

МЕТОДЫ АНАЛОГО-ЦИФРОВОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ИНВАРИАНТНОСТЬЮ К ОСНОВАНИЮ ПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

В.А. Гайский, П.В. Гайский

Морской гидрофизический институт
НАН Украины,
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: oaoimhi@inbox.ru

Принципы построения параметрически инвариантных систем преобразования сигналов применены к аналого-цифровому преобразованию. Показано, что использование двух параллельных каналов преобразования сумм неизвестного и образцового сигналов и вычислительных процедур позволяет исключить инструментальные погрешности шкалы в диапазоне преобразования и обеспечить предельную статическую точность.

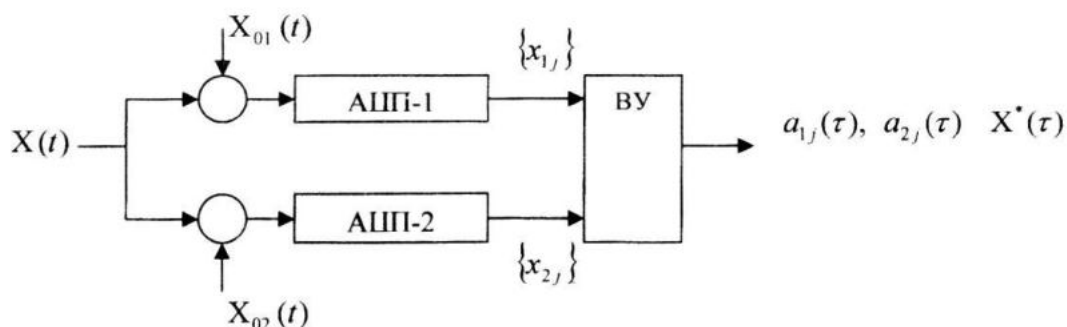
Постановка задачи. Результатом любого аналого-цифрового преобразования является n -разрядный позиционный

код $\{x_j\}, j = \overline{1, n}$, значение сигнала по которому восстанавливается по формуле

$$X = \sum_{j=1}^n a_j x_j, \quad (1)$$

где a_j – весовые коэффициенты разрядов кода, значения которых зависят от принятой системы счисления. Если бы эти веса были точными после изготовления преобразователя и в процессе эксплуатации, то кроме погрешности равномерного квантования, не было бы других погрешностей, вызванных нелинейностью, немонотонностью, неравномерностью и т.д. шкалы.

Принцип преобразования. Если рассматривать веса a_i как параметры, то для их идентификации в рабочем режиме можно построить параметрически инвариантную систему (ПИС), представленную на рис. 1.



Р и с. 1. Структурная схема параметрически инвариантной системы с каналами АЦП

ПИС содержит два параллельных канала аналого-цифрового преобразования АЦП-1 и АЦП-2, на входы которых подаются суммы преобразуемого сигнала $X(t)$ с образцовыми сигналами $X_{o1}(t)$ и $X_{o2}(t)$, а с выходов снимаются коды $\{x_{1j}\}$ и $\{x_{2j}\}$ соответственно, которые поступают на вычислительное устройство ВУ для вычисления параметров $a_{1j}(\tau)$ и $a_{2j}(\tau)$ и дискретных отсчетов преобразуемого сигнала $X^*(\tau)$.

При этом предполагается, что $a_{1j} \neq a_{2j}$ и что при последовательном формировании разрядов кода от старшего к младшему веса младших разрядов не влияют на веса старших разрядов. Далее мы приведем примеры методов АЦП, где эти условия выполняются.

Для текущего момента времени можем записать для кодов i -го канала

$$X_i(t) + X_{oi}(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j(t), \quad i = \overline{1, 2}, \quad (2)$$

где a_{ij} – неизвестные весовые коэффициенты кодов в первом ($i = 1$) и втором каналах ($i = 2$). При этом число разрядов берется несколько больше, чем требуется для представления образцовых сигналов с заданной точностью.

Вычитая из первого ($i = 1$) второе ($i = 2$) уравнение, получим

$$\begin{pmatrix} x_{11}(1) & \cdots & x_{1j}(1) & \cdots & x_{1n}(1) & x_{21}(1) & \cdots & x_{2j}(1) & \cdots & x_{1(n-1)}(1) & \left| \begin{array}{l} X_{o1}(1) - X_{o2}(1) \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right. \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \\ x_{1j}(t) & \cdots & x_{1j}(t) & \cdots & x_{1j}(t) & x_{2j}(t) & \cdots & x_{2j}(t) & \cdots & x_{2j}(t) & \left| \begin{array}{l} X_{o1}(t) - X_{o2}(t) \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right. \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \\ x_{1n}(2n) & \cdots & x_{1n}(2n) & \cdots & x_{1n}(2n) & x_{2n}(2n) & \cdots & x_{2n}(2n) & \cdots & x_{2n}(2n) & \left| \begin{array}{l} X_{o1}(2n) - X_{o2}(2n) \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right. \end{pmatrix} \cdot \quad (4)$$

Решением СЛАУ (4) будут определены коэффициенты a_{1j} , a_{2j} , $j = \overline{1, n}$ с погрешностью, обусловленной погрешностью образцовых мер $X_{o1}(t)$ и $X_{o2}(t)$ и отсчетов $x_{ij}(t)$.

Чтобы система (4) имела решение, строки основной матрицы должны быть линейно независимыми. При неизвестной априори динамике преобразуемого сигнала $X(t)$ необходимая изменчивость кодов отсчетов может быть обеспечена генерацией последовательности образцовых сигналов $X_{o1}(t)$ и $X_{o2}(t)$ по известным реализациям случайного процесса.

Поскольку члены матрицы (4) являются результатами измерений, то матрица будет зашумленной и для решения СЛАУ потребуется использование специальных вычислительных процедур.

После определения a_{1j} , a_{2j} , $j = \overline{1, n}$ в скользящем текущем режиме с задержкой на один отсчет или без задержки, с использованием предыдущих значений коэффициентов, значение преобразуемо-

$$\sum_{j=1}^n a_{1j} x_{1j}(t) - \sum_{j=1}^n a_{2j} x_{2j}(t) = X_{o1}(t) - X_{o2}(t). \quad (3)$$

В уравнении (3) $2n$ неизвестных, для определения которых возьмем отсчеты $x_{1j}(t)$ и $x_{2j}(t)$ для $2n$ или более моментов времени $t \geq \overline{1, 2n}$.

Получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), расширенная матрица которой имеет вид

го сигнала в i -ом канале определяется по выражению

$$X_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij}(t) - X_{oi}(t). \quad (5)$$

Вычисленные значения $X_1(t)$ и $X_2(t)$ могут усредняться, а их расхождение может служить признаком работоспособности преобразователя.

Заметим, что в соответствии с принципами построения параметрически инвариантных систем [1], определение входного сигнала $X(t)$ может выполняться непосредственно решением СЛАУ из $4n$ уравнений, полученных при $2n$ пар отсчетов.

Эта СЛАУ имеет вид

$$X_i(t) - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij}(t) = X_{oi}(t),$$

$$t = 2n \quad i = \overline{1, 2}, \quad (6)$$

а расширенная матрица системы имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & x_j(1) & \dots & 0 & \dots & x_{1n}(1) & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & x_{2j}(1) & \dots & 0 & x_{2n}(1) \\ 0 & 1 & \dots & x_j(2) & \dots & 0 & \dots & x_{1n}(2) & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & x_{2j}(2) & \dots & 0 & x_{2n}(2) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_{o1}(1) \\ X_{o2}(1) \\ X_{o1}(2) \\ X_{o2}(2) \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Однако порядок этой системы в два раза выше, и решение требует больших вычислительных ресурсов.

Способ кодирования временных интервалов. Способом аналого-цифрового преобразования, при котором последующие разряды не влияют на веса предыдущих разрядов, является способ измерения временного интервала между стартовым импульсным сигналом и следующим за ним импульсным сигналом опорной частоты, основанный на аналоговом преобразовании измеряемого интервала в p -раз больший временной интервал до сформирования стопового импульсного сигнала и поразрядном кодировании расширенного временного интервала в целых периодах опорной частоты путем многократного повторения этой процедуры принятием стопового сигнала за следующий стартовый [2]. К решению такой задачи сводятся все задачи преобразования в код временных интервалов и аналого-цифрового преобразования сигналов с промежуточным преобразованием в интервал времени [3].

Исходный измеряемый интервал в этом методе кодирования вычисляется по формуле

$$\tau_x = \tau_o \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} p^{-j} [x_j + 1], \quad (8)$$

где x_j — число целых периодов τ_o опорной частоты, укладываемых в i -й расширенный интервал времени; p^{-j} — весовые коэффициенты знакопеременных разрядов кода (основание позиционной системы счисления).

В этом методе в разрядном преобразовании происходит аналоговое умножение в p -раз дополнений до периода остатков от деления интервала на период опорной частоты.

Поскольку диапазон преобразуемого интервала времени сохраняется в каждом разряде, то формально можно получить сколь угодно много разрядов n . Так как достигнутая на современном уровне техники стабильность генераторов опорной частоты достигает 10^{-12} , то первое ограничение дает $n \leq 40$.

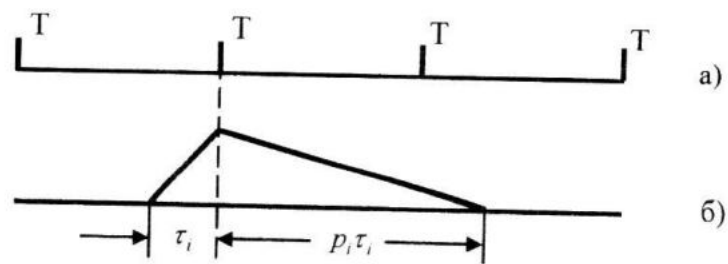
Аналоговое расширение (умножение) интервала обычно реализуется двухтактными интеграторами, которые в первом такте за время τ_i заданным током накапливают заряд на емкости, а во втором такте разряжают этот заряд в p -раз меньшим током до нуля за время $p\tau_x$ так, как это показано на рис. 2.

Точность работы двухтактного интегратора зависит от точности задания значений тока, линейности интегратора, стабильности срабатывания переключателей и порогового устройства (нульоргана). Для современного уровня техники эта точность ограничена величиной 10^{-4} , т.е. $n \leq 12$.

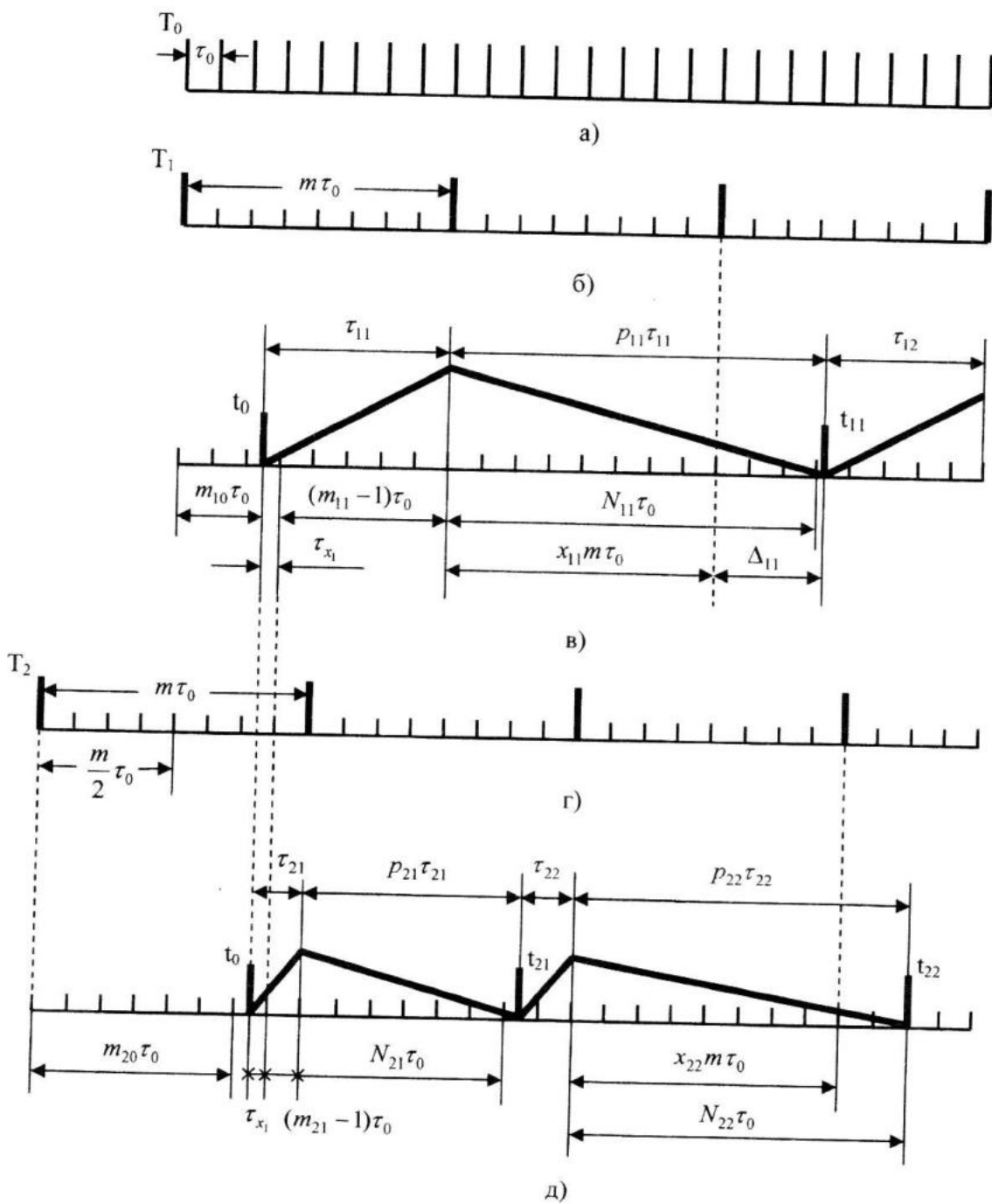
С этой долговременной точностью может быть известно значение p . Однако можно предположить, что при идентификации текущих значений « p » кратковременная точность может приблизиться к точности образцовых сигналов. Целесообразно проводить такую идентификацию не в режиме редких периодических градуировок, а в рабочем режиме.

Такой режим характерен для параметрически инвариантных систем с аддитивными образцовыми сигналами (см. рис. 1) в двух параллельных неидентичных каналах.

Временная диаграмма сигналов при двухтактной реализации метода поразрядного кодирования временных интервалов представлены на рис. 3.



Р и с. 2. Схема аналогового расширения временного интервала в p -раз на двухтактном интеграторе



Р и с. 3. Диаграммы сигналов при двухканальном поразрядном кодировании временных интервалов

Здесь использованы следующие обозначения. Последовательность импульсов T_0 (а) нулевой опорной частоты с периодом τ_0 , T_1 – последовательность импульсов первой опорной частоты T_1 (б) с периодом $m\tau_0$, T_2 – последовательность импульсов второй опорной частоты T_2 (в) с периодом $m\tau_0$, сдвинутая по фазе на $\frac{1}{2}$ периода, т.е. на $\frac{1}{2}m\tau_0$, от последовательности T_1 . Последовательности T_0 , T_1 и T_2 синхронизированы. Последовательность T_1 является опорной в первом канале, последовательность T_2 – во втором. Преобразуемый интервал времени задается стартовым сигналом t_0 , который возникает внутри периодов последовательностей T_1 и T_2 и длится до стоповых первых следующих сигналов T_1 и T_2 в первом и втором каналах. Эти интервалы далее кодируются в долях периода $m\tau_0$.

Рассмотрим процесс аналогоцифрового преобразования в первом канале (эпюра рис. 3 в).

Стартовый сигнал t_0 запускает первый такт интегратора, который длится в течение преобразуемого интервала τ_{11} до первого стопового сигнала T_1 . В этот интервал вмещается $(m_{11}-1)$ целых интервалов τ_0 , которые подсчитываются m_{11} сигналами T_0 и принимаются за длительность $(m_{11}-1)\tau_0$ образцового интервала τ_{01} , аддитивного к неизвестному интервалу τ_{x1} . При этом

$$\tau_{11} = \tau_{x1} + (m_{11} - 1)\tau_0. \quad (9)$$

Во втором такте интегратора интервал τ_{11} умножается на весовой коэффи-

циент первого разряда p_{11} , т.е. формируется интервал длительностью

$$p_{11}\tau_{11} = p_{11}\tau_{x1} + p_{11}(m_{11}-1)\tau_0. \quad (10)$$

В этот интервал вкладывается N_{11} импульсов опорной частоты T_0 . В целых долях интервала $m\tau_0$ значение x_{11} первого разряда кода отсчета $\{x_{1i}\}$ определяется из выражения

$$x_{11} = \left\lfloor \frac{N_{11}\tau_0}{m\tau_0} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{N_{11}}{m} \right\rfloor, \quad (11)$$

что охватит отрезок $x_{11}m\tau_0$ преобразуемого интервала $p_{11}\tau_{11}$ и отрезок Δ_{11} останется неизвестным, т.е.

$$p_{11}\tau_{11} = x_{11}m\tau_0 + \Delta_{11}. \quad (12)$$

Отрезок времени Δ_{11} является дополнением до полного интервала $m\tau_0$ интервала τ_{12} так, что можно записать

$$\Delta_{11} = m\tau_0 - \tau_{12}. \quad (13)$$

Тогда можем записать

$$\tau_{11} = p_{11}^{-1}x_{11}m\tau_0 + p_{11}^{-1}(m\tau_0 - \tau_{12}). \quad (14)$$

Интервал времени τ_{12} является исходным для преобразования второго разряда, которое осуществляется аналогично первому с весом p_{12}^{-1} , т.е.

$$\tau_{12} = p_{12}^{-1}x_{12}m\tau_0 + p_{12}^{-1}(m\tau_0 - \tau_{13}). \quad (15)$$

Все последующие разряды формируются аналогично, поэтому

$$\begin{aligned}\tau_{11} &= p_{11}^{-1} x_{11} m \tau_0 + p_{11}^{-1} (m \tau_0 - p_{12}^{-1} x_{12} m \tau_0 + p_{11}^{-1} (m \tau_0 - p_{13}^{-1} x_{13} m \tau) \dots) = \\ &= m \tau_0 \sum_{j=1}^{n_1} (-1)^{j+1} (x_{1j} + 1) \prod_{s=1}^j p_{1s}^{-1},\end{aligned}\quad (16)$$

причем остаточным членом $\sum_{j=n+1}^{\infty} (-1)^{j+1} (x_{1j} + 1) \prod_{s=n+1}^{\infty} p_{1s}^{-1}$ пренебрегаем за малостью.

Эпюры сигналов во втором канале преобразования показаны на рис. 3 г, д. Стартовый сигнал t_0 является общим для двух каналов. Однако во втором канале, имеющем фазовый сдвиг $\frac{m}{2} \tau_0$ сигнала T_2 опорной частоты относительно сигнала T_1 (рис. 3 г), преобразуется интервал времени

$$\tau_{21} = \tau_{x1} + (m_{21} - 1) \tau_0. \quad (17)$$

Известная часть этого интервала принимается за образцовый интервал

$$\tau_{02} = (m_{21} - 1) \tau_0, \quad (18)$$

а неизвестные части преобразуемых интервалов τ_{x1} совпадают в обоих каналах.

По аналогии с выражением (16) для второго канала преобразования запишем

$$\tau_{21} = m \tau_0 \sum_{j=1}^{n_2} (-1)^{j+1} (x_{2j} + 1) \prod_{s=1}^j p_{2s}^{-1}. \quad (19)$$

Для преобразуемых интервалов в разные моменты времени $\tau_x(t)$ и двух каналов получим

$$m \tau_0 \sum_{j=1}^{n_1} (-1)^{j+1} [x_{1j}(t) + 1] \prod_{s=1}^j p_{1s}^{-1} - \tau_x(t) = \tau_{01}(t), \quad (20)$$

$$m \tau_0 \sum_{j=1}^{n_2} (-1)^{j+1} [x_{2j}(t) + 1] \prod_{s=1}^j p_{2s}^{-1} - \tau_x(t) = \tau_{02}(t). \quad (21)$$

Вычитая из первого уравнения второе, получим

$$\sum_{j=1}^{n_1} (-1)^{j+1} [x_{1j}(t) + 1] \prod_{s=1}^j p_{1s}^{-1} - \sum_{j=1}^{n_2} (-1)^{j+1} [x_{2j}(t) + 1] \prod_{s=1}^j p_{2s}^{-1} = [m_{11}(t) - m_{21}(t)] m^{-1}, \quad (22)$$

$$t \geq 1, \overline{(n_1 + n_2)}.$$

Система уравнений (22) содержит $n_1 + n_2$ неизвестных, соответствующих весам разрядов отсчетов преобразуемых

интервалов. Расширенная матрица системы для минимального $n_1 + n_2$ числа уравнений имеет вид

$$\left| \begin{array}{cccc|ccc} (x_{11}(l)+1) & \cdots & (x_{1n_1}(l)+1) & (x_{21}(l)+1) & \cdots & (x_{2n_2}(l)+1) & (m_{11}(l)-m_{21}(l))m^{-1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ (x_{1j}(t)+1) & \cdots & (x_{1j}(t)+1) & (x_{21}(t)+1) & \cdots & (x_{2n_2}(t)+1) & (m_{11}(t)-m_{21}(t))m^{-1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ (x_{1n_1}(n_1+n_2)+1) & \cdots & (x_{1n_1}(n_1+n_2)+1) & (x_{21}(n_1+n_2)+1) & \cdots & (x_{2n_2}(n_1+n_2)+1) & (m_{11}(n_1+n_2)-m_{21}(n_1+n_2))m^{-1} \end{array} \right| \cdot (23)$$

Возможности решения системы (22) обусловлены формированием членов общей матрицы (23) за счет изменчивости преобразуемого сигнала или изменчивости образцовых сигналов.

Если изменчивость обеспечивается только изменением образцовых сигналов (их разности), то это фактически будет режим градуировки и потребуются не менее $(n_1 + n_2)$ разных разностей $[m_{11}(t) - m_{21}(t)]$ образцовых сигналов $(n_1 + n_2 + 1)$ разности сигналов. С другой стороны, если изменчивость матрицы обеспечивается только входным преобразуемым интервалом, то достаточно одной пары образцовых сигналов для одного момента времени.

Изменение образцовых сигналов может выполняться фазовым сдвигом на дискретное число интервалов τ_0 первых импульсов сигналов T_1 и T_2 , причем сдвиг влево уменьшает m_{11} , а сдвиг вправо увеличивает m_{11} . При этом опережающее эту операцию определение m_{10} позволяет установить верхнюю границу сдвига влево до $m_{11} = 0$, она равна

$$m - m_{10} - 1. \quad (24)$$

Граница сдвига вправо ограничивается максимально допустимой длительностью первого такта интегратора, т.е.

$$m \tau_0 - (m_{11} - 1)\tau_0 = (m - m_{11} + 1)\tau_0.$$

Устройства кодирования временных интервалов. Реализация рассмотренного метода аналого-цифрового преобразования интервалов времени может быть выполнена двухканальным АЦП на разрядных преобразователях

$РП_{ij}$ ($i = \bar{1}, 2, j = 1, n_i$), структура которого представлена на рис. 4.

В состав АЦП входят также генератор опорных частот последовательностей (ГОЧ), генератор образцовых сигналов (ГОС), устройство блокировки входа (УБВ), вычислитель (В) и блок управления (БУ).

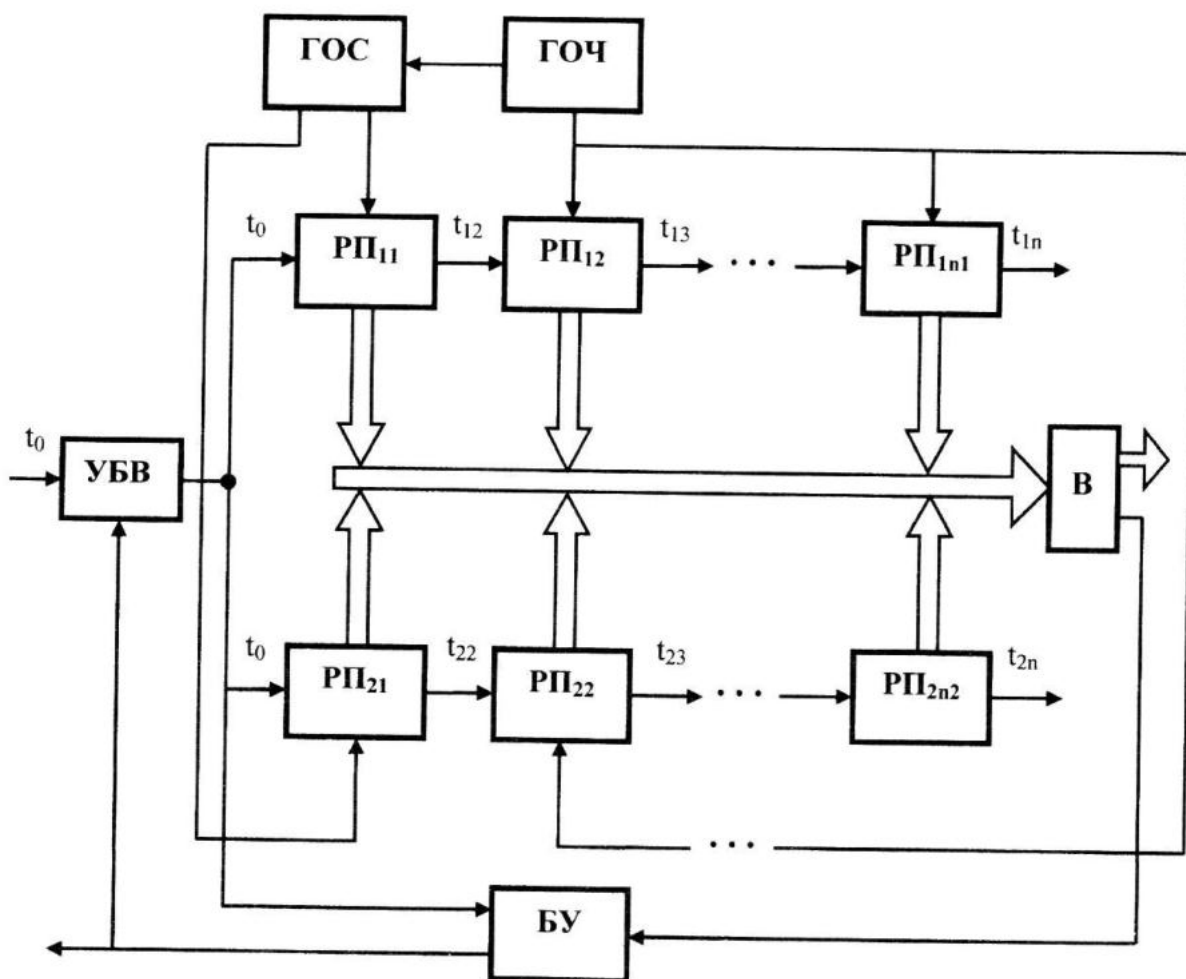
УБВ служит для блокировки поступления стартового сигнала t_0 до окончания преобразования двух старших разрядов в обоих каналах. Назначения других узлов ясно из названия.

Конвейерные каналы поразрядного кодирования образованы последовательным соединением разрядных преобразователей $РП_{ij}$ ($i = \bar{1}, 2, j = 1, n_i$). Устройство работает согласно эюграм сигналов на рис. 3. На вход разрядных преобразователей поступают стартовые сигналы t_0, t_{ij} , на выходах формируются стоповые сигналы $t_{i(j+1)}$ ($i = 1, 2, j = 1, n_i$) и коды x_{ij} ($i = 1, 2, j = 1, n_i$) разрядов.

Каждому j -ому разряду соответствует только один $РП_{ij}$. В процессе работы j -ый разрядный преобразователь в момент времени t преобразует j -ый разряд $(t-j)$ -го входного сигнала и все разряды одного сигнала формируются последовательно во времени разными преобразователями, а разных сигналов – одновременно. Идентификация весов разрядов

$$a_{ij} = \prod_{s=1}^j p_{is}^{-1} \quad (25)$$

осуществляется с накоплением отсчетов решением системы уравнений (22) после накопления $(n_1 + n_2)$ отсчетов разных сигналов, а далее в скользящем режиме.



Р и с. 4. Структурная схема конвейерного аналого-цифрового преобразователя с идентификацией весов разрядов в рабочем режиме

При этом

$$a_{i1} = p_{i1}^{-1}, a_{i2} = p_{i1}^{-1} p_{i2}^{-1}, p_{ij} = a_{i(j-1)}^{-1} a_{ij}^{-1}. \quad (26)$$

Если поразрядное преобразование выполнять одним и тем же двухтактным интегратором последовательно во времени, то есть основание считать коэф-

фициенты расширения всех разрядов одинаковыми, т.е. $p_{ij} = p_i$,

$$\prod_{s=1}^j p_{is}^{-1} = p_i^{-j}, a_{ij} = p_i^{-j}. \quad (27)$$

При этом уравнения системы (22) будут иметь вид

$$\sum_{j=1}^{n_1} (-1)^{j+1} [x_{1j}(t) + 1] p_1^{-j} - \sum_{j=1}^{n_2} (-1)^{j+1} [x_{2j}(t) + 1] p_2^{-j} = [m_1(t) - m_2(t)] m^{-1}. \quad (28)$$

Возможно это степенное уравнение двух неизвестных p_1 и p_2 решается проще за меньшее число отчетов. По сравнению с конвейерным преобразователем минимальный период поступления входных сигналов в этом преобразователе возрастает с $2m\tau_0(\max_{i,j} p_{ij} + 1)$ до

$\max_i n_i \cdot m\tau_0(\max_i p_i + 1)$, т.е. примерно в

$2^{-1} \max_i n_i$ раз.

Заключение. Предложены методы аналого-цифрового преобразования, в которых результаты кодирования представляются в позиционной системе счисления с переменными весами разрядов. Эти веса определяются в рабочем режиме за счет использования двух разных параллельных каналов преобразования сумм неизвестного и образцовых сигналов и решения систем линейных алгебраических уравнений. Такие методы позволяют повысить точность преобразования до точности образцовых мер.

В случае аналого-цифрового преобразования временных интервалов, для образцовых мер которых в принципе возможна погрешность до 10^{-12} , потенциально возможно построение точных 40-разрядных АЦП. Построение точных преобразователей различных величин в интервал времени составляет другую актуальную задачу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гайский В.А., Артемов В.А., Блинков В.А. и др.* Автоматизированные системы с буксируемыми приборами в океанологических исследованиях. – К: Наукова думка, 1987. – 250 с.
2. *Патент* Украины 40629. Спосіб вимірювання часових інтервалів та пристрій для його здійснення. – Гайський В.О. – Опубл. 15.06.2001, бюл. № 7.
3. *Гайский В.А.* Способ преобразования коротких временных интервалов поразрядным кодированием // Системы контроля окружающей среды. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 1999. – С. 90 – 96.