

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЙ ОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ В ПРОТОЧНОМ БАССЕЙНЕ

С.Г.Демьшев, О.А.Дымова

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: ocean@alpha.mhi.iuf.net

В работе проводится сравнительный анализ результатов численного моделирования течений однородной жидкости в бассейне с двумя проливами и неровным дном с учетом и без учета адвективных слагаемых в уравнениях движения. Получены поля скорости и карты уровня. Выполнен качественный и количественный анализ структуры течений в случае установившихся колебаний.

В работах [1-2] были проведены эксперименты по численному моделированию течений в проточном бассейне. В них изучалось влияние геометрических характеристик бассейна и параметров потоков через проливы на структуру течений. На основе линейной модели рассматривались основные физические механизмы формирования и эволюции течений. Отличие данной работы от предыдущих исследований заключается в усовершенствовании динамической модели, которое состоит в учете нелинейных слагаемых в уравнениях движения однородной жидкости в бассейне переменной глубины. В работе исследуется влияние нелинейности на формирование течений в бассейне в зависимости от задаваемых глубины проливов и периода скоростей в проливах.

1. Рассматривается прямоугольный бассейн (рисунок 1) переменной глубины (1) с двумя проливами шириной $2l$, который заполнен однородной жидкостью.

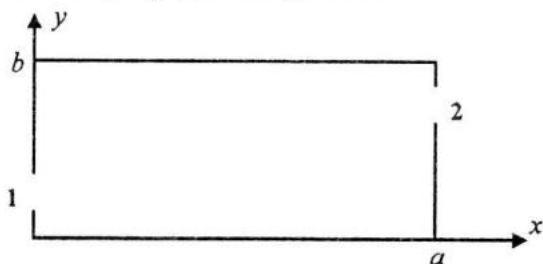


Рисунок 1 – Схема бассейна

$$h(x, y) = h_1 + h_0 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b), \quad (1)$$

здесь h_1 – глубина пролива, (h_0+h_1) – максимальная глубина бассейна. Движение жидкости в бассейне описывается с учетом и без учета нелинейных слагаемых [3]. В обоих случаях учитывается горизонтальная турбулентная вязкость. Уравнения (2) определяют линейную постановку задачи:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_L \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A_L \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

а (3) – нелинейную:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} - fv &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_L \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ \frac{dv}{dt} + fu &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A_L \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(u(h+\zeta))}{\partial x} + \frac{\partial(v(h+\zeta))}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где f – параметр Кориолиса, A_L – горизонтальный коэффициент турбулентной вязкости. В проливах распределение скорости $u(x, y, t)$ задается в виде периодической по времени функции (4):

$$\begin{aligned} u(0, y, t) &= u_{01} \cos^2 \left(\frac{\pi(y-b_1)}{2l_1} \right) \sin \alpha, \\ u(a, y, t) &= u_{02} \cos^2 \left(\frac{\pi(y-b_2)}{2l_2} \right) \sin \alpha. \end{aligned} \quad (4)$$

Индексы 1, 2 соответствуют номеру пролива, $u_{01,02}$ – максимальное значение скорости в проливе, $b_{1,2}$ – y -координата центра пролива, σ – частота внешнего воздействия. На твердых стенках ставятся условия непротекания для нормальной составляющей скорости и скольжения для касательной (5):

$$\begin{aligned} u = \frac{\partial v}{\partial x} &= 0 \quad (x = 0, a), \\ v = \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \quad (y = 0, b). \end{aligned} \quad (5)$$

Задача решается с нулевыми начальными условиями.

Дифференциальные уравнения (2) и (3) аппроксимируются неявной конечно-разностной схемой второго порядка точности на сетке C [4]. Область интегрирования разбивается на ячейки с горизонтальными

размерами $\Delta x = 2$ км, $\Delta y = 1$ км, шаг по времени $\Delta t = 5$ мин. Численные эксперименты проводились для следующих значений параметров бассейна: $a = 100$ км, $b = 200$ км, $h_0 = 200$ м. Нами взяты несимметричные проливы разной ширины (таблица 1).

Таблица 1 – Параметры проливов

номер пролива	координаты центра пролива (x, y), км	ширина пролива, км	значение u_0 , м/с
1	(0, 20)	1,5	1
2	(200, 80)	3	0,5

Максимальные скорости в проливах выбраны так, чтобы расход жидкости в бассейне сохранялся. В численных экспериментах варьировалась глубина проливов от 5 до 50 м. Также рассматривались два периода скоростей в проливах 12 и 24 ч.

2. Результаты численных расчетов приведены в таблицах 2 – 5.

Таблица 2 – Зависимость величины волновых характеристик от глубины проливов для периода 12 ч в линейном случае

h_1 , м	ζ_{\max} , мм	ζ_{\min} , мм	V_{\max} , см/с
5	11	-8	19
10	13	-9	20
20	14	-9	20
50	15	-10	21

Таблица 3 – Зависимость величины волновых характеристик от глубины проливов для периода 12 ч в нелинейном случае

h_1 , м	ζ_{\max} , мм	ζ_{\min} , мм	V_{\max} , см/с
5	13	-34	35
10	15	-35	36
20	17	-37	36
50	19	-38	36

Рассмотрим вариант, когда период скорости в проливе составлял 12 ч. Данные, полученные в линейной задаче, представлены в таблице 2, в нелинейной – в таблице 3. Видно, что увеличение глубины проливов приводит к увеличению максимальных значений волновых характеристик в обоих случаях. Если сравнить линейную и нелинейную постановки, то видно, что учет нелинейности приводит к росту волновых

скоростей и отклонений уровня. Так отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня возрастает в среднем на 22%, а скорость почти на 70%.

Таблица 4 – Зависимость величины волновых характеристик от глубины проливов для периода 24 ч в линейном случае

h_1 , м	ζ_{\max} , мм	ζ_{\min} , мм	V_{\max} , см/с
5	6	-4,5	19
10	7	-5	20
20	8	-5,5	21
50	8,5	-5,5	21

Таблица 5 – Зависимость величины волновых характеристик от глубины проливов для периода 24 ч в нелинейном случае

h_1 , м	ζ_{\max} , мм	ζ_{\min} , мм	V_{\max} , см/с
5	6	-32	27
10	8	-33	27
20	9	-34	27
50	10	-35	28

Волновые характеристики для периода скорости в проливе 24 ч, полученные в линейной задаче, приведены в таблице 4, в нелинейной – в таблице 5. Для 24 ч картина аналогична варианту рассмотренному выше, но рост волновых характеристик при переходе к нелинейной постановке менее значителен. Здесь отклонение уровня в среднем увеличивается на 9%, а скорость на 37%.

По данным расчетов были построены карты уровня и поля волновых скоростей в случае установившихся колебаний для периодов 12 и 24 ч. Эксперимент показал, что уровневые поверхности в нелинейном слу-

чае имеют существенные отличия от линейной постановки для обоих периодов. Это выражается как в числовых значениях, так и в структуре узловых линий (рисунок 2).

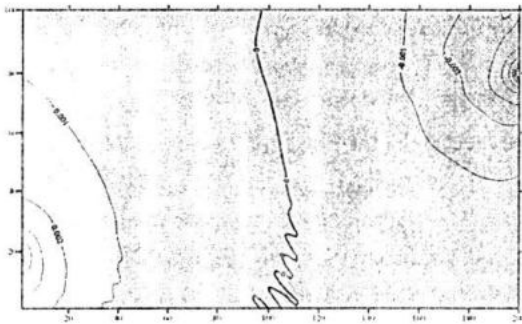


Рисунок 2 – Изолинии уровня в нелинейной задаче для периода 24 ч

Такое поведение узловых линий можно объяснить наличием вихревых образований в нелинейном случае.

Перейдем к полям скоростей. На рисунках 3, 4 представлены поля скоростей для периода 12 ч после установления колебаний в линейном (рисунок 3, $t = 65$ ч) и нелинейном (рисунок 4, $t = 122$ ч) случаях.

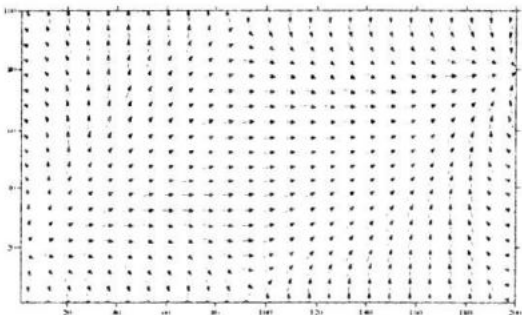


Рисунок 3 – Поле скорости в линейном случае для периода 12 ч

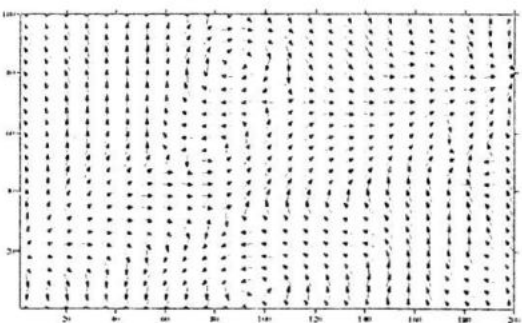


Рисунок 4 – Поле скорости в нелинейном случае для периода 12 ч

При линейной постановке после установления колебаний в бассейне образуется баро-

тропное течение (рисунок 3). Направление течения совпадает с направлениями скоростей в проливах. В то же время учет нелинейных скоростей приводит к значительным изменениям в структуре течений. Помимо увеличения скорости, в нелинейном случае возникают различно направленные вихри (рисунок 4). Образование вихрей происходит в момент времени, когда скорости в проливах меняют направление и средняя энергия минимальна. В момент, когда скорости максимальны, в бассейне также наблюдается однонаправленный баротропный поток. Вихревая структура носит периодический характер. Для 24 ч картина аналогична.

3. В результате проделанной работы рассмотрены качественные и количественные характеристики структуры течений с учетом и без учета нелинейных слагаемых. Данные сравнительного анализа показывают, что учет нелинейности при численном моделировании приводит к значительным изменениям волновых характеристик и структуры течений. Так, отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня возрастает в среднем на 10-20% в зависимости от значения периода скоростей в проливах, а скорость – на 40-70%. В нелинейном варианте наблюдается образование вихрей, которое в случае установившихся колебаний носит периодический характер.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.Г. Демышев, О.А. Дымова, Н.В. Маркова, Л.В. Черкесов. Исследование приливных волн и течений в бассейне с двумя проливами. *Доповіді Національної Академії наук України*, №11, 2005. – С. 101–105.

2. С.Г. Демышев, О.А. Дымова, Л.В. Черкесов. Численное моделирование течений в бассейне переменной глубины с двумя проливами. *Морской гидрофизический журнал*. – принято к печати.

3. Л.В. Черкесов, В.А. Иванов, С.М. Хартнев Введение в гидродинамику и теорию волн. – С-Пб.: Гидрометеиздат, 1992. – 264 с.

4. Arakawa A., Lamb V.R. A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equation. *Monthly Weather Review*, v. 109, №1, 1981. – P. 18–36.