

## ДВУХСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ ОКЕАНИЧЕСКОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ

А.Б. Федотов

Институт природно-технических систем, РФ, г. Севастополь, ул. Ленина, 28  
E-mail: fedotov57@mail.ru

В рамках численной модели двухслойного океана при наличии внешнего стационарного потока завихренности проведено исследование развития крупномасштабной циркуляции, сделаны оценки пространственных и временных масштабов осцилляций скорости течений в численных экспериментах, выполнено их сравнение с характерными особенностями крупномасштабной циркуляции.

**Ключевые слова:** синоптическая изменчивость, струйные течения, ветровые течения.

**Введение.** Касательное напряжение ветра является наряду с термохалинными факторами одним из основных механизмов, генерирующих крупномасштабную циркуляцию океана. Дж. Педлоски [1] детально изложил круг задач, изучаемых в приближении «мелкой воды», в которых влияние потоков тепла и соли не играет решающей роли в процессе формирования структуры течений и которыми можно пренебречь. Это, прежде всего, задачи исследования геострофических течений открытого океана и задачи динамики интенсивных пограничных течений у западных берегов океанов.

Важным направлением изучения океана и атмосферы является исследование океанских течений, их неустойчивости, а также возможности возникновения структурных образований, изучение их характерных пространственно-временных масштабов, их роли в процессах переноса массы, импульса, энергии в океане.

Перспективность изучения бароклинной неустойчивости крупномасштабной циркуляции связана с заменой моделей циркуляции с непрерывной стратификацией  $n$ -слойными моделями, наиболее широкое распространение получили двухслойные модели (Филлипс [2]).

Настоящая работа посвящена исследованию эволюции океанических течений в рамках численной двухслойной модели циркуляции под воздействием

стационарного пространственно неоднородного ветра. Целью работы является исследование механизмов формирования в поле течений статистически значимых структурных образований, изучение их пространственных и временных характеристик, а также в перспективе оценка возможности оказывать влияние этих образований на термодинамические процессы в атмосфере

**Уравнения и описание модели.** В работе использована модель сохранения потенциального вихря в обозначениях Райнса [3] для двухслойной жидкости,  $j = 1, 2$ .

$$\frac{\partial \omega_j}{\partial t} + J(\psi_j, \omega_j) + \beta \frac{\partial \psi_j}{\partial x} = D_j + W_j, \quad (1)$$

где  $\psi_j$  – поле функции тока в слое  $j$ ,

$$\omega_j = \nabla^2 \psi_j + F(\psi_i - \psi_j), \quad i=3-j, \quad (2)$$

где  $\omega_j$  – поле завихренности в слое  $j$ ;  $D_j$  – диссипация;  $W_j$  – поток завихренности, генерируемый ветром. Здесь использованы общепринятые обозначения  $F^{-1/2}$  – внутренний масштаб Россби,  $\beta$  – меридиональный градиент параметра Кориолиса. Диссипация в модели реализована посредством включения в расчетную схему обычной вязкости, для нижнего слоя также используется придонное трение. Уравнения модели были стандартным образом приведены к безразмерному виду, и расчеты выполнялись в квад-

ратной области с длиной стороны  $2\pi$ . Положительные значения оси  $X$  соответствуют направлению на восток, положительные значения оси  $Y$  соответствуют направлению на север. Поток завихренности для верхнего слоя

$$W_1 = W_0 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \sin(y) + \hat{W}(x, y), \quad (3)$$

$W_0$  – амплитуда «детерминированного» потока завихренности, южная половина расчетной области в среднем подвергается воздействию антициклонической завихренности, а северная половина – циклонической, поток завихренности для нижнего слоя  $W_2$  тождественно равен нулю.  $\hat{W}(x, y)$  моделирует «случайную» составляющую ветрового воздействия и задается в модели набором гармоник в диапазоне волновых чисел от 5 до 25, с нормировкой спектральной плотности в данном диапазоне («белый шум»).

В модели ставятся граничные условия непротекания, а именно без ограничения общности поле функции тока на границах расчетной области задается как

$$\psi_i(0, y) = \psi_i(2\pi, y) = 0 \quad (4)$$

для всех  $y \in [0, 2\pi]$

$$\text{и} \quad \psi_i(x, 0) = \psi_i(x, 2\pi) = 0 \quad (5)$$

для всех  $x \in [0, 2\pi]$ ;

для завихренности граничные условия задаются аналогично

$$\omega_i(0, y) = \omega_i(2\pi, y) = 0 \quad (6)$$

для всех  $y \in [0, 2\pi]$

$$\text{и} \quad \omega_i(x, 0) = \omega_i(x, 2\pi) = 0 \quad (7)$$

для всех  $x \in [0, 2\pi]$ .

**Численная схема.** При выборе численной схемы было отдано предпочтение конечно-разностным методам интегрирования уравнений задачи, это связано с перспективой развития модели. Прежде всего модель должна иметь возможность описывать физические процессы в расчетной области, форма которой отличается от прямоугольной, учитывать рельеф дна, а также осуществлять

расчеты с заданием не только неоднородного, но и нестационарного ветра.

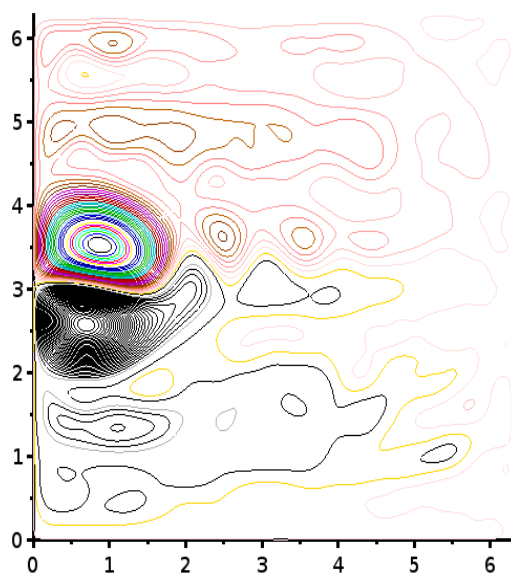
Для решения основного уравнения задачи (1) применена схема Аракавы [4]. Эта девятиточечная схема имеет формальную погрешность пространственной аппроксимации четвертого порядка точности, производная по времени аппроксимируется по схеме *leapfrog* или «чехарда». Данная схема обладает свойством сохранения завихренности и интегралов движения второго порядка – кинетической энергии и энстрофии, что делает эту схему удобной при решении задач гидродинамической неустойчивости. Эта схема с успехом применялась в соавторстве в задачах исследования не-гауссовых процессов в геострофической турбулентности [5].

Немаловажно, что в такой постановке численная модель достаточно легко модифицируется в  $n$ -слойную модель для  $n \geq 3$ .

Решение системы уравнений (2) на каждом шаге посредством суммирования и вычитания уравнений для верхнего и нижнего слоев приводит эту систему к двум уравнения Пуассона. Решение их в прямоугольной области целесообразно с помощью прямых методов интегрирования, П. Роуч [6].

**Результаты численных экспериментов.** Численные эксперименты выполнялись в квадратной расчетной области с разрешением 225 узлов сетки по каждой из сторон квадрата. Ниже представлены результаты экспериментов при параметрах  $\beta = 5$  и  $F = 1500$ , шаг по времени был равен 0,01 безразмерной единицы. Эксперименты были выполнены при различных значениях внешнего потока завихренности, причем отношение между величиной слагаемых в формуле (3) сохранялось, то есть, были проведены эксперименты с интенсивностью потока завихренности  $W(x, y)$ ,  $1,5W(x, y)$ ,  $2W(x, y)$ , далее для краткости изложения эти эксперименты соответственно пронумерованы как Э1, Э2 и Э3. Эксперименты показали, что в расчетной области формируется крупномасштабная структура, состоящая из двух основных круговоротов: циклонического в северной части области и антициклонического в южной.

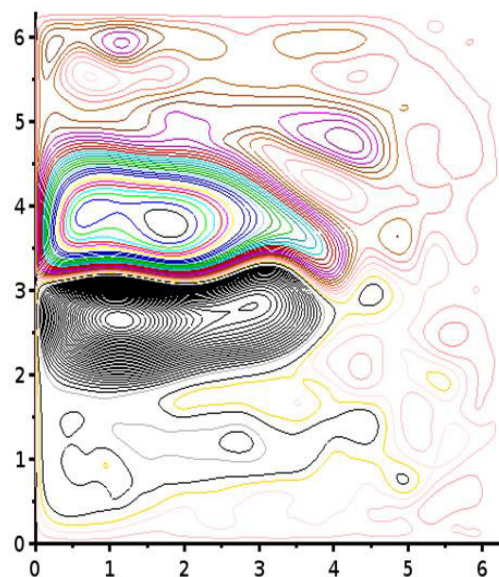
Визуальный анализ поля завихренности показывает наличие большого количества вихрей, как являющихся составной частью основных круговоротов, так и составляющих их периферию. Ниже представлен качественный вид полей функции тока для всех трех экспериментов, для наглядности подписи значений изолиний опущены. В экспериментах внимание было уделено формированию двух основных круговоротов и зонального струйного течения, также осуществлялся контроль максимальной скорости течений. Если размер расчетной области принять приблизительно равным 4500 км, то одна безразмерная единица длины соответствует 716 км, одна безразмерная единица скорости равна 2 м/с, а единица времени – 2,5 сут. Ниже приводятся поля течений только для верхнего слоя как более показательные.



**Рис. 1.** Поле функции тока Э1,  $t = 500,0$ ; здесь и далее черные изолинии – положительные значения, цветные – отрицательные

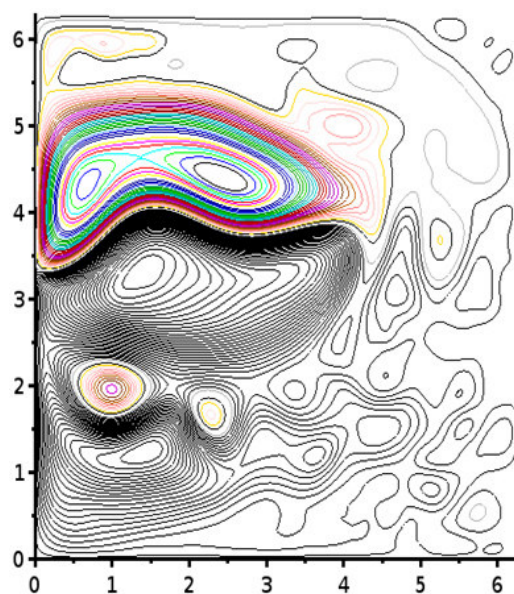
Как видно из рис. 1. в расчетной области сформировались два круговорота, максимальные значения зональной и меридиональной компонент скорости приблизительно равны и достигают 1,58 единицы, зональное течение между круговоротами направлено к центру расчетной области и имеет протяженность 1,5 единицы.

В Э2 увеличение интенсивности потока завихренности дает несколько иную картину циркуляции (рис. 2).



**Рис. 2.** Поле функции тока Э2,  $t = 500,0$

Из рис. 2. видно, что размер круговоротов значительно больше в сравнении с картиной течений на рис. 1. Зональное течение имеет протяженность 3,5 единицы, максимальная зональная скорость течения так же, как и в Э1 равна 1,58, максимальная меридиональная скорость равна 1,89.



**Рис. 3.** Поле функции тока Э3,  $t = 400,0$

Эксперимент 3 демонстрирует еще более мощные круговороты по сравнению с Э1 и Э2 как следствие большего потока внешней завихренности, это подтверждается не только визуальным ана-

лизом, но и конкретными значениями максимумов компонентов скорости: 1,51 и 2,38 соответственно. Кроме этого явно присутствует сильное меандрирование зонального течения, это отчасти явилось причиной того, что на рис. 3. представлено поле функции тока при  $t = 400,0$ , т.к. при  $t = 500,0$  меандры фактически разрушили структуру двух круговоротов.

Крупные меандры проявляются в поле функции тока, поле завихренности отражает сильно турбулентный характер наблюдаемой циркуляции.

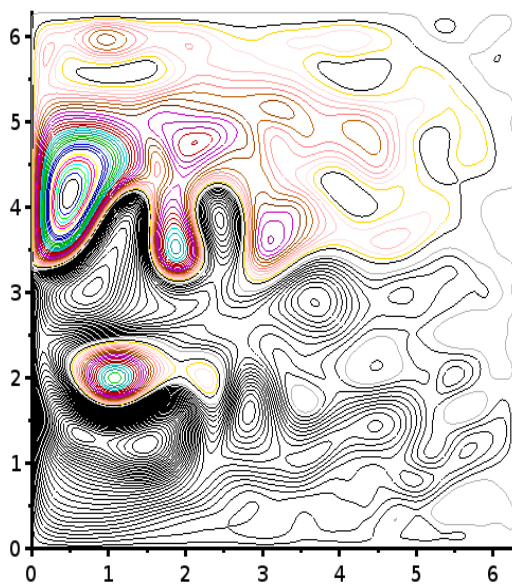


Рис. 4. Поле функции тока Э3,  $t = 500,0$

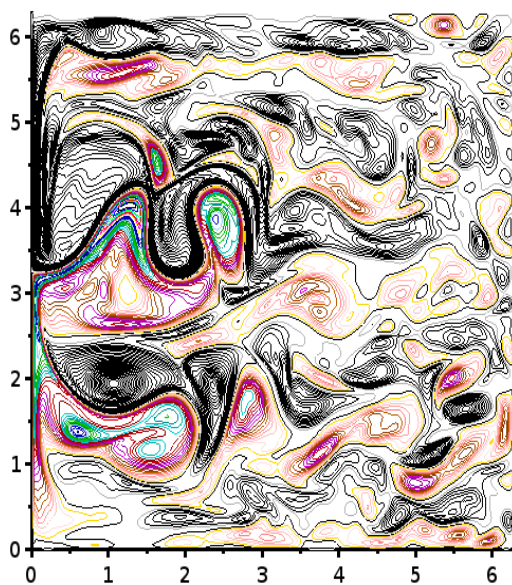


Рис. 5. Поле завихренности Э3,  $t = 500,0$

Из рис. 4. и рис. 5. видно, что циркуляция, вызванная воздействием ветра, имеет достаточно сложную структуру, и представляется сложным провести четкую границу между крупномасштабной циркуляцией и совокупностью большого количества интенсивных взаимодействующих вихрей. Появление сильных меандров резко уменьшило перенос в зональном направлении, максимальная скорость зонального переноса упала до 1,11 единиц, а максимальная скорость меридионального переноса уменьшилась до 2,07 безразмерных единиц.

В ходе численных экспериментов установлено, рост скорости течений происходит не монотонно, а при положительном тренде имеет осциллирующий характер. Временной и пространственный масштабы этих осцилляций можно сделать с помощью анализа временного хода максимумов компонентов скорости.

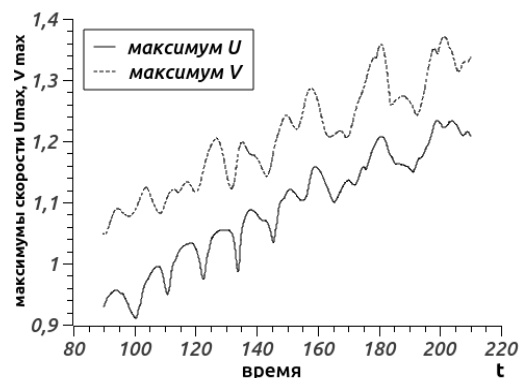


Рис. 6. Временной ход максимумов компонентов скорости в Э1

Графики на рис. 6. демонстрируют наличие осцилляций максимумов компонентов скорости, простые оценки показывают следующее. На графике максимума  $U$ , это характеристика зонального течения, данная величина от  $t = 100,0$  до  $t = 147,0$  совершает четыре полных осцилляции, период одной осцилляции 11,75. Средняя кинетическая энергия в верхнем слое составляет в этот период 0,048 единицы, что соответствует средней скорости 0,31. Если предположить, что осцилляции максимумов скорости являются следствием орбитального движения жидкости в вихре, оценка окружности такого вихря дает величину 3,64,

что соответствует линейному размеру вихря 1,16 и совпадает с характерным размером круговоротов на рис. 2.

Можно сделать аналогичные оценки для Э2, рассмотрим график максимумов компонентов скорости за этот же промежуток времени, средняя кинетическая энергия в верхнем слое гораздо больше – 0,13, что соответствует средней скорости 0,51.

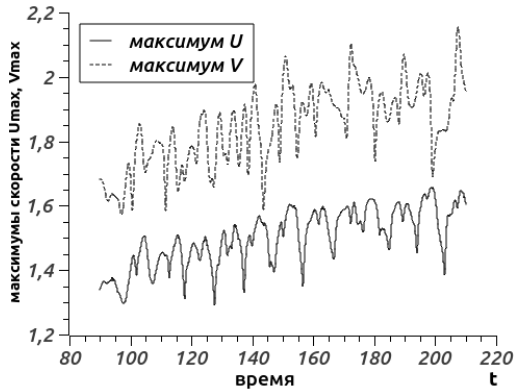


Рис. 7. Временной ход максимумов компонентов скорости в Э2

Скорости в Э2 выше, чем в Э1, что связано с большей интенсивностью потока внешней завихренности, характерное время четырех осцилляций оценим по отрезку времени от  $t = 118,0$  до  $t = 156,0$ . Это время составляет 9,5, что с учетом средней скорости по верхнему слою дает длину линии тока 4,84, или линейный размер для круглого вихря 1,54, а для вытянутого линейный размер может быть больше 2,0 единиц. Такая оценка также хорошо согласуется с размером основных круговоротов на рис. 2. Следует отметить, что круговороты в Э2, рис. 2, имеют более сложную структуру по сравнению с круговоротами в Э1, а именно, интенсивная часть круговорота явно смещена к западу. Гипотетически в Э2 следует ожидать более сложной структуры осцилляций вследствие более сложной структуры крупномасштабных круговоротов. Временной ход максимумов компонентов скорости на рис. 7. действительно демонстрирует более изрезанный характер осцилляций по сравнению с аналогичным графиком для Э1, однако этот вопрос остается открытым и требует надежных доказательств.

Заметим, что предложенный анализ

осцилляций максимумов компонентов скорости не носит всеобъемлющий характер и не отражает всю сложность структуры течений в полном объеме. Однако поскольку значительное внимание в данных численных экспериментах и в перспективе уделяется именно формированию зонального течения на границе циклонического-антициклонического потоков внешней завихренности и меридионального течения вблизи западного берега, контроль максимальных значений компонентов скорости уже в силу самой геометрии расчетной области оказывается весьма полезным. Данное исследование не претендует на полноту рассмотрения всех аспектов проблемы, вопрос развития струйных зональных течений в присутствии интенсивной синоптической изменчивости остается актуальным, в частности в [7] рассматривается воздействие совокупности вихрей на зональное течение. В настоящей работе и течения, и вихри фактически рассматриваются как единая система крупномасштабной и вихревой циркуляции. Поле завихренности наглядно демонстрирует сложный турбулентный характер течений, что подчеркивает актуальность выбранного направления исследования.

**Заключение.** В настоящей работе представлены результаты численного моделирования океана на стадии развития поля течений от начального состояния полного покоя под действием вынуждающей силы ветра. Перспективность дальнейших исследований связана прежде всего с анализом стационарных состояний изучаемой системы течений при выходе на стационарное решение. Интерес к таким исследованиям не ограничивается районом Северной Атлантики, временные периоды перехода системы к стационарному режиму достигают 40 лет модельного времени [8, 9].

Двухслойная модель циркуляции океана, позволяющая описывать геострофические течения успешно используется при решении задач климатической изменчивости, в частности, при анализе отклика системы на внешнее воздействие для различных режимов геострофической турбулентности [10].

Разработанная численная модель

позволяет изучать эволюцию геострофических полей течений в океане при наличии внешнего потока завихренности. Численная схема отвечает теоретическим критериям устойчивости для явной схемы при выборе шага по времени как по величине скорости переноса, так и по величине вязкого диссипативного члена уравнения (1).

Численные эксперименты позволили исследовать процесс формирования крупномасштабной океанической циркуляции, оценить характерные временные и пространственные масштабы данного процесса.

Численные эксперименты продемонстрировали наличие осцилляций скорости струйных течений, оценка масштабов исследуемых процессов показала, что осцилляции связаны с процессами в основных круговоротах. Поскольку все эксперименты проводились с одними и теми же параметрами  $\beta=5$  и  $F=1500$ , дисперсия волн Россби во всех экспериментах одинакова, и значения возможных характеристик волн Россби для параметров задачи находятся вне области ее характерных масштабов. Учитывая, что исследуемые процессы в экспериментах были существенно бароклинные, осцилляции максимумов скорости струйных течений не связаны с распространением волн.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика в 2-х т. Т. 1 / пер. с англ. М.: Мир. 1984. 396 с.
2. Phillips N. A simple three-dimensional model for the study of large-scale extratropical flow patterns // J. of Meteorology, 1951. V. 8. N 6. P. 381–394.
3. Rhines P.B. Geostrophic turbulence. Ann. Rev. Fluid Mech. 1979. V. 11. P. 401–441.
4. Arakawa A. Computational design of longterm numerical integration of the equations of fluid motion. 1. Two-dimensional incompressible flow // Journal of Comput. Physics. V. 1. № 1. P. 119–143.
5. Поуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 618 с.
6. Ларичев В.Д., Федотов А.Б. Явление самоорганизации в геострофической турбулентности на  $\beta$ -плоскости // Доклады АН СССР, 1988. Т. 298. № 4. С. 971–975.
7. Hallberg R., Gnanadesikan A. An exploration of the role of transient eddies in determining the transport of a zonally reentrant current // J. Phys. Oceanography, 2001. V. 31. P. 3312–3330.
8. Stewart K., Haine T. Wind-driven Arctic freshwater anomalies // Geophys. Res. Lett., 2013. V. 40. P. 6196–6201.
9. Martin T., Steele M., Zhang J. Seasonality and long-term trend of Arctic Ocean surface stress in a model // J. Geophys. Res. Oceans, 2014. 119. P. 1723–1738.
10. Di Qi, Andrew J. Majda. Low-dimensional reduced-order models for statistical response and uncertainty quantification: two-layer baroclinic turbulence. J. Atm. Sci., 2016, published online, <http://dx.doi.org/10.1175/JAS-D-16-0192.1>

## NUMERICAL MODELLING OF OCEANIC CIRCULATION FORCED BY THE STATIONARY WIND IN A TWO-LAYER OCEAN

**A.B. Fedotov**

Institute of Natural and Technical Systems, Russian Federation, Sevastopol, Lenin St., 28

Using numerical simulation of two-layer ocean under the outer stationary vorticity flux the investigation of the development of a large-scale circulation has been provided. The space and time scales estimates of stream velocity oscillations in numerical experiments have been discussed and compared with the characteristics of large-scale circulation.

**Key words:** synoptic variability, large-scale variability, wind-forced currents.