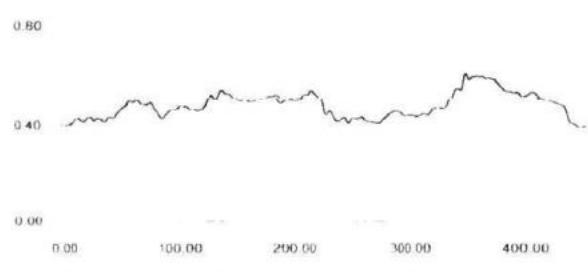


Рисунок 6 – Результат идентификации коэффициента  $a_{23}$

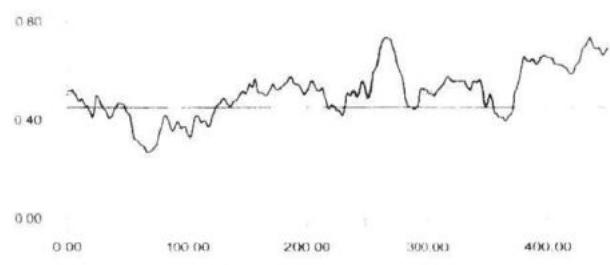


Рисунок 7 – Результат идентификации коэффициента  $a_{41}$

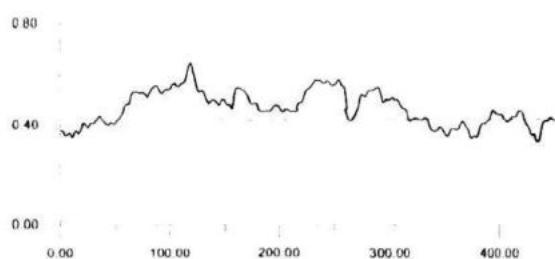


Рисунок 8 – Результат идентификации коэффициента  $A_{42}$

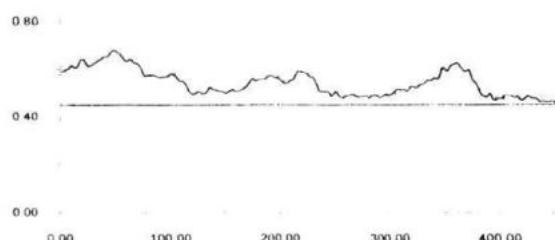


Рисунок 9 Результат идентификации коэффициента  $a_{42}$

В следующем эксперименте была поставлена задача восстановить имитированные ряды наблюдений, используя найденные ранее коэффициенты влияний. С этой целью идентифицированные коэффициенты были использованы в модели экосистемы (4), с помощью которой были построены сценарии развития процессов в системе. Результаты приведены на рисунках 10 и 11.



Рисунок 10 – Исходный (черный) и восстановленный (серый) ряды процесса  $X_1$

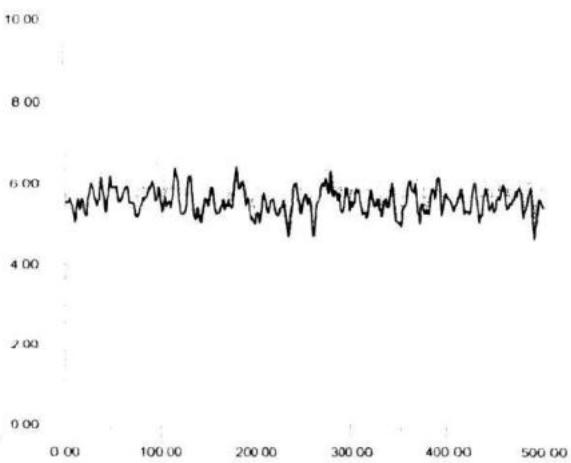


Рисунок 11 – Исходный (черный) и восстановленный (серым) ряды процесса  $X_4$

**Заключение.** Таким образом, разработан алгоритм идентификации неизвестных коэффициентов модели по известным корреляционным связям между процессами экосистемы. Выполненный имитационный эксперимент подтвердил работоспособность построенного алгоритма.

## Л и т е р а т у р а

1. И.Е. Тимченко, Е.М. Игумнова, И.И. Тимченко. Системный менеджмент и ABC– технологии устойчивого развития. Севастополь, Изд. “ЭКОСИ – Гидрофизика”, 2000. – 225 с.
2. I.E. Timchenko. Stochastic Modeling of Ocean Dynamics // Harwood Acad. Publ. Chur-London-Paris-New-York, 1984. – 320p.
3. В.Н. Еремеев, Е.М Игумнова, И.И. Тимченко. Моделирование эколого-экономических систем, НПЦ “ЭКОСИ – Гидрофизика”, 2004. – 322 с.
4. И.Е. Тимченко, В.А Жоров, Е.М. Игумнова, И.П. Лазарчук. Динамическая модель интегрированных процессов в экосистеме северо-западного шельфа Черного моря. Морской гидрофизический журнал № 4, 2007. – С. 48-69.
5. И.И. Тимченко, Е.М. Игумнова, И.Е. Тимченко. Образование и устойчивое развитие. Системная методология. – Севастополь: ЭКОСИ – Гидрофизика, 2004. – 527с.