

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА  
ПОГРУЖЕНИЯ МОРСКОГО  
НЕУПРАВЛЯЕМОГО ЗОНДА  
В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ  
ВОДНОЙ СРЕДЕ**

*Л.А. Краснодубец*

Институт природно-технических систем  
г. Севастополь, ул. Ленина, 28.  
E-mail: lakrasno@gmail.com

*Предложена математическая модель процесса погружения под действием силы тяжести морского неуправляемого зонда в условиях водной стратифицированной среды. Разработаны S-модель и соответствующий m-файл, предназначенные для моделирования исследуемого процесса в среде MATLAB & Simulink. Приведены результаты моделирования.*

**Введение.** Морские неуправляемые зонды в настоящее время являются основными поставщиками данных о гидрологических и биохимических свойствах глубоководных областей морей и океанов. Существуют несколько разновидностей этих подводных аппаратов, которые отличаются способом погружения – на отрывных или неотрывных тросах и автономные, а также составом измерительной аппаратуры. Наибольшее распространение получили STD-зонды, предназначенные для измерения вертикальных профилей термохалинных параметров: соли, температуры и давления (глубины). В современной гидрографии такие зонды называют профилографами. Производители профилографов добились высоких показателей точности при измерении параметров морской среды в стационарных условиях. Однако в режиме погружения вследствие инерционных свойств первичных датчиков возникают динамические ошибки, которые существенно зависят от скорости зонда, играющего роль подвижной платформы сбора данных. При этом на первое место выступают задача выбора и обеспечения скоростных режимов зонда как носителя

датчиков, обеспечивающих гарантированную точность измерений. Для решения этой задачи важно знать динамические характеристики зонда как твердого тела, находящегося в процессе вертикального движения в морской среде с сильной стратификацией под действием гравитационного поля Земли.

Целью статьи является разработка и исследование математической модели процесса погружения неуправляемого зонда как подвижной платформы сбора данных в стратифицированной морской среде. Модель зонда может быть использована в первую очередь для проектирования конструкции корпусной части морского зонда, обеспечивающей требуемую скорость погружения, а также при разработке бортовой навигационной системы в качестве основы фильтра Калмана.

**Построение модели движения неуправляемого морского зонда.** Известны модели движения управляемых ныряющих буев [1–3]. Вместе с тем вызывают интерес модели движения неуправляемых морских зондов в стратифицированной морской среде. Движение морского зонда – устройства цилиндрической формы с отрицательной плавучестью будем рассматривать при условии, что это движение происходит под действием вынуждающей силы тяжести. Исследуемое движение зонда будем рассматривать в вертикальной плоскости в системе прямоугольных координат  $ZOX$  с началом в точке океанографической станции без учета его горизонтальной составляющей. Это оправдано тем, что зонд при погружении свободно смещается (дрейфует) в горизонтальном направлении (вдоль оси  $OX$ ) параллельно поверхности, вместе с массами окружающей его воды.

Вертикальное движение зонда при погружении вдоль оси  $OZ$ , происходит под действием трех основных сил. Это – сила тяжести  $P$ , сила гидродинамического сопротивления  $F_c$  и суммарное давление со стороны окружающей среды, основная составляющая которого порождает выталкивающую (архимедо-

ву) силу  $F_g$ . Другие составляющие окружающего давления вызваны различными гидродинамическими процессами, например, прохождением волн, а также неоднородным распределением химического состава и физических характеристик водной среды по глубине. Последние существенно влияют на значение плотности морской воды  $\rho_g$ , от которой зависит величина выталкивающей силы

$$F_g = \rho_g V g_g, \quad (1)$$

где  $\rho_g$  – плотность морской воды;  $V$  – объём корпусной части зонда;  $g_g$  – эффективное ускорение свободного падения.

Плотность морской воды  $\rho_g$  в зависимости от времени, региона и глубины может изменяться. Эти изменения  $\rho_g$  во времени носят чаще всего сезонный характер. Однако в процессе вертикального зондирования при движении с некоторой скоростью они могут происходить быстро и многократно за время одного погружения зонда выполняющего профильные измерения. Поэтому плотность морской воды будем рассматривать как функцию глубины и времени на интервале зондирования.

Объём корпусной части буя определяется следующим выражением

$$V = L S_c, \quad (2)$$

где  $L$  и  $S_c$  – длина и площадь поперечного сечения корпусной части зонда соответственно.

Следует отметить, что эффективное ускорение свободного падения изменяется локально на величину, равную ускорению частиц воды  $g_g$ , которое практически всегда ничтожно мало по сравнению с ускорением свободного падения  $g$ . Поэтому можно считать, что

$$g_g = g. \quad (3)$$

Учитывая (2) и (3), выражение (1) перепишем в виде

$$F_g = \rho_g(z) V g, \quad (4)$$

где  $\rho_g(z)$  – плотность морской воды на горизонте с глубиной  $z(t)$ .

Сила гидродинамического сопротивления  $F_c$  является результатом возмущений давления, вызванных движением буя в водной среде с различной плотностью, а также напряжений трения. При известном допущении [4], что сила гидродинамического сопротивления пропорциональна по величине квадрату скорости движения ныряющего буя в водной среде и имеет знак противоположный относительно направления вектора этой скорости, выражение для вычисления этой силы имеет вид

$$F_c = \frac{C_x S_m w_g}{2 g_g} (v - v_l) |v - v_l|, \quad (5)$$

где  $C_x$  – коэффициент лобового сопротивления;  $S_m$  – площадь максимального поперечного сечения корпуса зонда;  $v$  – скорость движения зонда в морской воде;  $v_l$  – локальная скорость воды;  $g_g$  – эффективное ускорение свободного падения;  $w_g$  – удельный вес морской воды.

Принимая во внимание, что горизонтальная составляющая скорости морских течений значительно превосходит вертикальную, а также тот факт, что горизонтальное движение зонд осуществляет вместе с массой окружающей воды, можно пренебречь локальной скоростью  $v_l$  частиц воды, а выражение (5) переписать в виде

$$F_c = \pm \frac{C_x S_m \rho_g(z)}{2} v^2(t), \quad (6)$$

где  $\rho_g = \frac{w_g}{g}$  – плотность морской воды;

$S_m$  – максимальное поперечное сечение с учетом радиуса стабилизирующего кольца  $R$ , выступающего от образующей цилиндрической корпусной части на расстояние

$$\Delta r = R - r,$$

где  $r$  – радиус поперечного сечения корпусной части зонда.

В формуле (6) знак выбирается в зависимости от принятой ориентации системы координат. Если направление вниз считать положительным, то при погружении зонда сила гидродинамиче-

ского сопротивления будет иметь отрицательный знак, так как сила сопротивления противоположна направлению движения.

Таким образом, изменение плотности морской воды приводит к изменению силы сопротивления, а также возникновению возмущения в виде поправки к архимедовой силе.

Проектируя действующие на зонд силы в режиме погружения на вертикальную ось прямоугольной системы координат и считая положительным направление вниз, составим уравнение баланса сил в соответствии со вторым законом Ньютона

$$m\ddot{z}(t) = P - F_g - F_c, \quad (7)$$

где  $m$  и  $P$  – соответственно масса и вес зонда.

Учитывая (4) и (6), а также выражая силу тяжести  $P$  через плотность, объем и ускорение зонда, вызванное гравитацией, уравнение (7) можно переписать в виде

$$\ddot{z} = \frac{\rho_z V g}{m} - \frac{\rho_g(z) V g}{m} - \frac{\rho_g(z) C_x S_m}{2m} \dot{z}^2, \quad (8)$$

где  $z$  – глубина погружения зонда;  
 $\dot{z} = v$  – скорость погружения.

Приведенная в формуле (8) плотность зонда  $\rho_z$  может быть определена через его массу  $m$  и объем  $V$  из соотношения

$$m = \rho_z V. \quad (9)$$

Далее полученное уравнение (8) преобразуем с учетом (7) и (9) следующим образом

$$\ddot{z} = -\rho_g(z) a \dot{z}^2 + g - \frac{\rho_g(z)}{\rho_z} g \quad (10)$$

с начальными условиями

$$t_0 = 0; \quad z(t_0) = z_0; \quad \dot{z}(t_0) = \dot{z}_0, \quad (11)$$

где  $z$  – текущая глубина погружения зонда;  $\dot{z}$  – скорость погружения;  $\rho_g(z)$  – текущая плотность морской воды, соответствующая текущей глубине;  $\rho_z$  – плотность зонда;  $g$  – ускорение свобод-

ного падения на широте станции измерения профиля;

$a$  – конструктивный параметр зонда, зависящий от максимальной площади поперечного сечения  $S_m$ , коэффициента лобового сопротивления  $C_x$ , а также плотности  $\rho_z$  и объема  $V$  корпусной части зонда (или его массы  $m$ ).

Как следует из соотношений (8), (9) и (10), параметр  $a$  вычисляется по формуле

$$a = \frac{C_x S_m}{2V \rho_z} = \frac{C_x S_m}{2m}. \quad (12)$$

Дифференциальное уравнение (10) с начальными условиями (11) описывает процесс движения (погружения) зонда в стратифицированной морской среде под действием равнодействующей сил:

– постоянной (для конкретной географической широты станции) силы тяжести;

– переменной выталкивающей силы, зависящей от изменения плотности окружающей морской воды;

– силы сопротивления движению, зависящей от квадрата скорости погружения, которая, в свою очередь, так же зависит от плотности окружающей морской воды.

Таким образом, движение (погружение) зонда в морской среде происходит под действием силы тяжести, которой препятствуют сила Архимеда (выталкивающая) и сила сопротивления движению. При этом в однородной среде (с постоянной плотностью) сила Архимеда будет постоянной (как и сила тяжести), а сила сопротивления, зависящая от скорости, будет изменяться до тех пор, пока она не уравновесит равнодействующую двух других сил и скорость погружения  $\dot{z}$  станет постоянной при нулевом ускорении  $\ddot{z}$ . Значение этой скорости можно определить в результате решения уравнения, которое следует из (10) при  $\ddot{z} = 0$ . Имеем

$$\dot{z} = \sqrt{\frac{g}{a \rho_g(z)} \left(1 - \frac{\rho_g(z)}{\rho_z}\right)}. \quad (13)$$

Модель погружения неуправляемого зонда (10) является нелинейной, а также

зависящей от плотности окружающей водной среды, которая влияет не только на свойства зонда как гидродинамического объекта, но при этом вносит поправку к выталкивающей силе, что приводит к изменению движущей силы. Поэтому для использования ее при конструировании фильтра Калмана необходимо предварительно выполнить процедуры линеаризации и приведения к форме пространства состояний. Это можно сделать, например, как показано в [2].

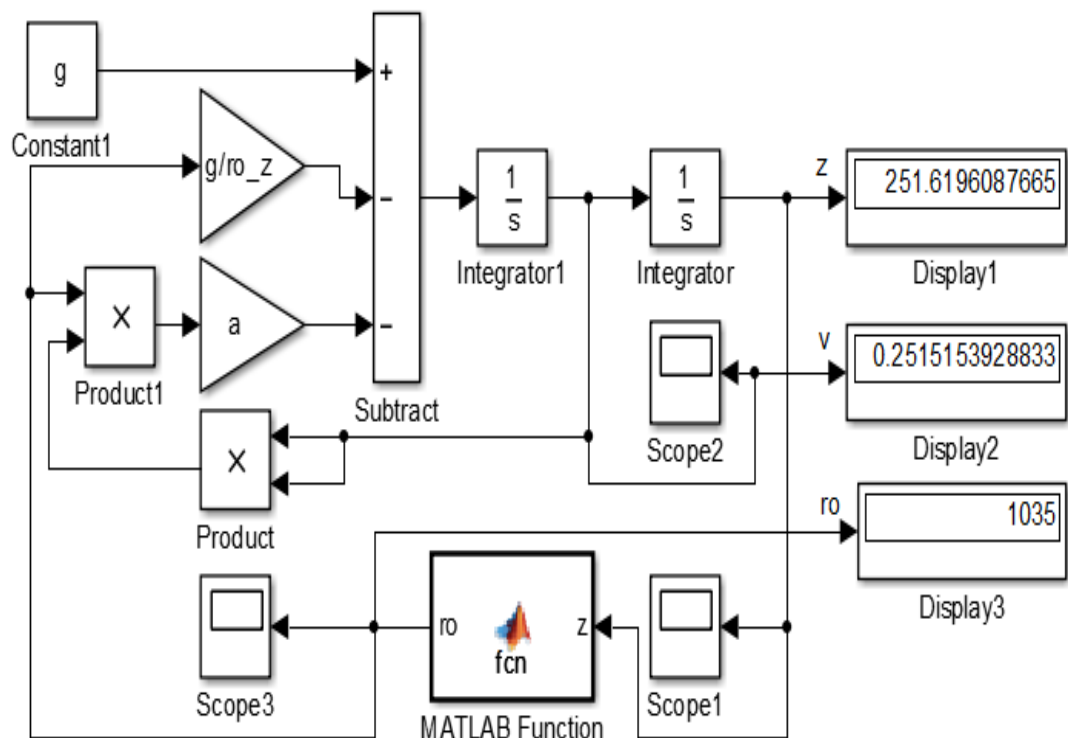
**Моделирование процесса погружения неуправляемого морского зонда** проводилось при следующих исходных данных:

- длина корпусной части морского зонда (образующей цилиндра)  $L = 0,45\text{ м}$ ;
- диаметр основания цилиндра  $d = 0,16\text{ м}$ ;
- радиус стабилизирующего кольца  $R = 0,26\text{ м}$ ;
- масса  $m = 9,98\text{ кг}$ .

Программное обеспечение, предназначенное для решения поставленной задачи, разработано в виде двух файлов.

В первом (m-файле), исполняемом в системе MATLAB, на основе исходных данных по формуле (12) выполнен расчет конструктивного параметра  $a = 0,0093\text{ м}^{-1}$ , обеспечивающего заданную скорость погружения зонда  $v = 0,25\text{ м/с}$  в морской среде с плотностью  $\rho_e = 1035\text{ кг/м}^3$ , а также установившегося значения этой скорости по формуле (13).

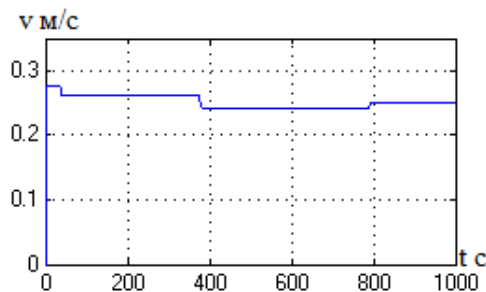
Во втором (mdl-файле), предназначенном для исследования процесса погружения зонда в морской стратифицированной среде, содержится разработанная схема моделирования (S-модель), которая построена по уравнению (10) с начальными условиями (11), принятыми за нулевые, и представлена на рис. 1.



Р и с. 1. Схема моделирования процесса погружения неуправляемого зонда в стратифицированной морской среде

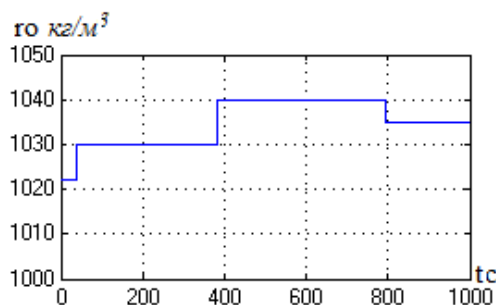
Для имитации слоистой структуры вертикального профиля морской среды с различными плотностями, зависящими от глубины, разработана и реализована с помощью блока *fcn* специальная функция  $\rho_e(z)$ , включенная в состав S-модели, размещенной в mdl-файле, предназначенном для исполнения в среде визуального моделирования Simulink системы MATLAB.

Результаты моделирования иллюстрируются на рис. 2, где изображен график вертикальной скорости погружения зонда в морской стратифицированной среде.



Р и с. 2. График вертикальной скорости погружения

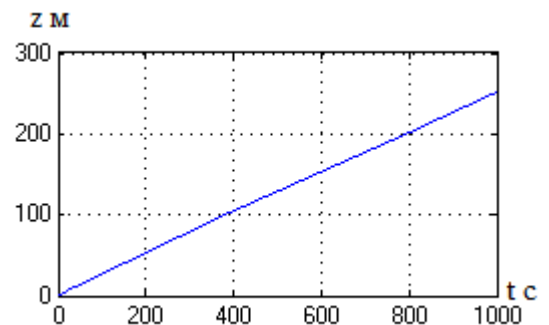
На рис. 3 представлен график плотности морской воды как функции времени, который получен в процессе моделирования вертикального зондирования.



Р и с. 3. График плотности морской среды, полученный в ходе моделирования

Для исследования зависимости текущей плотности морской воды от глу-

бины можно воспользоваться графиком текущей глубины погружения, изображенном на рис. 4, который так же получен в ходе моделирования. Например, определение текущего состояния процесса погружения и текущего значения плотности окружающей морской воды выполняется следующим образом. Пусть нас интересует состояние процесса моделирования на 800 с. По графику, изображенному на рис. 2 определяется скорость вертикального погружения  $v=0,25$  м/с. Далее по графику, изображенному на рис. 4, определяется соответствующая моменту времени  $t=800$ с текущая глубина:  $z=200$  м, а по графику рис. 3 определяется соответствующая этой глубине плотность морской воды  $\rho_e=1035$  кг/м<sup>3</sup>, зафиксированная в тот же момент времени  $t=800$ с.



Р и с. 4. График текущей глубины погружения

**Заключение.** Математическая модель процесса погружения под действием силы тяжести неуправляемого зонда в стратифицированной морской среде может использоваться для различных целей, например, при конструировании корпусной части автономного STD-зонда, обеспечивающей требуемую скорость погружения в морской среде с постоянной плотностью воды, значение которой должно быть задано. При задании плотности морской воды и массогабаритных характеристик корпусной части зонда скорость его погружения мо-

жет быть рассчитана по формуле (13) или определена в процессе моделирования. При этом результаты расчета и моделирования совпадают.

Предложенная модель может найти применение для оценки времени вертикального погружения тела с известной геометрической формой, размерами и массой (весом), как это, например, предложено в [6].

Как уже отмечалось, линеаризованная модель процесса погружения может быть использована при разработке фильтра Калмана для бортовой инерциальной системы навигации, предназначенной для определения местоположения зонда в пространстве при его отклонении от вертикали.

Результаты моделирования показали, что стратификация морской среды влияет на вертикальную скорость погружения зонда и это влияние можно оценить количественно при помощи предложенной модели.

Дальнейшие исследования предполагается поводить при разработке моделей движения тел в морской стратифицированной среде при различных скоростях погружения и, в частности, при малых значениях  $Re$  (числа Рейнольдса), то есть при малых скоростях, когда сила сопротивления движению определяется в соответствии с законом Стокса только сопротивлением трения, которое пропорционально скорости и мало зависит от сопротивления давления (формы). Последнее означает, что модели процессов погружения зондов, предназначенных для профильных измерений, при относительно больших и малых скоростях движения будут существенно различаться. Это приведет к серьезной проблеме при разработке систем управления движением таких зондов в стратифицированной морской среде с существенно различающимися скоростями. Например, с крейсерской скоростью порядка 1 м/с и измерительной скоростью 0,1 м/с, как это предлагается в работе [7]. При этом применение для целей управления тра-

диционных ПИД регуляторов или LQ регуляторов исключается, так как для расчета их параметров требуются линеаризованные модели с постоянными параметрами.

Таким образом, решение проблемы построения управляемых зондов связано с разработкой адаптивных регуляторов, обеспечивающих требуемые скоростные режимы их движения при измерениях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Краснодубец Л.А., Забурдаев В.И., Альчаков В.В.* Управление морскими буями профиломерами как метод повышения репрезентативности термодинамических измерений. Модели движения // Морской гидрофизический журнал. – 2012. – № 5. – С. 69–79.
2. *Краснодубец Л.А.* Терминальное управление в морских наблюдательных системах с подвижными платформами сбора данных // Изв. РАН Серия ТиСУ. – 2008. – № 2. – С. 141–153.
3. *Wang S., Jiang L., He J., and Tang X.* Research of Buoy with Floating Movement // Informatics in Control, automation and Robotics. – 2011. – Vol. 1, LNEE. – P. 733–740.
4. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1991. – 600 с.
5. *Гультияев А.* MATLAB. Имитационное моделирование в среде Windows: практическое пособие. – Спб.: Корона. – 1999. – 288 с.
6. *Рождественский К.В., Рыжов В.А.* Оценка времени вертикального погружения тела, оснащенного механизмом изменения плавучести // Морской вестник. – 2013. – № 2 (46). – С. 101–104.
7. *Краснодубец Л.А., Греков А.Н.* Моделирование работы автономного профилографа как динамической системы при измерениях океанологических полей // Системы контроля окружающей среды. – 2015. – № 2 (22). – С. 58–64.