

**ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ
ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ И
ТОЧНОСТИ НАВИГАЦИИ ПРИ
ИССЛЕДОВАНИИ УСТАНОВИВШЕЙСЯ
ЦИРКУЛЯЦИИ НА ОСНОВЕ
ГЕОСТРОФИЧЕСКОГО СООТНОШЕНИЯ**

В.И.Забурдаев

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2

Течение, существующее при равновесии горизонтального градиента давления и силы Кориолиса, называется геострофическим, а метод вычисления геострофических скоростей - динамическим [1]. В дифференциальной форме геострофическое соотношение записывается в следующем виде:

$$\rho \cdot f \cdot V = \partial P / \partial x, \quad (1)$$

где ρ - плотность воды; $f = 2\omega \cdot \sin\varphi$ - параметр Кориолиса ($\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ - угловая скорость вращения Земли, φ - широта места, градусы); V - горизонтальная скорость течения; P - гидростатическое давление; x - горизонтальная координата, перпендикулярная вектору скорости V .

Гелланд-Гансен и Сандстрем [2] нашли связь между разностью геострофических скоростей $V_1 - V_2$ на изобатах P_1 и P_2 с разностью динамических глубин $D_B - D_A$ этих изобат в точках А и В, расположенных на перпендикулярной к направлению установившегося течения линии, в следующем виде:

$$C = V_1 - V_2 = \frac{10 (D_B - D_A)}{2\omega \cdot L \cdot \sin\varphi} \quad (2)$$

где L - расстояние между станциями А и В.

Динамическая глубина D вычисляется согласно выражению:

$$D = \int_{P_1}^{P_2} \alpha \cdot dp = \bar{\alpha} \cdot (P_2 - P_1) \quad (3)$$

где $\alpha, \bar{\alpha}$ - удельный и средний по вертикали удельный объем столба морской воды, заключенного между изобарами с разницей dp и $(P_2 - P_1)$ соответственно. Разница динамических глубин залегания одной и той же изобары в направлении, перпендикулярном течению, используется для расчета скорости установившегося течения на изобаре P_1 относительно изобары P_2 .

Если получить распределение динамических глубин относительно какой-то одной изобары (т.е. построить карту динамической топографии) для конкретного района океана или всей поверхности океана, то можно построить карту геострофических установившихся течений на разных горизонтах относительно выбранной начальной изобары.

Не останавливаясь на всех достоинствах и недостатках динамического метода, которые подробно изложены, например, в работе [1], следует отметить, что главный его недостаток заключается в относительности измерений, а выбор поверхности, где скорость $V_2 = 0$ для получения абсолютных скоростей достаточно условный. В тоже время с появлением современных автоматизированных приборов для непрерывного измерения гидрологических параметров путем зондирования, благодаря этому методу могут быть получены практически непрерывные профили бароклиновой скорости.

Сравнительная простота способа вычислений геострофических скоростей обеспечила широкую популярность динамического метода. Однако, далеко не всегда вычисленные скорости совпадают с реально измеренными непосредственно и не только потому, что исследователи допускают ряд методических ошибок при изучении и построении динамических карт района. Большая "подвижность" изобарических поверхностей под воздействием периодических течений (приливов, внутренних волн), изменения атмосферного давления, влияния трения на скорость, а также наличие инструментальных по-

грешностей измерения плотности или удельного объема, погрешностей построения регулярных сеток или восстановления поля плотности по показаниям в узлах регулярных сеток по горизонтали и вертикали - все это сказывается на достоверности динамического метода.

Оценим требования к инструментальным метрологическим характеристикам динамического метода и оптимально согласованные требования к точности измерения удельного объема α или плотности ρ (а затем солёности и температуры), гидростатического давления P , широты места φ и определения параметров пространственной регулярной сетки L .

Подставляя выражение (3) для динамической глубины в формулу (2), получим:

$$C = \frac{[\bar{\alpha}_B \cdot (P_2 - P_1)_B - \bar{\alpha}_A \cdot (P_2 - P_1)_A]}{L \cdot \sin \varphi} \cdot 6,9 \cdot 10^3, \quad (4)$$

где C - геострофическая скорость, см/с; $(P_2 - P_1)_A$, $(P_2 - P_1)_B$ - расстояние между изобарами P_2 и P_1 в децибарах, измеренное на станциях А и В соответственно; L - расстояние между станциями А и В в километрах.

Предположим, что погрешности измерения удельных объемов $\bar{\alpha}_A$, $\bar{\alpha}_B$, давления P_A и P_B , широты φ и расстояния между станциями L являются случайными, независимыми и подчиняются нормальному закону распределения. Тогда средняя квадратическая погрешность расчета скорости $\sigma(c)$ будет равна:

$$\sigma(c) = \{ [\partial c / \partial \bar{\alpha}_A \cdot \sigma(\bar{\alpha}_A)]^2 + [\partial c / \partial \bar{\alpha}_B \cdot \sigma(\bar{\alpha}_B)]^2 + [\partial c / \partial (P_2 - P_1)_A \cdot \sigma(P_2 - P_1)_A]^2 + [\partial c / \partial (P_2 - P_1)_B \cdot \sigma(P_2 - P_1)_B]^2 + [\partial c / \partial L \cdot \sigma(L)]^2 + [\partial c / \partial \varphi \cdot \sigma(\varphi)]^2 \}^{1/2} \quad (5)$$

$$\text{где: } \frac{\partial(c)}{\partial \bar{\alpha}_A} = - \frac{(P_2 - P_1)_A}{L \cdot \sin \varphi} \cdot 6,9 \cdot 10^3 = K(\bar{\alpha}_A); \quad (6)$$

$$\frac{\partial(c)}{\partial \bar{\alpha}_B} = - \frac{(P_2 - P_1)_B}{L \cdot \sin \varphi} \cdot 6,9 \cdot 10^3 = K(\bar{\alpha}_B); \quad (7)$$

$$\frac{\partial(c)}{\partial (P_2 - P_1)_A} = - \frac{\bar{\alpha}_A}{L \cdot \sin \varphi} \cdot 6,9 \cdot 10^3 = K(P_A); \quad (8)$$

$$\frac{\partial(c)}{\partial (P_2 - P_1)_B} = - \frac{\bar{\alpha}_B}{L \cdot \sin \varphi} \cdot 6,9 \cdot 10^3 = K(P_B); \quad (9)$$

$$\frac{\partial(c)}{\partial L} = c \cdot \frac{1}{L} = K(L); \quad (10)$$

$$\frac{\partial(c)}{\partial \varphi} = - \frac{1}{\text{tg } \varphi} = K(\varphi), \quad (11)$$

где: $\sigma(\bar{\alpha}_A)$; $\sigma(\bar{\alpha}_B)$; $\sigma(P_2 - P_1)_A$; $\sigma(P_2 - P_1)_B$; $\sigma(L)$; $\sigma(\varphi)$ - средние квадратические погрешности измерения удельного объема, разности давления в точках А и В, расстояния между станциями и широты места.

Предполагая далее, что измерения удельного объема и разности давления, производимые на станциях А, В и всех остальных узлах сетки, являются равноточными, получим:

$$\sigma(c) = \{ 2 [K(\bar{\alpha}) \cdot \sigma(\bar{\alpha})]^2 + 2 [K(P) \cdot \sigma(P_2 - P_1)]^2 + [K(L) \cdot \sigma(L)]^2 + [K(\varphi) \cdot \sigma(\varphi)]^2 \}^{1/2} \quad (12)$$

Выражение (12), с одной стороны, позволяет оценить погрешность вычисления установившейся бароклининой скорости течения, если известны все составляющие этой погрешности, и, с другой стороны, позволяет оценить допустимые величины составляющих погрешностей по известной или наперед заданной суммарной погрешности.

В настоящее время еще не установлено определенно, с какой допустимой погрешностью необходимо знать среднюю установившуюся скорость циркуляции водных масс. Как правило, эта величина определяется исходя из поставленных задач конкретных исследований и чаще всего определяется изменчивостью течений в силу

воздействия неустановившихся процессов, а также интервалами временных и пространственных осреднений. Монин и др. [3] оценивают значение средней скорости квазистационарной циркуляции всех водных масс Мирового океана в $V = 3,5$ см/с, в то время как скорости течений в отдельных районах Мирового океана достигают 100÷190 см/с в поверхностных водах и 0,1÷1 см/с в глубинных.

В связи с этим за минимальную величину средней квадратической погрешности определения установившейся геострофической скорости течения имеет смысл взять величину максимальной или средней скорости течения в глубинных водах, т.е. $\sigma(c) = 1$ см/с.

Предполагая, что все составляющие погрешности независимы и предварительно задавая условием их равенства друг другу, из (12) получим:

$$\sigma(\bar{\alpha}) = 5,12 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{L}{P_2 - P_1} \cdot \sin \varphi \cdot \sigma(c) \quad (13a)$$

$$\sigma(P_2 - P_1) = 5,12 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{L}{\alpha} \cdot \sin \varphi \cdot \sigma(c) \quad (13б)$$

$$\sigma(L) = 0,27 \cdot \frac{L}{c} \cdot \sigma(c) \quad (13в)$$

$$\sigma(\varphi) = 0,27 \cdot \frac{\text{tg } \varphi}{c} \cdot \sigma(c) \quad (13г)$$

В таблицах 1÷4 представлены допустимые средние квадратические погрешности измерения среднего удельного объема, разности гидростатического давления, расстояния между станциями (шага сетки) и широты места, обеспечивающие вычисление геострофической скорости с суммарной средней квадратической погрешностью $\sigma(c) = 1$ см/с.

Средние квадратические погрешности измерения давления P_2 и P_1 в слу-

чае их независимости могут быть оценены по соотношению

$$\sigma(P_2) = \sigma(P_1) = \sigma(P) = \frac{\sigma(P_2 - P_1)}{\sqrt{2}}$$

по данным табл. 4.

Пользуясь уравнением состояния морской воды $\bar{\rho} = 1/\bar{\alpha} = f(S, t, P)$, требования к допустимой погрешности измерения удельного объема можно распространить на точность измерения солёности, температуры и гидростатического давления. При этом предположим, что погрешности измерения этих параметров независимы и подчиняются нормальному закону распределения. Тогда можно написать

$$\sigma^2(\bar{\alpha}) = \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial S} \cdot \sigma(S) \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial t} \cdot \sigma(t) \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial P} \cdot \sigma(P) \right)^2 \quad (14)$$

где $\partial \bar{\alpha} / \partial S$, $\partial \bar{\alpha} / \partial t$, $\partial \bar{\alpha} / \partial P$ - частные производные удельного объема по солёности, температуре, давлению; $\sigma(S)$, $\sigma(t)$, $\sigma(P)$ - средние квадратические погрешности по солёности, температуре, давлению.

Задавая условием $(\partial \bar{\alpha} / \partial S) \cdot \sigma(S) = (\partial \bar{\alpha} / \partial t) \cdot \sigma(t) = (\partial \bar{\alpha} / \partial P) \cdot \sigma(P)$, получим

$$\sigma(S) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\partial \bar{\alpha} / \partial S} \cdot \sigma(\bar{\alpha}) \quad (15)$$

$$\sigma(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\partial \bar{\alpha} / \partial t} \cdot \sigma(\bar{\alpha}) \quad (16)$$

$$\sigma(P) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\partial \bar{\alpha} / \partial P} \cdot \sigma(\bar{\alpha}) \quad (17)$$

Требования допустимой погрешности измерения давления предъявляются исходя из двух условий: во-первых, как параметру, по которому оценивается глубина, во-вторых, как параметру, непосредственно оказывающему влияние на плотность в

Таблица 1

Допустимая относительная средняя квадратическая погрешность косвенного измерения среднего удельного объема $\sigma(\bar{\alpha}) \cdot 10^5$ для вычисления геострофической скорости течений с суммарной средней квадратической погрешностью $\sigma(c) = 1 \text{ см/с}$

P ₂ - P ₁ дбар	φ, град	L, километры				
		20	60	100	400	800
50	6	0.214	0.642	1.070	4.281	8.563
	20	0.700	2.101	3.502	14.009	28.018
	60	1.774	5.321	8.868	35.472	70.945
	40	1.316	3.949	6.582	26.329	52.657
200	6	0.054	0.161	0.268	1.070	2.141
	20	0.175	0.525	0.876	3.502	7.005
	40	0.329	0.987	1.646	6.582	13.164
	60	0.443	1.330	2.217	8.868	17.736
600	6	0.018	0.054	0.089	0.357	0.714
	20	0.058	0.175	0.292	1.167	2.335
	40	0.110	0.329	0.549	2.194	4.388
	60	0.148	0.443	0.739	2.956	5.912
1000	6	0.011	0.032	0.054	0.214	0.428
	20	0.035	0.105	0.175	0.700	1.401
	40	0.066	0.197	0.329	1.316	2.633
	60	0.089	0.266	0.443	1.774	3.547
2000	6	0.005	0.016	0.027	0.107	0.214
	20	0.018	0.053	0.088	0.350	0.700
	40	0.033	0.099	0.165	0.658	1.316
	60	0.044	0.133	0.222	0.887	1.774
4000	6	0.003	0.008	0.013	0.054	0.107
	20	0.009	0.026	0.044	0.175	0.350
	40	0.016	0.049	0.082	0.329	0.658
	60	0.022	0.067	0.111	0.443	0.887
6000	6	0.002	0.005	0.009	0.036	0.071
	20	0.006	0.018	0.029	0.117	0.233
	40	0.011	0.033	0.055	0.219	0.439
	60	0.015	0.044	0.074	0.296	0.591

Таблица 2

Допустимые средние квадратические погрешности определения расстояния в километрах между станциями (шаг сетки) для случая вычисления геострофической скорости с суммарной средней квадратической погрешностью $\sigma(c) = 1 \text{ см/с}$; $\sigma(L)$, км

С, см/с	Ф, угловые градусы	L, километры				
		20	60	100	400	800
1	6	0.564	1.693	2.822	11.289	22.578
	20	1.847	5.541	9.234	36.938	73.876
	40	3.471	10.413	17.355	69.420	138.840
	60	4.677	14.029	23.383	93.530	187.060
	80	5.318	15.954	26.590	106.360	212.720
10	6	0.056	0.169	0.282	1.129	2.258
	20	0.185	0.554	0.923	3.694	7.388
	40	0.347	1.041	1.736	6.942	13.884
	60	0.468	1.403	2.338	9.353	18.706
	80	0.532	1.595	2.659	10.636	21.272
20	6	0.028	0.085	0.141	0.564	1.129
	20	0.092	0.277	0.462	1.847	3.694
	40	0.174	0.521	0.868	3.471	6.942
	60	0.234	0.701	1.169	4.677	9.353
	80	0.266	0.798	1.329	5.318	10.636
60	6	0.009	0.028	0.047	0.188	0.376
	20	0.031	0.092	0.154	0.616	1.231
	40	0.058	0.174	0.289	1.157	2.314
	60	0.078	0.234	0.390	1.559	3.118
	80	0.089	0.266	0.443	1.773	3.545
100	6	0.006	0.017	0.028	0.113	0.226
	20	0.018	0.055	0.092	0.369	0.739
	40	0.035	0.104	0.174	0.694	1.388
	60	0.047	0.140	0.234	0.935	1.871
	80	0.053	0.160	0.266	1.064	2.127
200	6	0.003	0.008	0.014	0.056	0.113
	20	0.009	0.028	0.046	0.185	0.369
	40	0.017	0.052	0.087	0.347	0.694
	60	0.023	0.070	0.117	0.468	0.935
	80	0.027	0.080	0.133	0.532	1.064

Таблица 3

Допустимые средние квадратические погрешности определения широты места $\sigma(\varphi)$ в угл. градусах для случая вычисления геострофической скорости с суммарной случайной погрешностью $\sigma(c) = 1 \text{ см/с}$

Ф, угл. градусы	С, см/с								
	1	10	20	40	60	80	100	150	200
6	0.0526	0.0053	0.0026	0.0013	0.0009	0.0007	0.0005	0.0004	0.0003
20	0.1820	0.0182	0.0091	0.0045	0.0030	0.0023	0.0018	0.0012	0.0009
40	0.4196	0.0420	0.0210	0.0105	0.0070	0.0052	0.0042	0.0028	0.0021
60	0.8660	0.0866	0.0433	0.0217	0.0144	0.0108	0.0087	0.0058	0.0043
80	2.8356	0.2836	0.1418	0.0709	0.0473	0.0354	0.0284	0.0189	0.0142

Таблица 4

Допустимая средняя квадратическая погрешность определения разности давления $\sigma(P_2 - P_1)$ в дбар для случая вычисления геострофической скорости с суммарной случайной погрешностью $\sigma(c) = 1 \text{ см/с}$

Ф, град	L, километры									
	10	20	40	60	80	100	200	400	600	800
6,0	0,05	0,11	0,21	0,32	0,43	0,53	1,07	2,14	3,21	4,28
20,0	0,11	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	3,50	7,0	10,51	14,0
40,0	0,33	0,66	1,32	1,97	2,63	3,30	6,58	13,16	19,75	26,30
60,0	0,44	0,89	1,77	2,66	3,55	4,43	8,87	20,17	26,60	35,47

силу сжимаемости воды. Зависимость удельного объема от давления выражается нелинейной функцией и подвержена влиянию температуры, солености и может быть оценена по среднему коэффициенту сжимаемости $\partial\alpha/\partial P \approx \mu = (39 \div 52) \cdot 10^{-7}$ дбар⁻¹ = $(39 \div 52) \cdot 10^{-8}$ КПа⁻¹ для реальных сочетаний значений температуры, солености и глубины всего Мирового океана. Значения $\partial\alpha/\partial S$ и $\partial\alpha/\partial T$ могут быть вычислены либо по уравнению состояния, либо по океанографическим таблицам и по данным табл. 1 могут быть вычислены допустимые средние квадратические погрешности измерения солености $\sigma(S)$, температуры $\sigma(t)$ и давления $\sigma(P)$ для конкретных условий вычисления геострофической скорости со средней квадратической погрешностью $\sigma(C) = 1$ см/с. Для

перевода относительной безразмерной погрешности $\sigma(\bar{\alpha})$, указанной в табл. 1, в абсолютную среднеквадратическую погрешность необходимо значения $\sigma(\bar{\alpha})$ умножить на $0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Л и т е р а т у р а

1. Зубов Н.Н., Мамаев О.И. Динамический метод вычисления элементов морских течений. Гидрометеиздат, 1956.
2. Дитрих Г. Общая океанография. Издательство иностранной литературы. Москва, 1962.
3. Монин А.С., Каменкович В.М., Корт В.Г. Изменчивость Мирового океана. Гидрометеиздат, Ленинград, 1974.