ГИДРАВЛИЧЕСКАЯ КРУПНОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ КОМПОНЕНТ ВЗВЕСИ В МОРСКОЙ ВОДЕ

О.И. Ефремов

Морской гидрофизический институт НАН Украины г. Севастополь, ул. Капитанская, 2

E-mail: efremov39@list.ru

Предлагается аналитическое выражение для гидравлической крупности твердых частиц взвеси в морской воде, пригодное в широком диапазоне диаметров частиц. Обсуждается возможность расчета концентрации минеральных и органических частиц как независимых компонент взвеси в прибрежной области моря.

Введение. Различные методы описания потоков жидкости, содержащей взвешенные твердые частицы, можно условно разделить на гидродинамические и кинетические. В гидродинамических моделях взвесь обычно рассматривается как цельный объект, характеризуемый средними по гранулометрическому составу параметрами концентрации и скорости осаждения частиц.

Кинетический подход к описанию движения взвесей базируется на использовании модельных представлений о детальной структуре исследуемых процессов. Предполагается, что поле взвеси при стабильных внешних воздействиях находится в состоянии статистического равновесия, и к нему можно применить принцип детального равновесия, согласно которому любой микроскопический процесс в системе должен протекать с той же скоростью, что и обратный ему. Под микроскопическими процессами в этом случае понимаются допускающие статистическое описание явления подъема твердых частиц и их осаждения в турбулентном потоке жидкости. Для некоторого произвольно взятого горизонта над дном принцип детального равновесия означает равенство вероятностей подъема и осаждения частиц любого сорта, характеризуемых диаметром и гидравлической крупностью (скорость осаждения в неподвижной воде). На этой основе для каждого горизонта могут быть найдены равновесные функции распределения взвешенных частиц по указанным параметрам [1].

Принято называть независимыми компонентами системы вещества, количества которых в состоянии равновесия могут быть заданы произвольно. Применительно к системе взвешенных частиц в береговой зоне шельфа имеются основания считать независимыми органическую и минеральную составляющие. Для минеральной взвеси обычно используется значение плотности $\rho_1 = 2650$ кг/м³, плотность частиц органической взвеси по измерениям в Калифорнийском заливе [2] может меняться в диапазоне от 1032 кг/м³ до 1270 кг/м³, со средним значением $\rho_2 = 1077 \text{ кг/м}^3$. Благодаря такой разнице в плотности минеральные и органические частицы одного размера имеют совершенно разную гидравлическую крупность. Подход к прибрежной взвеси как к двухкомпонентной системе нуждается в определенной детализации схемы расчета основных характеристик взвешенных частиц.

Гидравлическая крупность – это скорость равномерного независимого осаждения частиц под действием силы тяжести в однородной спокойной жидкости (воде). Под независимым осаждением понимается такое движение частицы, при котором она не испытывает воздействия со стороны других частиц или стенок измерительного сосуда.

Значение гидравлической крупности может быть получено либо непосредственными измерениями, либо расчетным путем, исходя из известных размеров и плотности частицы. Вопрос о скорости равномерного падения твердых частиц в спокойной воде обычно рассматривается в двух аспектах: во-первых, как частный случай классической задачи гидромеханики обтекания, а во-вторых, в направлении экспериментальных исследований равномерного падения в воде именно зерен естественных грунтов и наносов.

1. Будем считать, что частица имеет сферическую форму и обладает настолько малыми размерами, что ее движение относительно окружающей среды подчиняется стоксову закону сопротивления. Тогда падение со скоростью *W* в неподвижной воде может описываться дифференциальным уравнением:

$$\frac{\pi d^3}{6} \left(\rho_0 + \frac{\rho}{2} \right) \frac{dW}{dt} + 3\pi d\rho v W =$$

$$= \frac{\pi d^3}{6} \left(\rho_0 - \rho \right) g.$$
(1)

Здесь d – диаметр частицы, ρ_0 – ее плотность, ρ – плотность воды, V – кинематический коэффициент вязкости, g – ускорение свободного падения. Первый член в (1) представляет силу, необходимую для ускорения частицы, второй – сила вязкого сопротивления, определяемая законом Стокса. Выражение в правой части описывает действие силы тяжести.

Уравнение (1) может быть представлено в эквивалентной форме:

$$W + \tau^{-1}W = g_p. \tag{2}$$

Здесь $\tau = d^2 (2\rho_0 + \rho)/36\rho v,$ $g_p = 2(\rho_0 - \rho)g/(2\rho_0 + \rho).$

Будем считать, что в начальный момент времени t = 0 частица покоится, W(0) = 0, тогда решение уравнения (2) имеет вид:

$$W(t) = \tau g_p \left(1 - e^{-t/\tau} \right). \tag{3}$$

Установившаяся скорость $W_1(d)$ при $\overset{\bullet}{W} = 0$ равна

$$W_1(d) = \tau g_p = ad^2, \qquad (4)$$

где

$$a = \frac{g(\rho_0 - \rho)}{18\rho \nu}.$$
 (5)

Вводя $c = (\rho_0 - \rho) / \rho$, (5) можно переписать в более компактном виде:

$$a = gc/18\nu. \tag{6}$$

Для минеральной взвеси устанавливаемая формулой (4) зависимость $W = ad^2$ выполняется до диаметров порядка d = 0,1 мм, что соответствует числам Рейнольдса, Re = Wd/v, меньшим единицы. При $\text{Re} > 10^2$ доминируют силы инерции, сопротивление становится квадратичным по скорости, и движение описывается следующим уравнением:

$$W + kW^2 = g_p. \tag{7}$$

Здесь $k = \frac{3\rho C_D}{2d(2\rho_0 + \rho)}, C_D$ – по-

стоянный коэффициент сопротивления, составляющий для шара $C_D \approx 1/2$. Решение имеет следующий вид:

$$W(t) = \sqrt{g_p k^{-1}} \operatorname{th} \omega t , \qquad (8)$$

где $\omega = \sqrt{g_p k}$.

Установившаяся скорость $W_2(d)$ равна

$$W_2(d) = \sqrt{g_p k^{-1}} = \sqrt{(4/3)cgd}$$
. (9)

Диапазон диаметров частиц от 0,1 мм до 1 мм примерно соответствует числам Рейнольдса от 1 до 100. Здесь действие вязкости постепенно ослабляется по сравнению с силами инерции, и сопротивление падению имеет сложный характер, трудно поддающийся теоретическому анализу. Между тем именно представительство во взвешенном состоянии минеральных частиц из указанного промежуточного диапазона размеров является наиболее существенным для изучения процессов переноса донных осадков.

2. Анализ эмпирических закономерностей для скорости осаждения минеральных частиц в воде, в котором акцентируется внимание на проблемной области размеров от 0,1 мм до 1 мм, представлен в работе [3].

Интересным с практической точки зрения представляется формальный подход к построению общей формулы гладкого сопряжения между скоростями осаждения $W_1(d)$ для вязкого интервала чисел Рейнольдса (выражение (4)) и $W_2(d)$ для инерционного обтекания (выражение (9)). Предлагаемый в настоящей работе способ сопряжения восходит к давней работе Руби (Rubey W.W.) [4] и основывается на использовании «оценочной скорости» $W_0(d) = v/d$. Поскольку число Рейнольдса может быть представлено виде в $\operatorname{Re}(d) = W(d) / W_0(d)$, можно сказать, что $W_0(d)$ вместе со скоростью осаждения W(d) характеризует изменение соотношения между силой вязкости и инерционной силой при падении в воде частиц разного диаметра.

Сопряжение осуществляется по формуле

$$W(d) = \sqrt{W_2^2(d) + m^2 W_0^2(d)} - m W_0(d).$$
(11)

Здесь *т* – числовой коэффициент.

Если $W_0(d)$ мало по сравнению с $W_2(d)$, что имеет место для крупных частиц, $W(d) \approx W_2(d)$. Для мелких частиц, когда $W_0(d)$ превышает $W_2(d)$, (11) можно представить в виде

$$W(d) = mW_0(d) \left(\sqrt{1 + \frac{W_2^2(d)}{m^2 W_0^2(d)}} - 1 \right) \approx \frac{W_2^2(d)}{2mW_0(d)}.$$
(12)

Полагая $W_2^2(d)/2mW_0(d) = W_1(d)$, получаем выражение для коэффициента m:

$$m = \frac{W_2^2(d)}{2W_0(d)W_1(d)}.$$
 (13)

Используя для $W_1(d)$ и для $W_2(d)$ выражения (4) и (9), получаем m = 12. В итоге (11) приобретает вид

$$W(d) = \sqrt{(4/3)cgd + 144v^2/d^2} - \frac{12v}{d}.$$
(14)

Среди многих экспериментальных данных по определению гидравлической крупности зерен наносов в промежуточной области диаметров имеет смысл выбрать для сравнения результаты Архангельского [5] и Росфельдера [6], поскольку те и другие были получены для одинаковой плотности частиц $\rho_0 = 2650$ кг/м³ и для широкого диапазона температур воды. Опыты Архангельского выполнялись при значениях температуры воды 5, 10, 15, 20°С, данные Росфельдера получены для температур 10, 14, 20, 24 и 28°С. Таким образом, значения 10°С и 20°С являются совпадающими, и данные для этих температур приведены на рис. 1.

Наблюдается явное превышение результатов Росфельдера по сравнению с измерениями Архангельского. В первом случае в экспериментах участвовали специально отобранные частицы, имеющие форму шара, во втором данные относятся к частицам естественных кварцевых наносов, форма которых может быть различной.

При падении в воде зерна наносов ориентируются так, что плоскость их максимального сечения оказывается перпендикулярной или почти перпендикулярной общему направлению движения, поэтому при равновеликих объемах максимальную скорость осаждения имеют шары, минимальную – частицы пластинчатой формы.

На рис. 1 зачерненные кружки и звездочки соответствуют более высокой температуре и соответственно меньшей вязкости воды. Можно отметить, что зависимость скорости осаждения от формы частиц оказывается более существенной, чем влияние вязкости.

Описание движения наносов упрощается, если их зерна принять за шаровые того же объема и веса, проведя предварительно исследования влияния формы частиц на их гидравлическую крупность. Этому вопросу уделяется значительное внимание в работах [3, 7]. Части различных пород могут поступать в водный поток почти неокатанными и на начальном этапе истирания уже приобретают окатанную форму, причем





$$W(d) = \sqrt{(7/6)cgd + 196v_1^2/d^2 - 14v_1/d},$$
штриховая линия – сопряжение
$$W(d) = \sqrt{(4/3)cgd + 256v_2^2/d^2} - 16v_2/d$$

1

истирание идет неодинаково по всей площади поверхности зерна; оно тем больше, чем меньше радиус кривизны данного участка поверхности. Обычно исходная форма в основном сохраняется и при значительном истирании. Плоские пластины становятся более тонкими, оставаясь плоскими; кубы и тетраэдры превращаются в шары, параллелепипеды – в эллипсоиды и квадратные пластинки – в линзы.

Наибольший размер зерна обозначим как длину l, соответственно ширину представим как p и толщину как q. Среднее арифметическое этих размеров будет e = (l + p + q)/3, среднее геометрическое $f = (lpq)^{1/3}$. Диаметр равнообъемного шара, как принято ранее, равен d. Обмеры большого количества

зерен естественных наносов дали следующие средние результаты [7]:

$$\frac{l}{e}:\frac{p}{e}:\frac{q}{e}=1,32:0,99:0,68;$$

$$\frac{\iota}{d}:\frac{p}{d}:\frac{q}{d}=1,39:1,05:0,72; \frac{e}{d}=1,055.$$
(15)

Фактор формы – это параметр, характеризующий уменьшение скорости осаждения частицы по сравнению с равнообъемным шаром, которое происходит лишь за счет большей поверхности зерна при прочих равных условиях проведения измерения. Существует большое количество критериев, среди которых простотой и эффективностью выделяется фактор формы *CSF*, предложенный Кори:

$$CSF = q / \sqrt{lp} \tag{16}$$

Для шара CSF = 1, для соотношения размеров (15) $CSF \approx 0.6$.

Проводились измерения методом серебрения отношения поверхности зерен естественных наносов и равнообъемных шаров для промежуточного диапазона диаметров частиц. С небольшим разбросом это отношение в среднем составило 1,34. В работе [7] предложено учитывать изменение скорости осаждения частиц за счет фактора формы путем увеличения числового коэффициента в выражении для стоксова сопротивления (второй член уравнения (1)) с 3 до 4. Это соответственно приводит к уменьшению коэффициента (6) в выражении для скорости падения $W_1(d) = ad^2$:

$$a = gc/24v. \tag{17}$$

По данным измерений, несколько снижается и скорость осаждения для частиц естественных наносов в крупномасштабном интервале (9):

$$W_2(d) = \sqrt{(7/6)cgd}$$
. (18)

В результате из (13) m = 14, и формула сопряжения (11) приобретает вид:

$$W(d) = \sqrt{(7/6)cgd + 196v^2/d^2} - \frac{14v}{d}.$$
(19)

Последнее выражение, рассчитанное для вязкости воды $v_1 = 1,32 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ (при 10°С) представлено на рис. 1 (сплошная линия). Для сравнения на этом же рисунке штриховой линией представлена формула сопряжения с $W_2(d) = \sqrt{(4/3)cgd}, m = 16$, рассчитанная для вязкости $v_2 = 1,015 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ (при 20°С).

3. Структура частиц органической взвеси не исследовалась столь детально, и остается предположить, что снижение скорости осаждения за счет фактора формы в этом случае происходит аналогичным образом. Тогда в (19) следует лишь учесть разницу в плотности минеральных и органических частиц, используя в первом случае параметр $c_1 = (\rho_1 - \rho)/\rho$, а во втором $c_2 = (\rho_2 - \rho)/\rho$. В соответствии со значениями $\rho_1 = 2650$ кг/м³, $\rho_2 = 1077$ кг/м³ и $\rho = 1000$ кг/м³ получаем $c_1 = 1,65$ и $c_2 = 0,077$.

Для гидравлической крупности минеральной взвеси $W_{M}(d)$ из (19) получаем

$$W_M(d) = \sqrt{(7/6)c_1gd + 196v^2/d^2} - 14v/d$$
(20)

и соответственно гидравлическая крупность органической взвеси $W_{\rho}(d)$ будет

$$W_{O}(d) = \sqrt{(7/6)c_{2}gd + 196v^{2}/d^{2}} - 14v/d.$$
(21)

Зависимости (20) и (21) изображены на рис. 2. Дополнительно на этом же рисунке приводится отношение $m_0(d) = W_M(d)/W_O(d)$. Можно отметить, что это отношение находится на уровне около 20 в области вязкого обтекания и равно примерно 5 для инерционного интервала.

Редуцированное ускорение минеральной частицы при падении в неподвижной воде составляет $g_{1p} = 2(\rho_1 - \rho)g/(2\rho_1 + \rho) = 5,13 \text{ m/c}^2,$ органической для частицы $g_{2p} = 2(\rho_2 - \rho)g/(2\rho_2 + \rho) = 0.48 \text{ M/c}^2.$ Переходная область масштабов между интервалами вязкого и инерционного обтекания для естественных грунтов характеризуется числами Рейнольдса от 2 до 200 и может интерпретироваться линейной зависимостью скорости осаждения от диаметра частицы.

Для минеральной частицы это зависимость $W_{MII}(d) = a_1 d_1 d = b_1 d$, $a_1 = gc_1/24\nu = 4,615 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}\text{c}^{-1}$. Диаметр d_1 , с которого начинается промежуточная область, равен $1,85 \cdot 10^{-4}$ м, или 185 микрон. Для органической частицы соответственно $W_{OII}(d) = a_2 d_2 d = b_2 d$, $a_2 = gc_2/24\nu = 2,154 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}\text{c}^{-1}$, диаметр d_2 равен 5,137 $\cdot 10^{-4}$ м, или 514 микрон. Таким образом, в наиболее динамически активном диапазоне масштабов органические частицы оказываются примерно в 3 раза крупнее минеральных.

С учетом фактора формы вся область изменчивости W(d) может быть разбитри участка: та на степенных $W_1(d) = ad^2$ для мелкомасштабного диапазона, $W_{\Pi}(d) = bd$ для промежуобласти точной диаметров, И $W_2(d) = \sqrt{(7/6)cg} \cdot d^{1/2}$ для крупных частиц.



Р и с. 2. Гидравлическая крупность минеральных частиц $W_{M}(d)$, органических частиц $W_{Q}(d)$, m_{0} – их отношение

4. Независимость органической и минеральной компонент взвешенного материала в прибрежной области моря не является безусловной и требует дополнительного обсуждения. Прямое использование этого принципа в статистике прибрежной взвеси наталкивается на серьезные затруднения. Прежде всего, количество минеральных частиц, находящихся во взвешенном состоянии в случае песчаного дна, полностью определяется конкретными гидрологическими условиями и вообще не может быть задано произвольно.

В качестве примера можно привести результат расчетов концентрации $C_1(z)$

для конкретных гидрологических условий в районе Бакальской косы (рис. 3). При увеличении скорости ветра от 5м/с до 10м/с концентрация взвеси, определяемая по ее вертикальному профилю вблизи берега на глубине H = 1,5м, возрастает более чем на два порядка.

Количество песка, находящегося во взвешенном состоянии при скорости ветра U, определяется по выражению

$$M_{U} = \int_{0}^{H} C_{1}(z) dz$$
 (22)

Расчеты дают для скорости ветра U = 5 м/с $M_5 = 36$ г/м², далее соответст-

венно $M_7 = 0,57$ кг/м², $M_8 = 3,7$ кг/м², $M_{10} = 15,3$ кг/м². Методика выполнения расчетов основывается на предположении, что песчаное дно в качестве источника минеральной взвеси имеет неограниченную мощность, а сепарация частиц песка регулируется условием равенства кинетической энергии турбулентности и потенциальной энергии профиля песча-

ной взвеси $P_1 = \int_{0}^{H} C_1(z) g_{1P} z dz$ [8]. Есте-

ственно, что приведенные выше количества минеральной взвеси не могут задаваться произвольно.

Ситуация с органической взвесью существенно иная. Общее количество частиц органического происхождения, находящихся на дне в прибрежной области открытого моря в состоянии полного штиля, обычно сравнительно невелико и может ограничиваться величинами массовой концентрации порядка 100г/м².



Р и с. 3. Концентрация взвеси $C_1(z)$, кг/м³

Поскольку редуцированное ускорение органических частиц $g_{2p} = 2(\rho_2 - \rho)g/(2\rho_2 + \rho) = 0,48$ м/с² при падении в неподвижной воде примерно на порядок меньше, чем для минеральных частиц, потенциальная энергия профиля органической взвеси H_{2}

 $P_2 = \int_{0}^{n} C_2(z) g_{2p} z dz$ на малых глубинах

оказывается пренебрежимо малой по сравнению с энергией турбулентности, рассчитанной на единицу площади, и практически не влияет на энергетические соотношения, определяющие концентрацию песчаной взвеси.

Естественно ожидать, что даже при сравнительно небольших уровнях турбулентности на малых глубинах весь наличествующий органический материал окажется во взвешенном состоянии. Как следует из приведенных выше результатов расчета, уже при ветре 7м/с песчаная взвесь доминирует, и количество органического материала в достаточно широких пределах может варьироваться без серьезных изменений в структуре энергетического баланса в системе взвесь – турбулентность.

При меньших ветрах порядка 5м/с количества органической и минеральной взвеси сравнимы, и здесь возможно энергетическое взаимовлияние раздельно рассчитываемых профилей.

Заключение. Проведенное исследование показывает, что формула сопряжения (19), связывающая вязкий и инерционный интервалы сопротивления падению частиц в воде, учитывает фактор формы, определяющий уменьшение скорости осаждения минеральной частицы по сравнению с равнообъемным шаром, которое происходит лишь за счет большей поверхности зерна. Предложенное аналитическое выражение легко трансформируется для целей раздельного анализа гидравлической крупности минеральных и органических частиц.

Для слабых ветров принцип разделения взвеси на минеральную и органическую составляющие можно дополнительно обосновать, если исследовать детальнее проблему гидродинамического взаимодействия частиц взвеси при их осаждении в водном потоке.

В работе [9] рассматривается влияние гидродинамического взаимодействия малых облачных капель на скорость их падения. Отмечается, что это влияние невелико при чисто вязком режиме обтекания и значительно увеличивается при осееновском режиме, когда роль сил инерции возрастает, а число Рейнольдса достигает величин порядка единицы и более. Непосредственные вычисления показывают, что гидродинамическое взаимодействие больше для сравнимых по размерам и близко расположенных капель.

Указанные результаты, важные для процессов коагуляции облачных капель, должны быть скорректированы применительно к оценкам степени взаимодействия близко расположенных частиц органической и минеральной взвеси, которые существенно отличаются по плотности.

Как следует из рис. 2, в промежуточном интервале между вязким и инерционным обтеканием разнокомпонентные частицы, имеющие одинаковую гидравлическую крупность, сильно отличаются по размерам, и наоборот, органические и минеральные частицы одного диаметра падают с совершенно разными скоростями. Получается, что время взаимодействия разнокомпонентных частиц со сравнимыми размерами относительно невелико, и их гидродинамическая связь в целом оказывается слабее, чем для частиц с одинаковой плотностью.

Таким образом, имеется основание для раздельного расчета профилей орга-

нической и минеральной взвеси также и при слабых ветрах, когда количественно эти компоненты могут быть сравнимы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Современные методы и средства контроля морской среды. Под ред. В.А. Иванова. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2006. – 112 с.
- Kranck K., Milligan T.G. Characteristics of suspended particles at an 11-hour ancor station in San Francisko bay, California // J. Geophys. Res. – 1992. – 107. N C 7. – P. 11373 – 11382.
- Онищенко Э.Л., Ямпольский В.А. Современное состояние вопроса определения гидравлической крупности / Современное процессы осадконакопления на шельфах мирового океана. М.: Наука, 1990. 208 с.
- Rubey W.W. Settling velocities of gravel sand and silt particles // Amer. J. Sci. Ser. 5. 1933. Vol. 25. – P. 325 – 338.
- Архангельский Б.В. Экспериментальное исследование точности шкал гидравлической крупности частиц // Изв. ВНИИ гидротехники, 1935. Т. 15.
- Rosfelder A. Une table de correspondance granulometrique dimensions metriques-dimensions Φ-temps de sedimentation standards // Bull. Soc. Geol. France. Ser.7. 1961. T. 3. – P. 383 – 386.
- 7. Гончаров В.Н. Основы динамики русловых потоков. Л.: Гидрометеоиздат, 1954. 452 с.
- Иванов В.А., Дыкман В.З., Ефремов О.И. Кинетика движения взвесей в береговой зоне // Литодинамика донной контактной зоны океана // Материалы международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения профессора В.В. Лонгинова (14-17 сентября 2009, г. Москва). – М: ГЕОС, 2009. – С. 89 – 92.
- 9. Пшенай-Северин С.В. О влиянии гидродинамического взаимодействия малых облачных капель на скорость их падения // Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1957, № 8, – Р. 1045 – 1051.