

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОГЕННЫХ ЗАГРЯЗНЕНИЙ В ЧЕРНОМ МОРЕ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА ПАССИВНОЙ ПРИМЕСИ

С.В.Кочергин, В.С.Кочергин

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: ko4ep@mail.ru

В работе рассматривается модель переноса пассивной примеси, основанная на TVD-схемах. Идентификация начального поля производится при помощи вариационного алгоритма усвоения данных измерений. Проведены тестовые расчеты по инициализации начальных данных для модели переноса пассивной примеси в Черном море. Произведено усвоение реальных данных измерений ^{137}Cs в модели переноса.

Одномерная задача. Для решения экологических задач, связанных с оценкой возможных ореолов распространения той или иной пассивной примеси, естественным образом встает две задачи. Первая – это численное моделирование распространения самой примеси. Вторая проблема связана с идентификацией входных параметров модели в случае усвоения имеющихся данных измерений. При численном моделировании распространения примеси приходится иметь дело с решениями, имеющими большие градиенты. В этих случаях применение TVD-схем оказывается оправданным. Один из известных способов решения второй задачи является вариационный алгоритм [1,2] в последнее время получивший название «adjoint» метод. Суть алгоритма состоит в минимизации квадратичного функционала качества прогноза при условии, что модель переноса выступает в качестве ограничения на вариации входных параметров.

Прежде чем применять вариационный алгоритм идентификации для трехмерной задачи переноса пассивной примеси в Черном море, рассмотрим её одномерный аналог.

В области интегрирования D на интервале времени $[0, \bar{t}]$ в качестве модели рассмотрим одномерное уравнение:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial x} = k \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad \Gamma : \varphi = 0, \quad t = 0 : \varphi = \varphi_0, \quad (1)$$

где $U=\text{const}$, $k=\text{const}$, Γ -граница области интегрирования.

Пусть на момент времени \bar{t} имеются данные измерений о поле концентрации $\varphi_{\text{изм}}$, тогда задача идентификации параметров модели (1) состоит в нахождении минимума функционала:

$$I_0(\varphi) = \frac{1}{2} (\varphi - \varphi_{\text{изм}}, \varphi - \varphi_{\text{изм}})_{D_t}, \quad (2)$$

где скалярное произведение определено следующим образом:

$$(\varphi, \varphi^*)_{D_t} = \int_0^{\bar{t}} \int_{D_t} \varphi \cdot \varphi^* dD dt \quad (3)$$

Минимизация квадратичного функционала (2) осуществляется при условии, что φ является решением модели (1). Поэтому, поиск минимума (2) при ограничениях (1) эквивалентно минимизации следующего функционала:

$$I(\varphi) = I_0(\varphi) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial x} - k \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \varphi^* \right) + \\ + (\varphi, \varphi^*)_{\Gamma} - (\varphi - \varphi_0, \varphi^*)_{|_{t=0}} \quad (4)$$

Следуя [1] выбираем множители Лагранжа как решение сопряженной задачи:

$$-\frac{\partial \varphi^*}{\partial t} - U \frac{\partial \varphi^*}{\partial x} - k \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial x^2} = 0 \\ \Gamma : \varphi^* = 0 \\ t = \bar{t} : \varphi^* = \nabla I(\varphi) \quad (5)$$

Из условия стационарности функционала имеем:

$$\nabla \varphi_0 I(\varphi) = \varphi^*|_{t=0} \quad (6)$$

С некоторым итерационным параметром τ необходимо осуществлять спуск в пространстве параметров в направлении этих градиентов:

$$\varphi_0^{n+1} = \varphi_0^n + \tau \nabla \varphi_0 I(\varphi) \quad (7)$$

Численные эксперименты проводились при следующих значениях входных параметров модели:

$$U = 10 \text{ см/с}, \Delta x = 1.4 \cdot 10^6 \text{ см}, \\ \Delta t = 1.2 \cdot 10^3 \text{ сек}, A_M = 10^5 \text{ см}^2/\text{с}.$$

В работе [4] проведено тестирование работоспособности алгоритма. Показано, что в случае усвоения в качестве $\varphi_{\text{изм}}$ решения модели (1) алгоритм дает достаточной хорошую сходимость итерационного процесса. Скорость сходимости зависит от выбранного A_M , зашумленности данных измерений и количества усваиваемой информации. Показана важность согласованности информации с исследуемой моделью. В случае, когда данные не согласованы с моделью, скорость сходимости итерационного процесса замедляется. В этом случае в данных присутствует информация, являющаяся шумом для нашей модели.

Трехмерная модель переноса пассивной примеси. В области интегрирования на интервале времени $0, t$ рассмотрим следующее уравнение:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial U\varphi}{\partial x} + \frac{\partial V\varphi}{\partial y} + \frac{\partial W\varphi}{\partial z} = \\ = k \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + A \Delta \varphi, \quad (8)$$

с краевыми условиями:

$$\Gamma : \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0; z = 0 : \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0; z = H : \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0,$$

и начальными данными:

$$t = 0 : \varphi = \varphi_0,$$

где U, V, W – поля течений в Черном море, полученные по гидротермодинамической модели МГИ, Γ – боковая граница, n – нормаль к границе, H – глубина моря.

Аналогично одномерному случаю можно получить, что для минимизации квадратичного функционала вида (2) необходимо осуществлять спуск (7) в пространстве па-

раметров. Градиент функционала определяется по формуле (6), где φ^* – решение сопряженной задачи:

$$-\frac{\partial \varphi^*}{\partial t} - \frac{\partial U\varphi^*}{\partial x} - \frac{\partial V\varphi^*}{\partial y} - \frac{\partial W\varphi^*}{\partial z} = k \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial z^2} + A \Delta \varphi^*, \quad (9)$$

с краевыми условиями:

$$\Gamma : \frac{\partial \varphi^*}{\partial n} = 0; z = 0 : \frac{\partial \varphi^*}{\partial z} = 0; z = H : \\ \frac{\partial \varphi^*}{\partial z} = 0,$$

и данными:

$$t = \bar{t} : \varphi^* = \nabla I(\varphi)$$

Задача 9 решается в обратном направлении по времени при помощи процедуры, которая используется нами для решения основной задачи. Таким образом аппроксимация сопряженной задачи оказывается естественным образом согласованной с дискретизацией основной задачи.

Тестовый расчет в Черном море. Поля течений были рассчитаны по модели [5]. Для реализации тестового расчета сначала при помощи модели были сгенерированы поля $\varphi_{\text{изм}}$ (рис.2). При этом расчете $\bar{t} = 40 \text{ сут.}$, $A = 10^5 \text{ см}^2/\text{с}$, $k = 100 \text{ см}^2/\text{с}$, а начальное поле задавалось в виде «квадрата» внутри которого были единичные значения (рис.1). После этого при помощи вариационной процедуры идентификации начального поля осуществлялся поиск φ_0 , которое теперь считалось нам не известным. В результате работы процедуры мы получили поле (рис.3) хорошо согласованное с известным и по своему местоположению и по максимуму значений.

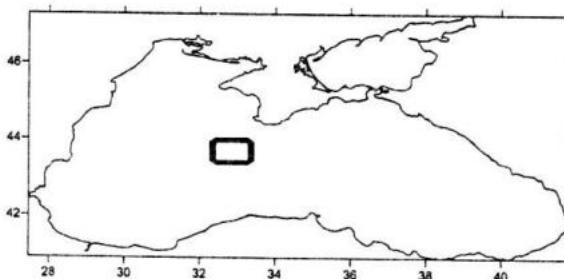


Рисунок 1 – Начальное поле концентрации

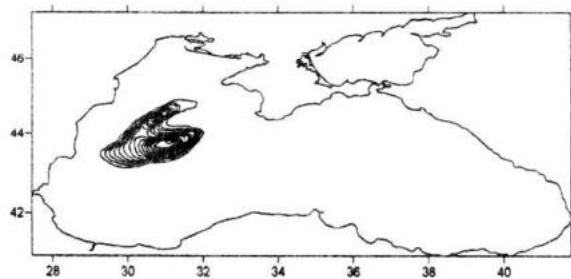


Рисунок 2 – Сгенерированные данные измерений

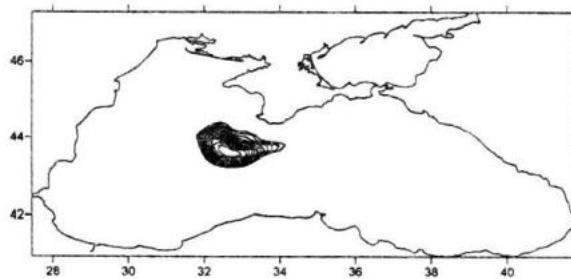


Рисунок 3 – Восстановленное начальное поле

Трехмерный тестовый расчет дает возможность приступить к следующему этапу исследования, а именно тестирования процедуры на реальных данных.

Расчеты по восстановлению начальных полей ^{137}Cs в Черном море. В отсутствии реальных полей течений в Черном море в качестве таковых были взяты климатические поля, полученные по модели [5]. В качестве данных измерений пассивной примеси использовались данные, померенные в акватории Черного моря в мае-июне 1986 года. Для ^{137}Cs , период полураспада составляет порядка 30 лет, что позволяет рассматривать ^{137}Cs на таких временных масштабах (до одного года) как пассивную примесь. Интервал времени, на котором решалась задача идентификации, составлял 40 суток. При помощи решения сопряженной задачи с заданным δ -источником в каждой точке измерений, были построены функции влияния показывающие, какие районы могут оказывать воздействие на формирование концентрации в данной точке.

Оказалось, что при используемых скоростях некоторые измерения не имеют информационной связи с районом Кавказского побережья, где предположительно выпали основные осадки [6].

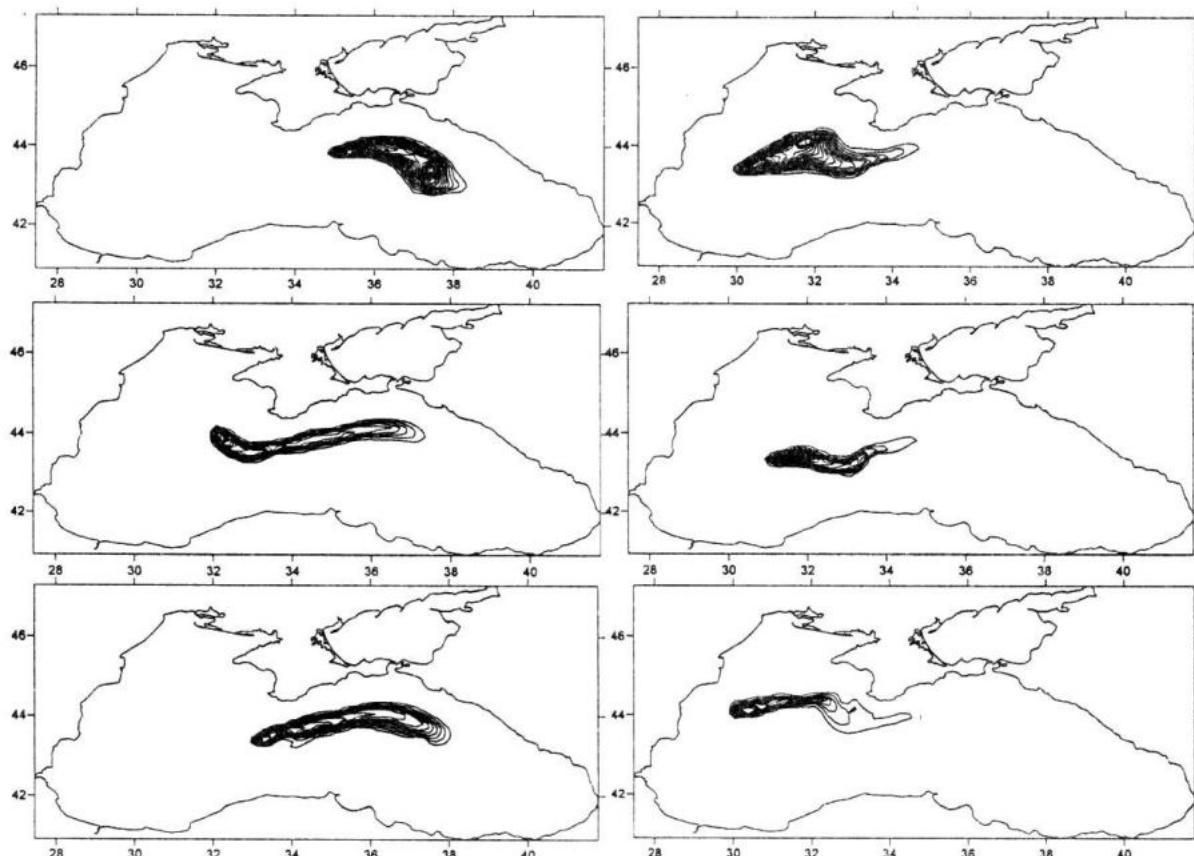


Рисунок 4 – Функции влияния.

Из рисунка 4 видно, что на поле концентрации ^{137}Cs в окрестности некоторых точек измерений (справа на рис. 4) оказывает влияние в основном район, находящийся южнее Крымского полуострова, где тоже возможно сформировался экстремум в поле концентрации. Поэтому для большей наглядности эти точки измерений были выделены в отдельную группу, и по ним было восстановлено предполагаемое начальное поле с экстремумом южнее полуострова Крым. Другая группа точек измерений позволила проидентифицировать начальное поле с экстремумом в районе Кавказского побережья.

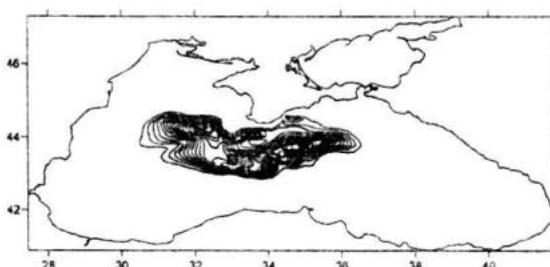


Рисунок 5 – Полученное поле концентрации.

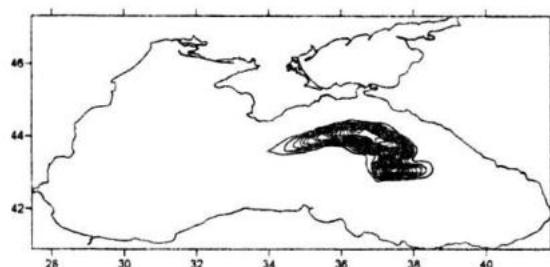


Рисунок 6 – Восстановленное начальное поле концентрации.

Рисунки 5,7 показывают промоделированные поля концентрации (рис.6,8). Эти поля, получены в результате пространственно – временной интерполяции. В качестве пространственно-временного интерполянта выступает сама модель переноса.

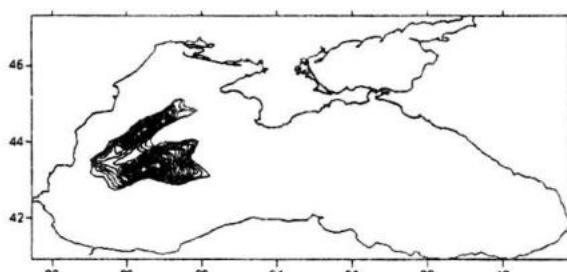


Рисунок 7 – Полученное поле концентрации.

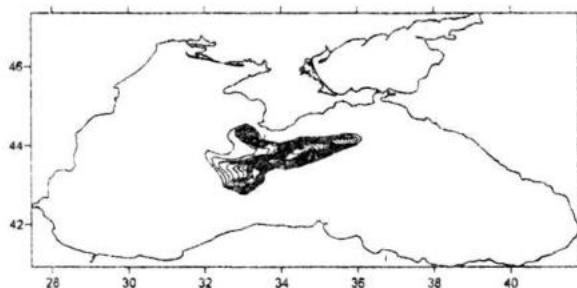


Рисунок 8 – Восстановленное начальное поле концентрации.

На тестовых примерах показана работоспособность вариационного алгоритма идентификации. Применение алгоритма для усвоения реальных данных измерений позволило получить начальные поля концентрации, согласованные не только с измерениями, но и с самой моделью переноса пассивной примеси в Черном море.

ЛИТЕРАТУРА

- Пененко В.В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. – Л.: Гидрометеоиздат, 1981. – 352 с.
- Yu, L., and J.J.O'Brien, 1991: Variational estimation of the wind stress drag coefficient and the oceanic eddy viscosity profile. *J.Phys.Oceanogr.* – P. 21, 709–719.
- Еремеев В.Н., Кочергин В.П., Кочергин С.В., Скляр С.Н., Математическое моделирование гидродинамики глубоководных бассейнов. – Севастополь: «ЭКОСИ – Гидрофизика», 2002. – 238 с.
- Кочергин С.В., Кочергин В.С., Вариационная идентификация параметров модели переноса пассивной примеси и планирование экспериментов. В Сб.: «Системы контроля окружающей среды», МГИ НАНУ, Севастополь 2005. – С. 186–192.
- Knysh V.V., Demyshev S.G., Kortatayev G.K. and Sarkisyan A.S. Four-dimensional climate of season Black Sea circulation. – Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, 2001, vol.16, No.5. – P 409–426.
- Демышев С.Г., Запевалов А.С., Кубряков А.И., Чудиновских Т.В., Анализ формирования и трансформации поля ^{137}Cs в Черном море после аварии на ЧАЭС. В Сб.: «Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа», МГИ НАНУ, Севастополь 2001. – С. 28–34.