

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ДИНАМИКИ СУДНА В УСЛОВИЯХ ЛЕДОВОГО ПЛАВАНИЯ

А.А. Кабанов, С.А. Дубовик

Севастопольский национальный
технический университет
г. Севастополь, ул. Университетская, 33
E-mail: patronne@mail.ru

Данная статья посвящена вопросам построения робастной системы контроля динамики судна в условиях ледового плавания. На основе сингулярно возмущенного подхода удалось построить систему стабилизации скорости судна, абсолютно робастную к изменениям в параметрах модели ледового поля. Приводятся результаты математического моделирования.

Введение. В основу построения модели динамики судна при движении во

$$\begin{aligned} (m + \lambda_{11}) \frac{dV_x}{dt} - (m + \lambda_{22}) V_y \omega_z - \lambda_{26} \omega_z^2 &= N_x, \\ (m + \lambda_{22}) \frac{dV_y}{dt} + (m + \lambda_{11}) V_x \omega_z + \lambda_{26} \frac{d\omega_z}{dt} &= N_y, \\ (J_z + \lambda_{66}) \frac{d\omega_z}{dt} + \lambda_{26} \frac{dV_y}{dt} - (\lambda_{22} - \lambda_{11}) V_x V_y + \lambda_{26} V_x \omega_z &= M_z. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь m – масса судна, кг; V – скорость судна, м/с; ω – угловая скорость судна, рад/с; $\lambda_{ij}, i, j = 1, 2, 6$, – коэффициенты присоединенных масс; J – момент инерции, кг·м²; N – внешние силы, Н; M – момент внешних сил, Н·м.

В интересующем нас случае неустановившегося движения судна вдоль оси Ox полагаем

$$V_x = V, \quad \omega_z = 0, \quad N_x = P - X - X_1,$$

где P – тяга гребных винтов, $X = k_x \frac{\rho}{2} s_d V^2$ – сопротивление воды движению на прямом курсе (здесь k_x – коэффициент сопротивления, ρ – плотность среды, s_d – эффективная площадь сопротивления), X_1 – сопротивление движению со стороны ледового поля. В

льдах положено математическое описание определения необходимой скорости судна исходя из обеспечения прочности [1,2]. При этом в реальных задачах, когда появляются отклонения между априорной моделью и действительным описанием управляемого процесса, такой подход может приводить к неудачным результатам. Потому для устойчивого функционирования система должна быть достаточно грубой к возмущениям такого рода, т.е. обладать робастными свойствами по отношению к изменениям в математической модели управляемого процесса.

Математическое описание управляемого процесса. Анализ движения судна в горизонтальной плоскости (параллельно свободной поверхности воды) выполним исходя из следующей системы уравнений для проекций векторов линейной и угловой скоростей на оси связанной системы координат [2, 3]:

этом случае для скорости судна V имеем дифференциальное уравнение [4]

$$(m + \lambda_{11}) \dot{V} = P - X - X_1, \quad (2)$$

где координату тяги P считаем выходом аperiodического звена

$$\dot{P} = -\alpha P + \beta u + \varepsilon v_2, \quad (3)$$

в котором учитываем основную инерционность α энергетической установки, коэффициент передачи β , а сигналом управления считаем вход $u(t)$.

В основу системы стабилизации скорости положим изменение продольного ускорения a_x [5, 6]. Для этого представим (2) в виде

$$\dot{V} = a_x, \quad a_x = (P - aV - X_1)/m_1, \quad (4)$$

где $m_1 = m + \lambda_{11}$, а второе слагаемое представляет собой линеаризацию со-

противления относительно номинальной скорости V_0 , т.е. $a = \rho k_x s_d V_0$.

Эффективность системы контроля и стабилизации скорости судна при движении во льдах в большой степени определяется адекватностью моделей возмущений, имитирующих случайные факторы, характеризующие взаимодействие судна со льдом [2, 4, 7]. Номинальное значение скорости зависит от величины сопротивления движению со стороны ледового поля, которое в свою очередь определяется сплоченностью и толщиной льда. Сплошное ледовое поле (здесь будем рассматривать именно такой случай) характеризуется толщиной, которая по протяженности и во времени изменяется как стационарный случайный процесс с непрерывными траекториями. Такая модель может быть по-

строена в виде стационарного гауссовского процесса с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией, т.е. реакцией двумерной системы на векторный «белый шум» $(v_3, v_4)^T$:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 + b_3 v_3, \\ \dot{X}_2 &= -a_1 X_2 - a_2 X_2 + b_4 v_4, \quad (5) \\ a_1, a_2 &> 0. \end{aligned}$$

Используя модель (5), можно имитировать воздействие X_1 на судно со стороны ледового поля. Тогда, дифференцируя (4) в силу (1) – (5), и подставляя вместо P замену

$$P = m_1 a_x + aV + X_1,$$

получим следующую систему дифференциальных уравнений в качестве объекта управления:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= a_x, \\ \dot{a}_x &= -\left(\alpha + \frac{a}{m_1}\right)a_x - \frac{\alpha a}{m_1}V - \frac{\alpha}{m_1}X_1 - \frac{1}{m_1}X_2 + \frac{\beta}{m_1}u + \frac{\varepsilon}{m_1}v_2 - \frac{b_3}{m_1}v_3, \\ \dot{X}_1 &= X_2 + b_3 v_3, \\ \dot{X}_2 &= -a_1 X_1 - a_2 X_2 + b_4 v_4. \end{aligned}$$

Запишем ее в векторно-матричном виде:

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u + \tilde{C}v, \quad \tilde{x} = \begin{pmatrix} V \\ a_x \\ X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}, \tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha a}{m_1} & -\alpha - \frac{a}{m_1} & -\frac{\alpha}{m_1} & -\frac{1}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a_1 & -a_2 \end{pmatrix}, \tilde{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \beta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon & -\frac{b_3}{m_1} & 0 \\ 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Будем считать, что выходом системы (6) являются измерения скорости, т.е. $\tilde{y} = H\tilde{x} + v$, где матрица $H = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$, а v – гауссовский «белый шум» с интенсивностью $R > 0$.

Синтез системы контроля и стабилизации скорости. Стабилизацию скорости обеспечим посредством введения в систему (6) обратной связи по переменным состояния, т.е. $u = \tilde{G}\tilde{x}$, где

$\tilde{G} = (g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4)$. В результате получим замкнутую систему

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}_2 \tilde{x} + \tilde{C}v, \quad \tilde{A}_2 = (\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{G}). \quad (7)$$

Поскольку предполагается, что судно движется в сложной динамической среде (ледовое поле), то синтезируемая система стабилизации (7) должна быть устойчива к изменениям в динамике внешней среды, т.е. обладать робастными свойствами. Для построения робастного стабилизирующего регулятора воспользуемся

сингулярно возмущенным представлением неопределенности в системе [8].

Сначала представим систему (6) в сингулярно возмущенной форме, считая медленными компонентами состояния подвектор $\tilde{x}_1 = (V, a_x)^T$ и быстрыми – подвектор $\tilde{x}_2 = (X_1, X_2)^T$, определяющий динамику ледового поля:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_1 &= A_{11} \tilde{x}_1 + A_{12} \tilde{x}_2 + B_1 \tilde{u} + C_1 \nu, \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \lambda^{-1} (A_{21} \tilde{x}_1 + A_{22} \tilde{x}_2 + C_2 \nu), \\ \tilde{y} &= H_1 \tilde{x}_1 + \nu,\end{aligned}\quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}A_{11} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{\alpha a}{m_1} & -\alpha - \frac{a}{m_1} \end{pmatrix}, A_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ A_{12} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\alpha}{m_1} & \frac{-1}{m_1} \end{pmatrix}, A_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 \end{pmatrix}, \\ B_1 &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\beta}{m_1} \end{pmatrix}, C_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon & -\frac{b_3}{m_1} & 0 \end{pmatrix}, \\ C_2 &= \begin{pmatrix} 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 \end{pmatrix}, H_1 = (1 \ 0)\end{aligned}$$

В (8) $\lambda > 0$ – некоторый параметр, характеризует размах неопределенности в модели ледового поля. При этом согласно результатам из [9], при выполнении определенных условий существует такое $\lambda_* > 0$, что для всех $0 < \lambda < \lambda_*$ система (8) будет устойчивой. Таким образом, λ_* можно рассматривать, с одной стороны, как меру устойчивости к сингулярным возмущениям, а с другой – как характеристику грубости или робастности [8]. Выбор регулятора \tilde{G} нужно осуществить таким образом, чтобы грубость системы λ_* была максимально возможной (в наилучшем случае $\lambda_* = \infty$).

В соответствии с обозначениями (8), перепишем замкнутую систему (7) с матрицей обратной связи

$$\begin{aligned}\tilde{G} &= (G_1 \ G_2), \\ G_1 &= (g_1 \ g_2), G_2 = (g_3 \ g_4),\end{aligned}$$

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}_z \tilde{x} + \tilde{C} \nu, \quad (9)$$

$$\tilde{A}_z = \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ A_{21} & A_{22} \lambda^{-1} \end{pmatrix},$$

$$\bar{A}_{11} = A_{11} + B_1 G_1, \bar{A}_{12} = A_{12} + B_1 G_2.$$

Поскольку блок A_{21} – нулевой, то для того, чтобы получить нулевую жесткость (т.е. $\lambda_* = \infty$) замкнутой системы (9) достаточно выполнение условий [10]

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}(\operatorname{eig}(\bar{A}_{11})) &< 0, \\ \operatorname{Re}(\operatorname{eig}(A_{22})) &< 0.\end{aligned}\quad (10)$$

Из первого условия (10) получаем ограничения для коэффициентов матрицы регулятора $G_1 = (g_1 \ g_2)$:

$$g_1 < -\frac{\alpha a}{\beta}, \quad g_2 < \frac{\alpha m_1 + a}{\beta}, \quad (11)$$

из второго – ограничения на компоненты матрицы A_{22} :

$$a_1 > 0, a_2 > 0. \quad (12)$$

Из (5) ясно, что матрица A_{22} – гурвицева, т.е. для нее выполнено требование (12), потому для синтеза робастного стабилизирующего регулятора \tilde{G} , нужно обеспечить лишь выполнение условий (11). Выбор значений коэффициентов g_1, g_2 , удовлетворяющих указанным условиям, можно осуществить исходя из требований к качеству стабилизации, которые сформулируем в виде квадратичного критерия.

Желая получить малые отклонения скорости V от ее номинального значения, введем функционал качества в следующем виде:

$$J = \frac{1}{T} \lim_{T \rightarrow \infty} E \int_0^T (\tilde{x}^T Q \tilde{x} + u^2) dt, \quad (13)$$

где $Q = \operatorname{diag}(q_1, q_2, 0, 0)$.

Точное решение задачи на минимум (13) при ограничениях (7), (8) имеет следующий вид [11]

$$\tilde{u}(t) = -\tilde{B}^T \tilde{P} \tilde{x}(t) = \tilde{G} \tilde{x}(t), \quad (14)$$

где матрица \tilde{P} удовлетворяет алгебраическому матричному уравнению Риккати следующего вида

$$0 = -\tilde{P} \tilde{A} - \tilde{A}^T \tilde{P} - Q + \tilde{P} \tilde{B} \tilde{B}^T \tilde{P}.$$

В таком виде решение задачи оказывается слишком сложным, что приводит на практике к использованию ПИД-регуляторов, либо, в последнее время, алгоритмов нечеткой логики.

Для построения упрощенного алгоритма управления воспользуемся методом композиционного синтеза [12], в соответствии с которым матрицу оптимального регулятора (14) аппроксимируем субоптимальной асимптотической композицией вида:

$$\begin{aligned} G_c &= (G_{c1} \ G_{c2}), \quad G_{c2} = G_f, \\ G_{c1} &= (I + G_f A_{22}^{-1} B_2) G_s, \end{aligned} \quad (15)$$

где G_s матрица регулятора, удовлетворяющего подзадаче минимизации критерия

$$\begin{aligned} J_s &= \frac{1}{T} \lim_{T \rightarrow \infty} E \int_0^T (x_s^T Q_s x_s + u_s^2) dt, \\ x_s &= (V, a_x)^T, \quad Q_s = \text{diag}(q_1, q_2) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} G_s &= (g_1 \ g_2), \quad g_1 = -\frac{\alpha a}{\beta} - \sqrt{\left(\frac{\alpha a}{\beta}\right)^2 + q_1}, \\ g_2 &= \frac{\alpha m_1 + a}{\beta} - \frac{\sqrt{2m_1 \sqrt{(\alpha a)^2 + \beta^2 q_1} + a^2 + 4\alpha a m_1 + \alpha^2 m_1^2 + \beta^2 q_2}}{\beta}. \end{aligned} \quad (20)$$

Выражения (20) удовлетворяют ограничениям (11), (13) при всех $q_1 \geq 0$ и $q_2 \geq 0$, причем, чем больше штраф на траекторные перемещения, тем лучше качество стабилизации, что соответствует теории оптимального управления [11].

Таким образом, построение по формулам (19), (20) субоптимального регулятора фактически не требует решения матричного (4×4) уравнения Риккати. Эта асимптотическая форма субоптимального закона управления существенно проще точного оптимального управления (21) и при этом наделяет систему

на траекториях медленной подсистемы

$$\dot{x}_s = A_s x_s + B_s u_s + C_s v, \quad (17)$$

где $A_s = A_{11}, B_s = B_1, C_s = C_1$.

Матрица G_f соответственно определяется из решения задачи оптимальной стабилизации для быстрой подсистемы

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_f &= A_{22} \lambda^{-1} \tilde{x}_f + G_2 \lambda^{-1} v, \\ \tilde{x}_f &= (X_1, X_2)^T. \end{aligned} \quad (18)$$

Быстрая подсистема (18) в свою очередь является не управляемой, так как $B_2 \equiv 0$, следовательно $G_f \equiv 0$. Таким образом, композиционная матрица субоптимального регулятора будет определяться только матрицей медленного регулятора, т.е.

$$G_c = (G_s \ 0 \ 0). \quad (19)$$

Запишем матрицу G_s , решив оптимизационную задачу (16), (17):

робастностью по отношению к динамике переменных X_1 и X_2 .

Для реализации управления (19), (20) необходимо знать вектор состояния системы (8). Задачу восстановления вектора состояния решим на основе классической теории оптимальных фильтров, в соответствии с которой оптимальный наблюдатель состояния имеет вид

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u + \tilde{\Gamma}(t)(\tilde{y} - H\tilde{x}), \quad (21)$$

где матрица фильтра $\tilde{\Gamma}(t)$ определяется выражениями:

$$\begin{aligned}\tilde{\Gamma}(t) &= \tilde{P}(t)H^T R^{-1}, \quad \tilde{Q}_f = \tilde{C}Q_f\tilde{C}^T, \\ \frac{d\tilde{P}}{dt} &= \tilde{A}\tilde{P} + \tilde{P}\tilde{A}^T + \tilde{Q} - \tilde{P}H^T R^{-1}H\tilde{P}, \quad \tilde{P}(0) = \frac{1}{\lambda_f} \text{diag}(1, 1, 0, 0).\end{aligned}$$

Параметр $\lambda_f > 0$ – определяет размах неопределенности в начальных условиях фильтра.

Следуя методу композиционного синтеза, матрицу $\tilde{\Gamma}(t)$ оптимального

наблюдателя можно приближенно заменить субоптимальной асимптотической композицией матриц медленного $\Gamma_s(t)$ и быстрого Γ_f фильтров, т.е. справедливо следующее соотношение:

$$\tilde{\Gamma}(t) \approx \tilde{\Gamma}_c(t) = \begin{pmatrix} \bar{\Gamma}_{c1}(t) \\ \lambda^{-1}\Gamma_{c2} \end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$\Gamma_{c2} = \Gamma_f, \quad \bar{\Gamma}_{c1}(t) = \bar{\Gamma}_s(t)(I - H_2 A_{22}^{-1} \Gamma_f) + A_{12} A_{22}^{-1} \Gamma_f.$$

При этом в данной задаче, также как и в задаче синтеза управления, есть одна особенность: быстрая подсистема является ненаблюдаемой (т.к. $H_f \equiv 0$), следовательно $\Gamma_f \equiv 0$. Тогда из (22) имеем

$$\tilde{\Gamma}(t) \approx \bar{\Gamma}_c(t) = \begin{pmatrix} \bar{\Gamma}_s(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

где матрица медленного фильтра определяется из соотношений

$$\begin{aligned}\bar{\Gamma}_s(t) &= \bar{P}_s(t)H_1^T R^{-1}, \quad \bar{P}_s(t) = \bar{P}_s = K_s + W_s M_s^{-1} W_s^T, \\ \frac{dK_s}{dt} &= A_s K_s + K_s^T A_s + C_s Q C_s^T - K_s H_1^T R^{-1} H_1 K_s, \quad K_s(0) = 0, \\ \frac{dW_s}{dt} &= (A_s - K_s H_1^T R^{-1} H_1) W_s, \quad W_s(0) = I_1, \\ \frac{dM_s}{dt} &= -W_s^T H_1^T R^{-1} H_1 W_s, \quad M_s(0) = 0.\end{aligned} \quad (24)$$

Из (24) следует, что матрица $\bar{\Gamma}_s(t)$ существует и ограничена только на интервале $[t_1, t_f]$, $t_1 > t_0$, а при $t \rightarrow 0$ она неограниченно растет.

Выбор момента t_1 связан с требованием несмещенности оценки [12]

$$\lim_{t_1 \rightarrow 0} e_s(t_f, t_1) = 0,$$

где $e_s(t_f, t_1) = M(x_s(t) - \hat{x}_s(t))$ – ошибка оценивания медленного фильтра, т.е. чем ближе t_1 к 0, тем меньше времени необходимо для восстановления состояния системы.

На практике размах неопределенности в начальных условиях обычно ограничен. Это может быть связано, например, с физическими ограничениями или

с логическими. Поэтому при реализации наблюдателя вместо выбора соответствующего момента времени t_1 логично будет применить подход, предложенный для задач точного терминального управления в [13]. Суть этого подхода состоит в том, что вместо предельных по λ_f соотношений (24) для вычисления матрицы медленного фильтра используются формулы

$$\begin{aligned}\Gamma_s(t) &= P_s(t)H_1^T R^{-1}, \\ P_s(t) &= P_s = K_s + W_s (M_s + \mu)^{-1} W_s^T,\end{aligned}$$

где μ – малый параметр, определяет время необходимое для восстановления состояния, т.е. чем меньше μ , тем меньше времени нужно для восстановления состояния системы. Выбор кон-

кретного значения параметра μ осуществляется, исходя из требований проектировщика к решаемой задаче (безусловно, выбор μ также связан и с размахом неопределенности в начальных условиях фильтра λ_f). Пример выбора требуемого значения параметра μ показан ниже, на этапе моделирования системы.

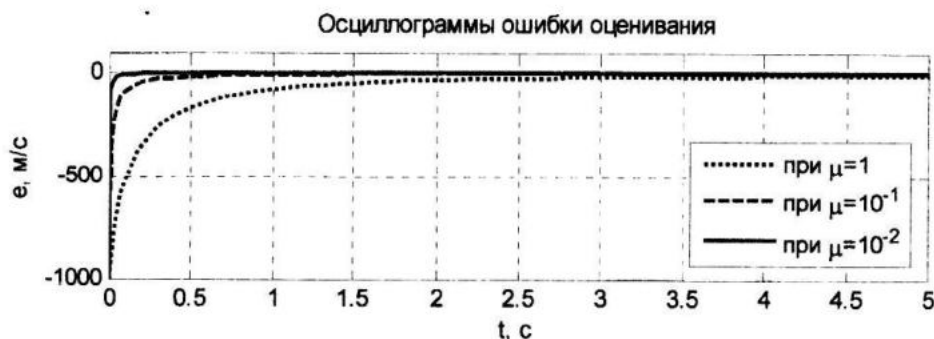
Моделирование системы. Для формирования процессов X_1, X_2 из двумерного «белого шума» с независимыми координатами $(v_3, v_4)^T$ будем использовать стационарный фильтр, параметры которого — это параметры стационарного случайного процесса, описывающего возмущения со стороны ледового поля. В обозначениях (5) это коэффициенты a_1, a_2, b_3, b_4 , которые вычисляются по основной частоте колебаний ω , ширине спектра e и интенсивности возмущения γ следующим образом

$$a_1 = \omega^2 + e^2, a_2 = 2e, \\ b_3 = \gamma, b_4 = \gamma(\sqrt{a_1} - a_2).$$

Для моделирования выбраны следующие параметры:

- формирующий фильтр $\omega = 0,75$, $e = 0,25$, $\gamma = 5 \cdot 10^6$;
- номинальная скорость хода судна $V_0 = 5$ м/с;
- параметры энергетической установки $b_M = 0,5 \cdot 10^6$, $\alpha = \frac{1}{T_M} = 0,5$, $\beta = \alpha \cdot b_M = 0,25 \cdot 10^6$, $T_M = 2$ с.

Размах неопределенности в начальных условиях субоптимального наблюдателя возьмем равным $\lambda_f = 10^{-3}$. Теперь определим требуемое значение μ . Для этого промоделируем систему при $\mu = 1$, $\mu = 10^{-1}$ и $\mu = 10^{-2}$. Ошибка оценивания скорости показана на рис. 1, откуда видно, что по мере уменьшения μ , скорость сходимости оценки увеличивается. Исходя из полученных результатов, примем $\mu = 10^{-2}$.

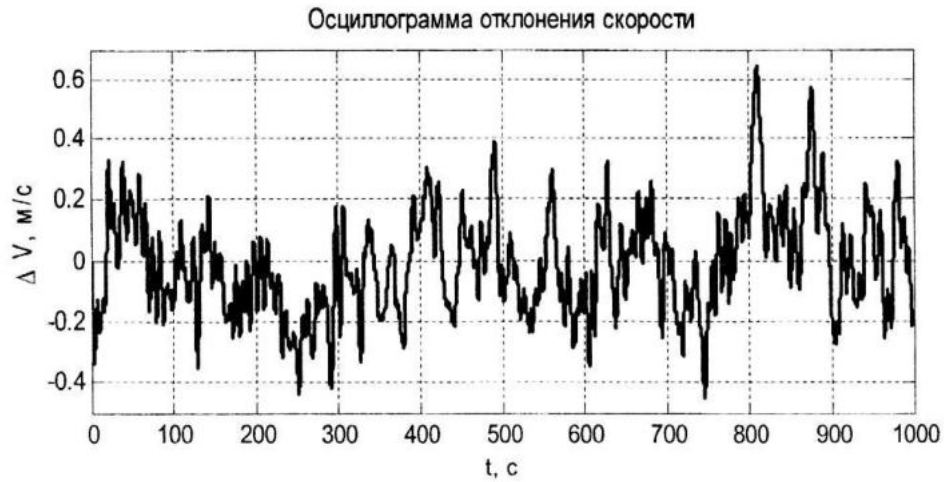


Р и с. 1. Осциллограммы ошибки оценивания при разных значениях параметра μ

Для моделирования закона управления выберем следующие веса критерия качества $q_1 = 250$ и $q_2 = 2500$. При таких значениях отклонение скорости от номинала составило ± 0.6 м/с, что соответствует 9 % от V_0 (рис. 2). Рис. 3 показывает, как при этом меняется управление. Видно, что оно ограничено на всем интервале: $|u(t)| \leq 7$. Для уточнения частоты изменения управления рассмотрим в более крупном масштабе промежуток времени $600 \leq t \leq 800$ (рис. 3,

нижний), где видно, что основной период управления не меньше 6-7 с, что вполне приемлемо для реализации.

Теперь исследуем систему на робастность. Для этого изменим параметры быстрой части модели (7), (8). Сначала разделим матрицы A_{22}, B_2 и C_2 на $\lambda = 10^4$ и промоделируем систему. Далее выберем $\lambda = 10^{-4}$ и также выполним моделирование. Результаты представлены на рис. 4, откуда видно, что синтезированная система обладает робастностью по параметрам ледового поля.



Р и с. 2. Движение системы при коэффициентах обратной связи с субоптимальной настройкой



Р и с. 3. Сигнал управления



Р и с. 4. Осциллограммы скорости при разных значениях параметра неопределенности λ

Заключение. При решении реальных задач любая проектируемая система должна быть достаточно грубой, для того чтобы обеспечить ее устойчивое функционирование в сложной и меняющейся динамической среде. Добиться достаточной грубости системы можно различными способами, в том числе и на основе сингулярно возмущенного представления неопределенности в математическом описании управляемого процесса.

В настоящей работе на основе сингулярно возмущенного подхода была синтезирована робастная система стабилизации скорости движения судна в условиях ледового плавания, устойчивая к изменениям в параметрах модели, имитирующей сплошное ледовое поле.

При этом асимптотические методы композиционного синтеза позволили осуществить субоптимальную настройку компонентов системы – стабилизирующего регулятора и наблюдателя состояния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Ю.Н., Фаддеев О.В., Хейсин Л. Е., Яковлев А. А. Прочность судов, плавающих во льдах. – Л.: Судостроение, 1967. – 224 с.
2. Ионов Б.П., Грамузов Е.М. Ледовая ходкость судов. – Санкт-Петербург. Судостроение, 2001.
3. Лукомский Ю.А., Пешехонов В.Г., Скороходов Д.А. Навигация и управление движением судов. – СПб.: Элмор, 2002. – 350 с.
4. *Nechaev Yu. I., Dubovik S.A.* Control of ship movement in an ice field: approach and basis of the optimal control theory // Proceedings of 16th International conference on hydrodynamics in ship design, 3rd International symposium on ship manoeuvring. – Gdansk – Ostroda (Poland). – 2005. – P. 563 – 570.
5. Батенко А.П. Управление конечным состоянием движущихся объектов. – М: Сов. радио, 1977. – 256 с.
6. Крутько Н.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Нелинейные модели. – М.: Наука, 1988. – 328 с.
7. *Нечаев Ю.И.* Методологические основы построения системы нейро-нечеткого управления при движении судна во льдах // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. – 2006, № 6. – С. 31 – 42.
8. *Кабанов А.А., Дубовик С.А.* Мера устойчивости к сингулярным возмущениям и робастные свойства линейных систем // Проблемы управления и информатики, 2010. – Вып. 3 – С. 17 – 28.
9. *Климушев А.И., Красовский Н.Н.* Равномерная асимптотическая устойчивость систем дифференциальных уравнений с малым параметром при производных // ПММ. – 1961. – Т.25. – С. 680 – 690.
10. *Кабанов А.А.* Система робастной стабилизации скорости движения судна в ледовом поле // Труды Международной научно-технической конференции «Управление автоматизация и окружающая среда», г. Севастополь, 24-28 мая 2010 г. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2010. – С.86 – 92.
11. *Квакернаак Х., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления. – М.: Мир, 1977. – 456 с.
12. *Кабанов А.А.* Решение сингулярно возмущенной непрерывной задачи асимптотически точного терминального приведения в ноль // Оптимизация производственных процессов: Сб. науч. тр. – Севастополь, 2010. – Вып. 12. – С.202 – 210.
13. *Скороход Б.А.* Оценивание состояния линейных непрерывных систем при отсутствии априорной информации о начальных условиях вектора состояния // Докл. VII Всес. сем. по непараметрическим и робастным методам в кибернетике 10-15 мая. – Иркутск, 1990. – С. 504 – 512.
14. *Козырев В.Г.* Терминальная ошибка почти точного оптимального приведения в ноль // Динамические системы. – 2001. – Вып. 17. – С. 18 – 22.