

# ЦИФРОВОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

О.А. Иванова, В.М. Кушир\*,  
И.С. Дубовик

Севастопольский национальный  
технический университет

г. Севастополь, ул. Университетская, 33

\*Морской гидрофизический институт  
НАН Украины

г. Севастополь, ул. Капитанская, 2

*В статье дано описание цифрового устройства, разработанного для измерения параметров пространственных поступательных и угловых колебаний подвижных объектов.*

**Введение.** Цифровое устройство для измерения параметров пространственных колебаний подвижных объектов предназначено для определения характеристик их угловых и поступательных движений. Примерами таких подвижных объектов являются суда, глубоководные аппараты, самолеты, ракеты, плавучие сооружения и подвижные океанотехнические системы, а также их физические модели, механизмы со сложным характером движения. Структурная схема цифрового устройства показана на рисунке 1. В его состав входят три акселерометра и гироскопа, оси которых направлены вдоль осей системы координат подвижного объекта, а также аналого-цифровой преобразователь, память и устройство управления. Эти оси образуют правостороннюю декартову систему отсчета, в которой оси  $Ox, Oy, Oz$  совпадают с произвольно выбранными осями подвижного объекта. Как правило, ось  $Ox$  совпадает с его продольной осью, ось  $Oy$  - с условно вертикальной осью и ось  $Oz$  направлена вдоль поперечной оси объекта. Рассматривается также некоторая неподвижная (базовая) система отсчета, измерительные оси которой  $Ox_b, Oz_b$  лежат в плоскости истинного горизонта, а ось  $Oy_b$  направлена верти-

кально вверх и образует с этой плоскостью угол равный 90 градусов.



Рис. 1. Структурная схема цифрового устройства

### Акселерометр:

Analog Devices ADXL335. Измеряемый диапазон: минимум  $\pm 3g$ . Чувствительность:  $270 - 330 mV/g$ . Типичная частота:  $550 Hz$  по  $Z$ ,  $1600 Hz$  по  $X, Y$ . Рабочее напряжение:  $1.8 - 3.6 V$ . Ток питания:  $350 \mu A$  при  $3 V$ . Время включения:  $1 ms$ . Размер:  $4 mm * 4 mm * 1.45 mm$ .

### Гироскоп:

InvenSense IIO-500. Измеряемый диапазон: минимум  $\pm 110^\circ/sec$ . Чувствительность: минимум  $2 mV^\circ/sec$ . Типичная частота:  $140 Hz$ . Рабочее напряжение:  $2.7 - 3.3 V$ . Ток питания:  $7 mA$ . Время включения: максимум  $200 ms$ . Размер:  $4 mm * 5 mm * 1.2 mm$ .

В качестве такой базовой системы может быть земная система отсчета, оси которой направлены вдоль географических осей; система координат, связанная с опытовым бассейном при проведении лабораторных исследований моделей подвижных объектов, либо произвольная фиксированная система отсчета, связанная с горизонтальными осями  $Ox_b, Oz_b$  и вертикальной осью  $Oy_b$ . Для учета поступательных движений подвижного объекта не используется скоростная система координат, в которой оси  $Ox_v, Oz_v, Oy_v$  параллельны соответствующим осям неподвижной системы координат, а начало координат этой системы совпадает с началом координат системы отсчета подвижного объекта. Для связи систем координат  $Ox_b, Oz_b, Oy_b$  и  $Ox, Oz, Oy$  не используются

углы Эйлера-Крылова. Курсовой угол  $\psi$  (в некоторых случаях его называют углом рыскания) отсчитывается в горизонтальной плоскости между осью  $ox_v$  и горизонтальной проекцией оси  $ox$ ; угол дифферента  $\theta$  (тангажа), характеризующий отклонение продольной оси подвижного объекта от горизонтальной плоскости и угол крена  $\varphi$ , характеризующий отклонение оси  $oz$  от горизонтальной плоскости при вращении объекта относительно продольной оси.

Проекции единичных векторов системы координат  $oxyz$  на оси скоростной системы координат  $ox_vy_vz_v$  равны направляющим косинусам углов между осями  $ox, oy, oz$  и  $ox_v, oy_v, oz_v$ . Эти направляющие косинусы удобно представить в виде табл. 1.

Таблица 1  
Направляющие косинусы

$a_{jk}$	$x$	$y$	$z$
$x_v$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$
$y_v$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$
$z_v$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$

Радиус вектор произвольной точки подвижного объекта можно представить в следующем виде:

$$p^* = x \cdot i^* + y \cdot j^* + z \cdot k^*, \quad (1)$$

где  $i^*, j^*, k^*$  — единичные векторы (орты) осей  $ox, oy, oz$ .

С учетом этого векторного равенства можно записать:

$$\begin{aligned} x_v &= a_{11} \cdot x + a_{12} \cdot y + a_{13} \cdot z, \\ y_v &= a_{21} \cdot x + a_{22} \cdot y + a_{23} \cdot z, \\ z_v &= a_{31} \cdot x + a_{32} \cdot y + a_{33} \cdot z. \end{aligned} \quad (2)$$

Произвольное вращательное движение подвижного объекта характеризуется тремя независимыми параметрами. Поэтому между девятью направляющими косинусами должно существовать шесть независимых соотношений, которые можно найти из анализа скалярных

и векторных произведений единичных векторов. Для строчек таблицы направляющих косинусов находим:

$$\begin{aligned} a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 &= 1, \\ a_{21}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 &= 1, \\ a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 &= 1, \\ a_{11} \cdot a_{21} + a_{12} \cdot a_{22} + a_{13} \cdot a_{23} &= 0, \\ a_{11} \cdot a_{31} + a_{12} \cdot a_{32} + a_{13} \cdot a_{33} &= 0, \\ a_{21} \cdot a_{31} + a_{22} \cdot a_{32} + a_{23} \cdot a_{33} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Если для связи систем координат  $oxyz$  и  $ox_vy_vz_v$  использовать введенные углы Эйлера-Крылова и один из известных методов определения направляющих косинусов (соотношения сферической тригонометрии, матричный метод последовательных вращений, кватернионы [1]), то, опуская промежуточные вычисления, можно получить представленную ниже таблицу направляющих косинусов (табл. 2).

При проведении экспериментальных исследований моделей судов и плавучих платформ в опытовом бассейне обычно обеспечивается фиксация продольной оси устройства вдоль оси бассейна. При этом  $\psi = 0$ , таблица направляющих косинусов имеет следующий вид (табл. 3).

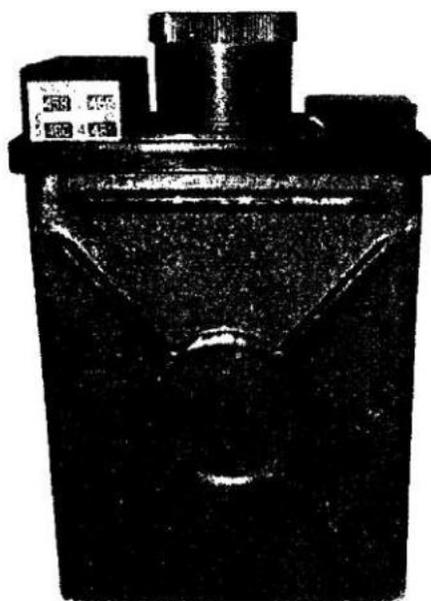


Рис. 2. Внешний вид цифрового измерительного устройства

Направляющие косинусы

$x$	$y$	$z$
$a_{11} = \cos(x, x) = \cos \psi \cdot \cos \theta$	$a_{12} = \cos(x, y) = \sin \psi \cdot \sin \varphi - \cos \psi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta$	$a_{13} = \cos(x, z) = \sin \psi \cdot \cos \varphi + \cos \psi \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta$
$a_{21} = \cos(y, x) = \sin \theta$	$a_{22} = \cos(y, y) = \cos \varphi \cdot \cos \theta$	$a_{23} = \cos(y, z) = \sin \varphi \cdot \cos \theta$
$a_{31} = \cos(z, x) = -\sin \psi \cdot \cos \theta$	$a_{32} = \cos(z, y) = \cos \psi \cdot \sin \varphi + \sin \psi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta$	$a_{33} = \cos(z, z) = \cos \psi \cdot \cos \varphi - \sin \psi \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta$

Таблица 3

Направляющие косинусы при отсутствии угла рыскания

$x$	$y$	$z$
$a_{11} = \cos \theta$	$a_{12} = -\cos \varphi \cdot \sin \theta$	$a_{13} = \sin \varphi \cdot \sin \theta$
$a_{21} = \sin \theta$	$a_{22} = \cos \varphi \cdot \cos \theta$	$a_{23} = -\sin \varphi \cdot \cos \theta$
$a_{31} = 0$	$a_{32} = \sin \varphi$	$a_{33} = \cos \varphi$

**Расчет характеристик пространственных перемещений.** Акселерометры, используемые в устройстве, обладают чувствительностью как к изменениям угловых положений их осей, так и к ускорениям вдоль этих осей. Используемые гироскопы измеряют угловую скорость относительно оси соответствующего прибора. Структурная схема выполнения измерений показана на рис. 3. Рассмотрим упрощенный случай поведения измерений в опытовом бассейне и при отсутствии рыскания модели ( $\psi = 0$ ). Тогда, с учетом таблицы направляющих косинусов для этого случая, систему уравнений можно представить в следующем виде:

$$U_y = -a_y \cdot \sin \alpha + b_y \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right),$$

$$G_y = c_y \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t},$$

$$U_x = a_x \cdot \cos \theta + b_x \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right),$$

$$G_x = c_x \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t}.$$

$$U_z = a_z \cdot \cos \varphi + b_z \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right);$$

$$\alpha = \arcsin(\sin \varphi \cdot \sin \theta),$$

где  $a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z, c_x, c_y, c_z$  - градуировочные коэффициенты измерительных каналов.

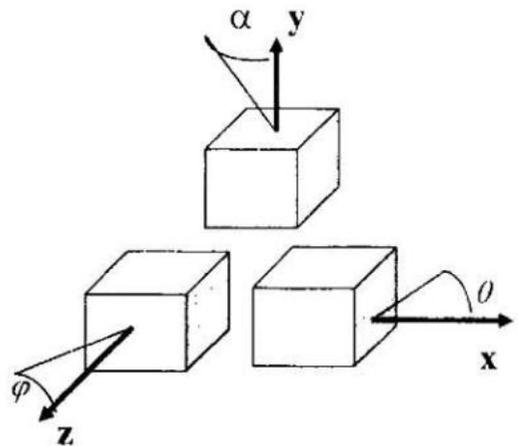


Рис. 3. Общая схема выполнения измерений. Связанная с подвижным объектом правосторонняя декартова система координат.  $\varphi, \theta$  - углы Эйлера-Крылова

При углах отклонения порядка 10 градусов,  $\sin \varphi = \varphi$ ,  $\cos \varphi = 1$ ,  $\sin \theta = \theta$ ,  $\cos \theta = 1$ . В этом случае система уравнений (3) упрощается и:

$$\begin{aligned} U_y &= -a_y \cdot \varphi \cdot \theta + b_y \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right), \\ G_y &= c_y \left( \theta \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \varphi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \right), \\ U_x &= a_x + b_x \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right), \\ G_x &= c_x \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \\ U_z &= -a_z \cdot \cos \varphi + b_z \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right), \\ G_z &= c_z \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Из системы уравнений (4) следуют соотношения для перемещений по координатным осям  $x, z, y$ :

$$\begin{aligned} x &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{u_x(t) - a_x}{b_x} dt_1 dt_2, \\ z &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{u_z(t) - a_z}{b_z} dt_1 dt_2, \\ y &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{u_y(t) - a_y}{b_y} \cdot \left( \int_0^{\eta} \frac{G_x(t)}{c_x} \cdot \int_0^{\eta} \frac{G_z(t)}{c_z} \chi dt_1 dt_2 \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Измерительное устройство работает в автономном режиме. В качестве источника питания используется аккумуляторная батарейка от мобильного телефона. Память большой емкости выполнена на основе флеш-карты и позволяет накапливать данные в течение более двух суток с частотой измерений 100 Гц. Считывание и обработка данных осуществляется по специальной программе в среде Matlab.

Для градуировки устройства использован физический маятник, характеристики которого близки к характеристикам математического маятника, а частота собственных колебаний равна 1 Гц, что соответствует частоте свободных волн в опытовом бассейне СевНТУ. Маятник оснащен угломерным кругом, что позволяет задавать произвольные углы начальных отклонений, от величины которых зависит характер движения груза маятника и укрепленного на нем цифрового устройства. Так как параметры

движения маятника (ускорения и угловые отклонения) хорошо известны [2], они используются для градуировок измерительных каналов цифрового устройства. Которое используется в СевНТУ для исследований пространственных колебательных движений физических моделей судов и плавучих сооружений.



Р и с. 4. Измерительное устройство со снятой крышкой

**Заключение. 1.** Особенностью созданного цифрового измерительного устройства является использование полной схемы измерения пространственных угловых и поступательных колебаний подвижного объекта.

2. Устройство используется в СевНТУ для лабораторных исследований пространственных колебаний физических моделей плавучих буровых платформ различной конфигурации.

3. Для градуировки и поверки измерительных каналов цифрового устройства создано специальное приспособление в виде физического маятника, частота собственных колебаний которого совпадает с частотой свободных волн в опытовом бассейне СевНТУ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павловский М.А. Теория гироскопов. – Киев: Вища школа, 1998. – 303 с.
2. Обмориев А.Н. Введение в теорию колебаний. – М.: Наука, 1965. – 276 с.