

АБСОЛЮТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МОРСКИМ ЗОНДОМ

А.Т. Барабанов, А.С. Лисогурский

Севастопольский национальный
технический университет
Студгородок, г. Севастополь, Украина,
99053
E-mail: lisogurskiy@mail.ru

Рассматривается задача анализа абсолютной устойчивости нелинейной системы управления погружением морского зонда путем аналитического исследования кругового критерия абсолютной устойчивости. Выполняется анализ эрмитовой матрицы критерия с двумя неопределенными параметрами и построение области ее положительной определенности в плоскости параметров системы. Применяются частотный и полиномиальный подходы.

Введение. Как известно наиболее сильные и конструктивные результаты в области анализа абсолютной устойчивости получены для систем с одним нелинейным блоком [1] (частотные критерии В.М. Попова, круговой). Применение обобщений указанных критериев для систем с несколькими нелинейными блоками наталкивается на серьезные трудности анализа многопараметрических матричных неравенств. Однако в случаях, когда число нелинейных блоков невелико, возможно проведение аналитического исследования критериев абсолютной устойчивости. Применение полиномиального подхода к анализу частотных условий абсолютной устойчивости [2] в определенных отношениях еще более упрощает компьютерную реализацию указанных критериев. В этом случае частотные неравенства представляются в вещественной форме с помощью многочленов (и определяемых ими рациональных функций) вещественной переменной, рассматриваемых на отрицательной полуоси.

В настоящей работе анализ абсолютной устойчивости выполняется путем аналитического исследования кругового критерия абсолютной устойчивости для систем с многими нелинейностями в частотной [1] и полиномиальной формах [2]. Анализ подробно

выполняется для случая двух нелинейностей. В качестве практической выбрана задача анализа системы управления глубиной погружения морского зонда.

1. Постановка задачи. Принцип действия системы управления глубиной погружения морского зонда [3] основан на изменении соотношения между его весом и водоизмещением путем приема и вытеснения водяного балласта. Конструкция зонда представляет собой [3] металлический цилиндр – корпус, состоящий из аппаратного отсека постоянного объема V и камеры плавучести с регулируемым объемом $V_C(t)$. Камера плавучести жестко соединена с аппаратным отсеком и обладает переменным объемом, который регулируется за счет изменения ее линейного размера (длины). Длина $l(t)$ изменяется при помощи электрогидравлического привода (ЭГП). Система стабилизации глубины погружения зонда [3] описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= g - \frac{\rho g}{m}(V + V_C(t)) - \frac{C_D S \rho}{m} x_2(t) |x_2(t)| \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{K_{ГП}}{T_{ГП}} x_4(t) - x_3(t) \frac{1}{T_{ГП}} \\ x_4(t) &= K_{Д} \dot{\varepsilon}(t) + K_{П} \varepsilon(t) \\ V_C(t) &= \varphi(x_3(t)) S_b \\ \varepsilon(t) &= U_{зад}(t) - K_{ДП} x_1(t) \end{aligned} \right\}$$

где $x_1(t) = z(t)$ – глубина погружения зонда; $x_2(t) = v(t)$ – скорость погружения зонда; $x_3(t) = L(t)$ – перемещение рабочего поршня ЭГП без ограничения; $x_4(t) = x(t)$ – перемещение золотника ЭГП; $S_b = 0,021$ (м²) – площадь поперечного сечения зонда; $g = 9,821$ м/с² – ускорение свободного падения; $C_D = 0,82$ – гидродинамический коэффициент сопротивления; $S = 0,198$ м² – площадь диска устойчивости зонда; $\rho = 1025$ кг/м³ – плотность морской воды; $m = 24$ кг – масса зонда.

Соответствующая структурная схема рассматриваемой системы представлена на рисунке 1.

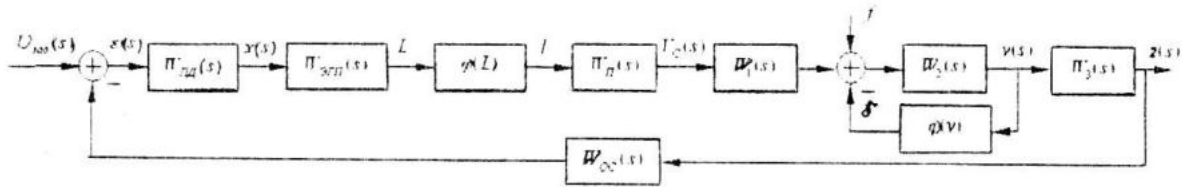


Рисунок 1 – Структурная схема системы стабилизации глубины погружения зонда

На рисунке 1 приняты следующие обозначения [3]:

- $U_{зад}(s)$ – задающее напряжение, пропорциональное заданной глубине погружения зонда;

- $W_{пд}(s) = K_p + K_d s$ – передаточная функция пропорционально-дифференциального регулятора, где $K_p = 1$; $K_d = 5$;

- $W_{зп}(s) = \frac{K_{зп}}{T_{зп}s + 1}$ – передаточная

функция ЭГП, где $K_{зп} = 20$; $T_{зп} = 0,001$;

- $W_{п}(s) = S_b$ – передаточная функция преобразователя;

- $W_{гг}(s) = K_{гг}$ – передаточная функция датчика глубины, где $K_{гг} = 1$;

- $W_1(s) = -\frac{g}{C_D S}$;

- $W_2(s) = \frac{C_D S \rho}{m s}$;

- $W_3(s) = \frac{1}{s}$;

- $\delta = \varphi(v(t)) = v(t) \cdot |v(t)|$;

- нелинейность $l = \varphi(L)$ представлена на рисунке 2.

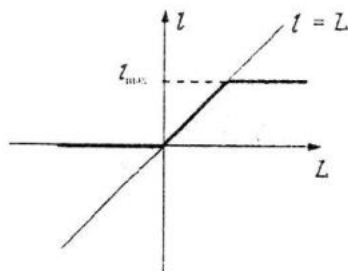


Рисунок 2 – Нелинейность $l = \varphi(L)$

Здесь $l_{max} = 0,024$ (м) – рабочий ход поршня ЭГП.

Таким образом, в системе управления глубиной погружения морского зонда присутствуют две нелинейности. Ставится задача анализа абсолютной устойчивости данной системы.

Пусть рассматривается нелинейная система с одномерными нелинейными блоками, модель которой представлена на рисунке 3.

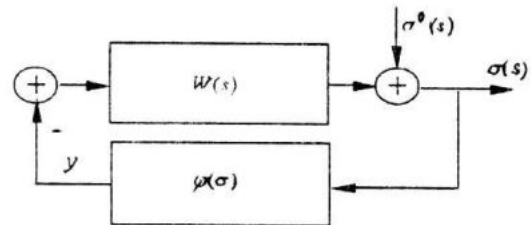


Рисунок 3 – Структурная схема нелинейной системы

где $y_i = \varphi_i(\sigma_i)$, а $k_1^i \sigma_i^2 \leq \sigma_i \varphi_i(\sigma_i) \leq k_2^i \sigma_i^2$, $i = 1, 2, \dots, r$, и $\varphi_i(\sigma_i)$ – кусочно-непрерывные функции.

Частотный критерий абсолютной устойчивости в форме кругового критерия [1] в общем случае ($r \geq 2$), формулируется следующим образом.

Теорема. Пусть $K_1 = \text{diag}(k_1^1, k_1^2, \dots, k_1^r)$, $K_2 = \text{diag}(k_2^1, k_2^2, \dots, k_2^r)$, $\tau_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, r$, $\tau = \text{diag}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r)$. Пусть все полюса передаточной функции $W(s)$, лежат в левой полуплоскости. Тогда если существует матрица τ такая, что выполняется частотное неравенство:

$$V(\tau; j\omega) = \text{Re} \left\{ [(I_r + K_1 W(j\omega))^* \tau (I_r + K_2 W(j\omega))] \right\} > 0, \quad (2)$$

при всех ω : $-\infty < \omega < \infty$, система на рисунке 3 абсолютно устойчива.

Здесь $\text{Re} X(j\omega) = \frac{1}{2} [X(j\omega) + X^T(-j\omega)]$.

Условие (2) является достаточным, а необходимым условием – устойчивость соот-

ветствующей линейной системы, которая определяется по описанию системы заменой нелинейностей линейными функциями. Поэтому дальнейший анализ сводится к решению двух подзадач: рассмотрение необходимых условий с построением области

устойчивости линейной системы, и рассмотрение достаточного условия (2) в форме, позволяющей выполнить его аналитическое исследование.

2. Анализ абсолютной устойчивости. Частотный подход. Представим исходную модель системы управления глубиной погружения морского зонда с двумя нелинейностями (рисунок 1) в форме структурной схемы, представленной на рисунке 3. Введем следующие обозначения:

$$y_1 = l; \quad y_2 = \delta; \quad y = [y_1 \quad y_2]^T;$$

$$W_{11}(s) = -W_{\text{пл}}(s)W_{\text{элп}}(s)W_{\text{ок}}(s)W_{\text{п}}(s)W_1(s)W_2(s)W_3(s);$$

$$W_{12}(s) = W_{\text{пл}}(s)W_{\text{элп}}(s)W_{\text{ок}}(s)W_2(s)W_3(s);$$

$$W_{21}(s) = -W_{\text{п}}(s)W_1(s)W_2(s);$$

$$W_{22}(s) = W_2(s).$$

С учетом числовых значений коэффициентов окончательно получаем:

$$W_{11}(s) = \frac{8,808s + 1,762}{0,001s^3 + s^2};$$

$$W_{12}(s) = \frac{6,934s + 1,387}{0,001s^3 + s^2};$$

$$W_{21}(s) = \frac{3,467}{s}; \quad W_{22}(s) = \frac{0,394}{s}.$$

$$\sigma_1(s) = L(s); \quad \sigma_2(s) = v(s);$$

$$\sigma(s) = [\sigma_1(s) \quad \sigma_2(s)]$$

Тогда, $k_1^1 = 0; k_2^1 = k_2 = 1; k_1^2 = 0; k_2^2 = k_2 \rightarrow \infty$, однако, очевидно, что значение k_2 будет конечным в силу того, что максимальная скорость погружения зонда всегда будет конечной. Элементы матрицы передаточных функций W определяются следующим образом:

В нашем случае $W(s)$ имеет полюса расположенные на мнимой оси. Поэтому для того, чтобы применить круговой критерий, линейную часть необходимо сделать гурвицевой. Для этого в структурную схему (рисунок 3) необходимо включить два компенсирующих друг друга фиктивных звена (рисунок 4).

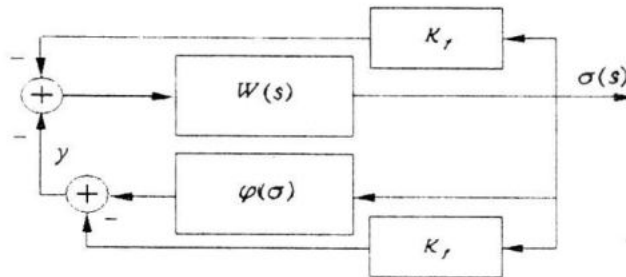


Рисунок 4 – Структурная схема нелинейной системы с фиктивными звеньями

Линейная и нелинейная части системы, представленной на рисунке 4 имеют вид:

$$W^*(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s) \cdot K_f}.$$

$$\varphi'(\sigma) = \varphi(\sigma) - K_f \cdot \sigma$$

Значение K_f необходимо выбирать из условия устойчивости фиктивной линейной части системы и условия $K_f < K$, $K = \text{diag}(k_1, k_2)$. Значение коэффи-

циента должно быть мало для того, чтобы К-сектор был как можно больше. Исходя из этого соображения, примем $K_f = \text{diag}(0,06; 0,06)$. При этом величина К-сектора для обеих нелинейностей уменьшится на величину $\text{arctg}(0,06) = 3,4^\circ$. Для краткости примем $W(s) = W^*(s)$, тогда элементы матрицы W определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} W_{11}(s) &= \frac{8,808s + 1,762}{0,001s^3 + s^2 + 0,528s + 0,106} \\ W_{21}(s) &= \frac{8,808}{s + 0,529} \\ W_{12}(s) &= \frac{6,934s + 1,387}{0,001s^3 + s^2 + 4,16s + 0,832} \\ W_{22}(s) &= \frac{6,934}{s + 0,416} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Итак, рассмотрим систему на рисунке 3 с матрицей передаточных функций (3), в которой нелинейности заменены линейными функциями — $y_1 = k_1 \sigma_1$, $y_2 = k_2 \sigma_2$.

Необходимо в плоскости (k_1, k_2) выделить область устойчивости указанной системы. Воспользовавшись алгоритмом D-разбиения по одному параметру для характеристических многочленов

$$\begin{aligned} r_1(s) &= q_{11}(s) + k_1 p_{11}(s); \quad W_{11}(s) = \frac{p_{11}(s)}{q_{11}(s)}; \\ r_2(s) &= q_{22}(s) + k_2 p_{22}(s); \quad W_{22}(s) = \frac{p_{22}(s)}{q_{22}(s)}; \\ r_1(s) &= 0,001s^3 + s^2 + 0,528s + 0,106 + \\ &\quad + k_1 \cdot (8,808s + 1,762); \\ r_2(s) &= s + 0,416 + 6,934 \cdot k_2; \end{aligned}$$

получили, что для любых $k_1 > 0, k_2 > 0$ линейная система будет устойчива (т.е. выполняется необходимое условие абсолютной устойчивости).

Перейдем к рассмотрению достаточных условий абсолютной устойчивости нелинейной системы управления глубиной погружения зонда. Получим условия существования параметров τ_i , для которых выполняется соотношение (2). Размерность матрицы передаточных функций $W(j\omega)$ и матрицы $V(\tau, j\omega)$ в нашем случае будет 2×2 . Полагая

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}, \text{ будем иметь}$$

$$\begin{aligned} V_{11}(\tau_1, j\omega) &= \tau_1(1 + k_1 \operatorname{Re} W_{11}(j\omega)); \\ V_{12}(\tau_1, \tau_2, j\omega) &= \frac{1}{2}(\tau_1 k_1 W_{12}(j\omega) + \tau_2 k_2 W_{21}(-j\omega)); \\ V_{21}(\tau_1, \tau_2, j\omega) &= \frac{1}{2}(\tau_2 k_2 W_{21}(j\omega) + \tau_1 k_1 W_{12}(-j\omega)); \\ V_{22}(\tau_2, j\omega) &= \tau_2(1 + k_2 \operatorname{Re} W_{22}(j\omega)); \end{aligned}$$

Условие положительной определенности матрицы $V(\tau, j\omega)$ дает следующие частотные неравенства:

$$V_{11} > 0; \quad (4)$$

$$V_{11}V_{22} - V_{12}V_{21} > 0; \quad (5)$$

$$V_{22} > 0. \quad (6)$$

Прямой подход к анализу указанных условий состоит в проверке неравенств при назначенной матрице τ . Вычислить значения левых частей при всех ω принципиально нетрудно, однако при отрицательном результате возникает ситуация неопределенности — либо неудачно выбрана матрица τ , либо матрица V не обладает нужными свойствами. Более продуктивным оказывается последовательное использование указанных неравенств.

Поскольку $\tau_1, \tau_2 > 0$ (по условию теоремы), условия (4), (6) можно представить в виде следующих частотных неравенств:

$$1 + k_1 \operatorname{Re} W_{11}(j\omega) > 0, \quad -\infty < \omega < +\infty; \quad (7)$$

$$1 + k_2 \operatorname{Re} W_{22}(j\omega) > 0, \quad -\infty < \omega < +\infty. \quad (8)$$

Условию (5) эквивалентно [1] следующее частотное неравенство:

$$f(\tau) = -a\tau^2 + 2b\tau - c > 0, \quad (9)$$

при всех ω : $-\infty < \omega < \infty$ и $\tau = \frac{\tau_2}{\tau_1} > 0$, причем $a > 0, c > 0$.

$$\begin{aligned} \text{Здесь } a &= k_1^2 |W_{12}|^2; \quad c = k_2^2 |W_{21}|^2; \\ b &= 2 \operatorname{Re}(1 + k_1 W_{11}) \cdot \operatorname{Re}(1 + k_2 W_{22}) - \\ &\quad - \operatorname{Re}(k_1 k_2 W_{12} W_{21}). \end{aligned}$$

Введем в рассмотрение корни квадратного уравнения $f(\lambda) = 0$.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{a} \left(b + \sqrt{b^2 - ac} \right) \\ \lambda_2 &= \frac{1}{a} \left(b - \sqrt{b^2 - ac} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Фиксируя различные значения ω , получаем множества значений коэффициентов a, b, c и корней (10). При этом возможны следующие случаи:

1) $b^2 > ac$. Тогда оба корня вещественные, т.е. $0 < \lambda_2 < \lambda_1$. При τ : $\lambda_2 < \tau < \lambda_1$, $f(\tau) > 0$, и, если $\sup_{\omega} \lambda_1(\omega) < \inf_{\omega} \lambda_2(\omega)$, то условие положительной определенности матрицы V на данной частоте ω выполняется;

2) $b^2 < ac$. Это значит, что при данном значении ω многочлен $f(\tau)$ знака не ме-

няет и $f(\tau) < 0$ в силу $a > 0$. Следовательно, условие (5) не выполняется и матрица V не является положительно определенной, условия абсолютной устойчивости не выполняются.

$$\begin{cases} 1. 1 + k_1 \operatorname{Re} W_{11}(j\omega) > 0; & 1 + k_2 \operatorname{Re} W_{22}(j\omega) > 0; \\ 2. b^2 > ac \text{ при } \forall \omega; \\ 3. \sup_{\omega} \lambda_1(\omega) < \inf_{\omega} \lambda_2(\omega). \end{cases} \quad (11)$$

Алгоритм проверки кругового критерия в частотной форме для системы с двумя нелинейностями:

- 1) проверяются условия (7), (8);
- 2) проверяется второе условие в (11);
- 3) проверяется третье условие в (11).

Алгоритм может давать следующие отрицательные исходы:

1) не выполняется одно или оба условия (7), (8), т.е. не выполняется условие положительной определенности матрицы $V(\tau, j\omega)$. В этом случае условие абсолютной устойчивости не выполняется;

2) не выполняется второе условие в (11). Условие абсолютной устойчивости не выполняется;

3) не выполняется третье условие в (11). Условие абсолютной устойчивости не выполняется.

Положительный исход алгоритма заключается в выполнении всех условий в (11), что позволяет сделать вывод о выпол-

Таким образом, необходимые и достаточные условия выполнения неравенства (2) (условия абсолютной устойчивости) представляют собой следующую совокупность условий:

нения условий абсолютной устойчивости (2) в рассматриваемом случае двух нелинейностей.

Полученный алгоритм был применен для проверки абсолютной устойчивости САУ погружением зонда с двумя нелинейностями. По условиям (7), (8) получили следующую область допустимых значений для параметров k_1, k_2 :

$$\left. \begin{matrix} k_1 > 0 \\ k_2 > 0 \end{matrix} \right\}. \quad (12)$$

При погружении на глубину 50 метров максимальная скорость погружения составила $0,63 \text{ м/с}$ [3], следовательно, размер К-сектора для первой нелинейности в этом случае составил $k_2 = 0,63$. Выполним проверку второго и третьего условия в (11) при $k_1 = 1, k_2 = 1$, для этого построим дискриминант и корневой годограф для указанных k_1, k_2 (рисунок 5).

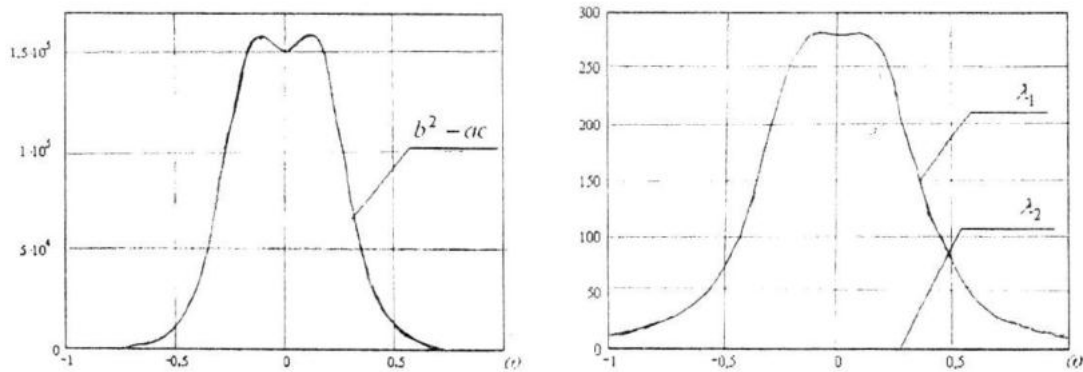


Рисунок 5 – Дискриминант $b^2 - ac$ и корневой годограф при $k_1 = 1, k_2 = 1$

Из рисунка 5 видно, что второе и третье условия в (11) выполняются, следовательно, исследуемая система при $k_1 = 1, k_2 = 0,63$ абсолютно устойчива.

3. Анализ абсолютной устойчивости. Полиномиальный подход. Описанный выше метод анализа частотного неравенства (2) в случае двух нелинейных блоков подразумевает рассмотрение комплекса

частотных условий, проверка выполнения которых должна осуществляться при всех ω : $-\infty < \omega < \infty$. Наряду с этим при использовании полиномиального подхода [2] частотные неравенства представляются в вещественной форме с помощью многочленов (и определяемых ими рациональных функций) вещественной переменной на отрицательной полуоси. В этом случае не требуется рассмотрение частотных неравенств при всех ω , достаточно анализа свойств соответствующих многочленов вещественной переменной.

Для перехода от частотных неравенств к эквивалентным полиномиальным неравенствам воспользуемся следующими положениями [2].

$$\begin{aligned}
 P(\omega) &= A(x) / D(x), \quad \omega Q(\omega) = B(x) / D(x), \quad M^2(\omega) = d(x) / D(x), \\
 A(s^2) &= \frac{1}{2} [p(s)q(-s) + p(-s)q(s)] = \text{чет } p(s)q(-s), \\
 B(s^2) &= \frac{1}{2} [(-s)p(s)q(-s) + sp(-s)q(s)] = \text{чет } (-s)p(s)q(-s) \\
 D(s^2) &= q(s)q(-s) = \text{чет } (s)q(-s), \quad d(s^2) = p(s)p(-s) = \text{чет } p(s)p(-s),
 \end{aligned} \tag{13}$$

где $\text{чет}(a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots) = a_0 + a_2s^2 + \dots$.

Выполнив элементарные операции в неравенствах (7) – (9) и воспользовавшись представлениями (13), частотным неравенствам абсолютной устойчивости нетрудно придать равносильный полиномиальный вид [2]. Так условия (7) и (8) сводятся к условию вида

$$\begin{aligned}
 \pi_i(x) &= D_{ii}(x) + k_i A_{ii}(x) > 0, \\
 x = -\omega^2 &\leq 0, \quad i = 1, 2.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Условия (14) равносильны условиям:

$$\begin{aligned}
 \rho^-(\pi_i) &> 0, \quad \pi_i(x) > 0, \\
 x &\rightarrow -\infty, \quad i = 1, 2.
 \end{aligned} \tag{15}$$

где $\rho^-(\pi)$ – число всех отрицательных корней многочлена $\pi(x)$ [4].

Условие (9) принимает вид

$$\begin{aligned}
 f(\tau) &= -a(x)\tau^2 + 2b(x)\tau - c(x) > 0, \\
 x = -\omega^2 &\leq 0, \quad \tau > 0,
 \end{aligned} \tag{16}$$

где $a = \frac{k_1^2 d_{12}}{D_{12}}; c = \frac{k_2^2 d_{21}}{D_{21}};$

$$b = 2 + \frac{2k_1 A_{11}}{D_{11}} + \frac{2k_2 A_{22}}{D_{22}} + \frac{2k_1 k_2 A_{11} A_{22}}{D_{11} D_{22}} -$$

Пусть

$$\begin{aligned}
 W(s) &= p(s) / q(s), \\
 p(s) &= b_0 s^m + \dots + b_{m-1} s + b_m, \\
 q(s) &= a_0 s^n + \dots + a_{n-1} s + a_n,
 \end{aligned}$$

где $a_0 \neq 0, b_0 \neq 0, n > m$.

Для частотных характеристик $P(\omega) = \text{Re } W(j\omega), \quad Q(\omega) = \text{Im } W(j\omega),$

$M^2(\omega) = |W(j\omega)|^2$ воспользуемся представлениями

$$P(\omega) = \frac{1}{2} [W(j\omega) + W(-j\omega)],$$

$$Q(\omega) = \frac{1}{2j} [W(j\omega) - W(-j\omega)],$$

$$M^2(\omega) = W(j\omega)W(-j\omega),$$

из которых следует при $x = -\omega^2$:

$$\frac{k_1 k_2 [A_{12} A_{21} + \tilde{B}_{12} B_{21}]}{D_{12} D_{21}}$$

Здесь $\tilde{B}_{12}(x) = B_{12}(x) / x;$

$A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, d_{12}, d_{21}, (i, j = 1, 2)$ – многочлены по переменной x .

Как и раньше, если дискриминант квадратного трехчлена $\delta(x) = b(x)^2 - a(x)c(x)$ может принимать отрицательные, а также нулевые значения, неравенство (16) невозможно. Таким образом, необходимое условие реализации (при соответствующих τ_1, τ_2) неравенства (16) принимает вид

$$\delta(x) > 0, \quad x = -\omega^2 \leq 0. \tag{17}$$

Для выполнения условия (17) необходимо и достаточно, чтобы

$$\rho^-(\delta) = 0; \quad \delta(x) > 0, \quad x \rightarrow -\infty. \tag{18}$$

где $\rho^-(\delta)$ – число всех отрицательных корней многочлена $\delta(x)$ [4].

Для определения числа всех отрицательных корней многочлена предлагается использовать обобщенный алгоритм Рауса [4]. Можно также воспользоваться стандартными процедурами вычисления корней задан-

ных многочленов в математических пакетах MathCad или Matlab.

Третье условие в (11) в полиномиальной форме сохраняет свой вид, а значения корней определяются коэффициентами $a(x), b(x), c(x)$. При этом для определения $\sup_x \lambda_1(x)$ и $\inf_x \lambda_2(x)$ предлагается воспользоваться стандартными процедурами нахождения экстремумов заданных функций математических пакетов MathCad или Matlab.

Алгоритм проверки кругового критерия в полиномиальной форме для системы с двумя нелинейностями:

- 1) проверяются условия (15);
- 2) проверяется условие (18);
- 3) проверяется третье условие в (11) для корней многочлена (16).

Применение алгоритма аналогично описанному для частотного варианта анализа.

Применим алгоритм проверки кругового критерия в полиномиальной форме для построения области абсолютной устойчивости САУ погружением зонда в плоскости параметров k_1, k_2 .

По элементам матрицы передаточных функций (3) находим многочлены (13).

Далее, задавая различные значениями k_1, k_2 , получаем значения коэффициентов многочленов (14) и при помощи программы анализа распределения корней многочлена относительно вещественной оси, разработанной на основе обобщенной схемы Рауса, производим проверку выполнения условий (15). Получили, что при любых положительных значениях k_1, k_2 условия (15) выполняются.

Для получения множества значений параметров $k_1 > 0, k_2 > 0$, при которых выполняются условие (18) и третье условие в (11) в полиномиальной форме, воспользуемся методом сечения: изменяя значение k_1 на заданную величину, будем получать интервал значений коэффициента k_2 , при котором $\rho^-(\delta) = 0; \delta(x) > 0, x \rightarrow -\infty$ и $\sup_x \lambda_1(x) < \inf_x \lambda_2(x)$.

Полученная область значений параметров k_1, k_2 , при которых система управления глубиной погружения морского зонда абсолютно устойчива, представлена на рисунке 6.

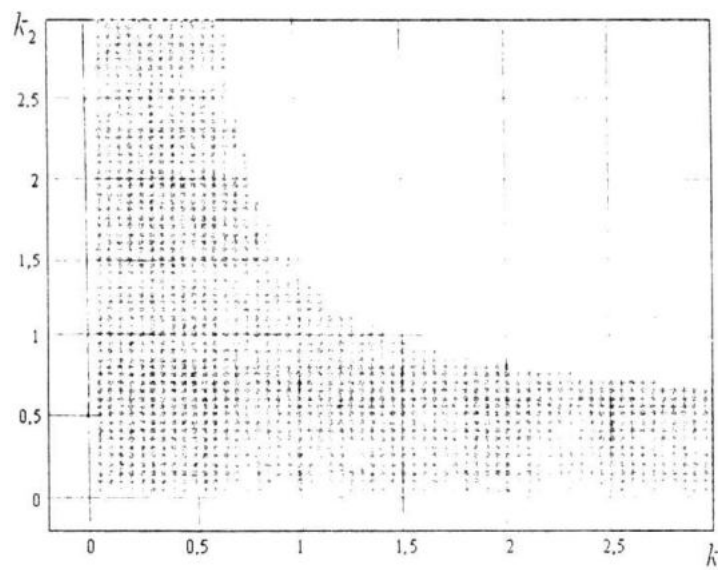


Рисунок 6 – Область устойчивости системы в пространстве параметров k_1, k_2

Таким образом, при неизменном $k_1 = 1$ система будет абсолютно устойчива при скоростях погружения не превышающих

1,4 м/с, т.е. $k_2 < 1,4$, что подтверждается результатами компьютерного моделирования системы, которые представлены на рисунке 7.

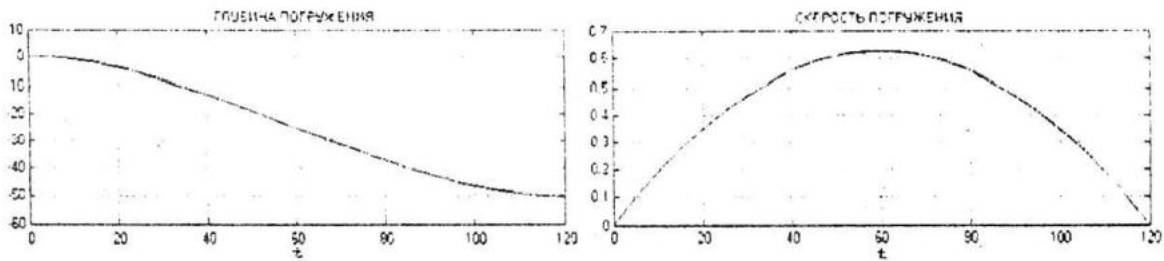


Рисунок 7 – Результаты моделирования системы при погружении на глубину 50 метров при $k_1 = 1$, $k_2 = 0,63$, $K_P = 1$, $K_D = 5$

Варьируя значения параметров пропорционально-дифференциального регулятора (K_P, K_D), можно добиваться увеличения (либо уменьшения) области абсолютной устойчивости рассматриваемой системы. На рисунке 8 представлены результаты компь-

ютерного моделирования системы при погружении на глубину 50 метров в случае, когда параметры регулятора выбраны таким образом, чтобы при $k_2 = 0,6$ условия абсолютной устойчивости не выполнялись.

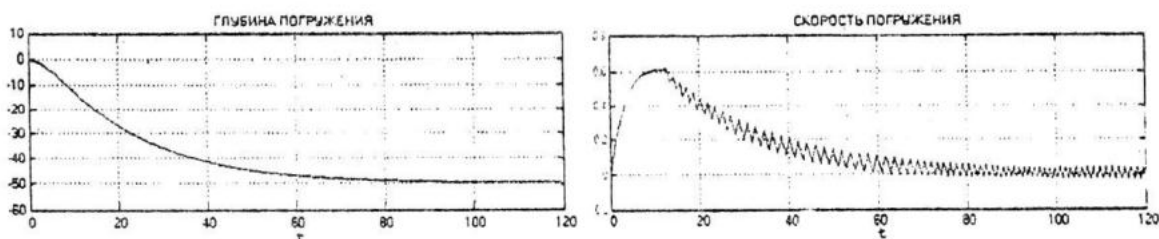


Рисунок 8 – Результаты моделирования системы при погружении на глубину 50 метров при $k_1 = 1$, $k_2 = 0,63$, $K_P = 5$, $K_D = 25$

Заключение. На основе анализа эрмитовой матрицы кругового критерия с двумя неопределенными параметрами разработаны алгоритмы проверки условий абсолютной устойчивости для систем с двумя нелинейностями с применением математических пакетов MathCad, Matlab.

Рассмотрены две методики анализа условий абсолютной устойчивости: частотная и полиномиальная. При использовании полиномиального подхода удалось достичь полной локализации анализа частотных условий абсолютной устойчивости, т.е. рассмотрение частотных неравенств при всех ω (частотный подход) было заменено вычислением числа всех вещественных отрицательных корней и нахождением экстремальных точек соответствующих многочленов (полиномиальный подход).

Исследована абсолютная устойчивость системы управления глубиной погружения морского зонда. В результате установлено (рисунок 6), что при неизменном $k_1 = 1$ система будет абсолютно устойчива при скоростях погружения не превышающих 1,4 м/с, т.е. $k_2 < 1,4$.

В дальнейшем возможно проведение аналогичных исследований для класса нелинейных функций из сектора ограниченного не одной прямой и вещественной осью, а двумя прямыми. Также возможно рассмотрение критерия абсолютной устойчивости для систем с тремя нелинейностями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы исследования нелинейных систем автоматического управления. Под ред. Р.А.Нелепина. – М.:Наука, 1975. – 448 с.
2. А.Т. Барабанов. Вещественный полиномиальный анализ частотных критериев абсолютной устойчивости. Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления, №1, 2000. – С. 5–14.
3. Л.А. Краснодарец, В.В. Альчаков, А.М. Хабиб. Терминальное управление морским зондом. Сб. науч. тр. Вып. 2(5). – Севастополь: СВМИ им. П.С.Нахимова, 2004. – С. 91–97.
4. А.Т.Барабанов. Анализ распределения корней многочлена на основе обобщенной схемы Рауса. Динамические системы, Вып. 13, 1994. – С. 107–118.