

# ДИФФУЗИЯ ТРЕХМЕРНОГО ПЯТНА ПРИМЕСИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛУСУТОЧНОГО ПРИЛИВА

Иванча Е.В., Черкесов Л.В.

Морской гидрофизический институт  
НАН Украины

Процесс распространения загрязняющих веществ в океане происходит за счет их переноса водными массами и диффузии, обусловленной пульсациями жидкости. В данной работе представлена трехмерная модель переноса-диффузии облака примеси в поле полусуточного баротропного прилива.

1. Математическая постановка задачи. Пусть  $\phi(x,y,z,t)$  - интенсивность субстанции, распространяющейся в жидкости. Решение задачи определяется в цилиндрической области  $G$  с поверхностью  $S$ , состоящей из боковой поверхности  $\Sigma$ , нижнего основания  $\Sigma_{\text{н}}$  (при  $z = -H$ ) и верхнего основания  $\Sigma_0$  (при  $z = 0$ ), ось  $z$  направлена вертикально вверх, плоскость  $z = 0$  совпадает с невозмущенной свободной поверхностью. Вектор скорости частиц жидкости выглядит следующим образом:

$\vec{U} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k}$  (где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - единичные векторы в направлении осей  $x, y, z$  соответственно),  $u, v, w$  предполагаются известными из решения гидродинамической задачи.

Для описания процесса переноса - диффузии примеси в океане используется диффузионное приближение уравнения распространения субстанции [1]. Суть диффузионного приближения состоит в том, что осредненные флюктуационные движения как жидкости, так и потока примеси интерпретируются как диффузия на фоне осредненного движения

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{U} \phi = \mu \Delta \phi + \nu \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}.$$

Здесь  $\Delta \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}$ ;  $\mu \geq 0$ ,

$\nu \geq 0$  - соответственно горизонтальный и вертикальный коэффициенты турбулентной диффузии, они определяются экспериментально. Кроме того, необходимо выполнение закона сохранения массы, выраженного уравнением неразрывности:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

задание начальных данных:

$$\bar{\phi} = \bar{\phi}_0 \text{ при } t = 0$$

и граничных условий:

$$\phi = \phi_S \text{ на } \Sigma,$$

$$\phi = 0 \text{ на } \Sigma_0,$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ на } \Sigma_{\text{н}}.$$

2. Метод решения. Решение проводится расщеплением по физическим процессам [2] с последующим по-

компонентным расщеплением. Таким образом, исходная задача сводится к системе простейших одномерных разностных уравнений, которые решаются методом прогонки трехточечных разностных уравнений.

3. Численный эксперимент. С помощью представленной модели были проведены численные эксперименты по исследованию трансформации облака пассивной примеси в поле приливных баротропных волн.

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: шаг сетки по горизонтали  $\Delta x = \Delta y = 100$  м, шаг сетки по вертикали  $\Delta z = 10$  м, период приливной волны  $T = 12.4$  ч,  $\tau = T/50$  ( $\tau$  - шаг по времени), географическая широта  $\phi = 25^\circ$  с.ш., амплитуда прилива  $A = 0.5$  м, глубина бассейна  $H = 200$  м. Распределение примеси в начальный момент времени задавалось в виде

$$\Phi(x, y, z, 0) = \begin{cases} 1-r & \text{при } r \leq 1, \\ 0 & \text{при } r > 1, \end{cases}$$

где

$$r = \left( \frac{x-x_0}{r_x} \right)^2 + \left( \frac{y-y_0}{r_y} \right)^2 + \left( \frac{z-z_0}{r_z} \right)^2,$$

$r_x, r_y, r_z$  - полуоси соответствующих центральных сечений,  $(x_0, y_0, z_0)$  - координаты точки максимума концентрации при  $t = 0$ . В рассматриваемом случае  $x_0 = K\Delta x/2, y_0 = -L\Delta y/2, z_0 = M\Delta z/2, r_x = r_y = 4\Delta x, r_z = 4\Delta z$ . Чис-

ленные эксперименты проводились при следующих значениях коэффициентов турбулентной диффузии  $\mu = 1 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $v = 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$  [1].

3.1 Оценим влияние волновых движений жидкости на диффузию облака пассивной субстанции. Одна из наиболее информативных характеристик динамики облака примеси - изменение со временем максимума концентрации:

$$\Phi(t) = \max_{x,y,z} \Phi(x, y, z, t) / \max_{x,y,z} \Phi(x, y, z, 0),$$

$\max_{x,y,z} \Phi(x, y, z, 0) = 1$ . Поведение функции  $\Phi(t)$  рассматривается для случая отсутствия волновых скоростей (так называемая "чистая" диффузия) и для случая совместного действия турбулентной диффузии и баротропного прилива. Как выяснилось, в обоих случаях функция  $\Phi(t)$  свойственно резкое убывание в течение первого периода (первых 12 часов). При  $t = T$  ( $T = 12.4$  - период волны)  $\Phi(T) = 0.35$ ,

что составляет 35% от  $\Phi(0)$ . На этом же этапе ( $0 \leq t \leq T$ ) заметны небольшие, в пределах 5%, отличия: наличие волн приводит к ускорению процесса падения максимума концентрации в пятне. В дальнейшем скорость падения  $\Phi(t)$  уменьшается и функция достигает выбранного предельного значения  $\tilde{\Phi}(0)/10 = 0.1$  за время, равное  $3.2T$ , для обоих случаев.

3.2 Следующая характеристика трансформации трехмерного пятна примеси - изменение со временем его объема  $V(t)$ . Под объемом пятна подразумевается объем фигуры, ограниченной изоповерхностью, на которой концентрация примеси равна 0.1. Исследуется поведение функции  $V(t)$ , нормированной на величину объема пятна в начальный момент времени  $\tilde{V}(t) = V(t)/V(0)$  ( $V(0) = 1.4 \times 10^7 \text{ м}^3$ ). Оказалось, что за первый период объем пятна возрастает более чем в полтора раза по сравнению с  $V(0)$ . При этом действие прилива приводит к ускоренному росту объема. Так, при  $t=T/2$   $\tilde{V}(0.5T) = 1.72$  в случае воздействия прилива и  $\tilde{V}(0.5T) = 1.5$  для случая "чистой диффузии", т.е. количественные различия достигают 22%. Далее, в каждом из рассмотренных случаев функция достигает своего максимального значения :  $\max \tilde{V} = \tilde{V}(0.8T) = 1.64$  при отсутствии прилива и  $\max \tilde{V} = \tilde{V}(0.5T) = 1.72$  при его наличии. Следовательно, воздействие волн незначительно, в пределах 8%, увеличивает максимально возможный объем пятна примеси. На стадии убывания после первого периода различия не превышают 7%.

Итак, используемая модель позволяет в деталях наблюдать за процессом диффузии трехмерного пятна

примеси, а также его трансформацию и перемещение под действием приливных волн. Как следует из анализа численных расчетов, распределение характеристик поля пассивной примеси при учете действия прилива имеет особенности по сравнению со случаем "чистой" диффузии. Так, наличие волн приводит к более быстрому уменьшению максимума концентрации (различие достигает 5%). Отличия в поведении такой характеристики, как изменение со временем объема пятна примеси, более существенны - до 22%. Дополнительное действие волнения на диффундирующее облако субстанции приводит к значительному горизонтальному смещению облака от его начального положения. В связи с этим существенно (в 4.2 раза вдоль оси  $x$ , в 2.1 раза вдоль оси  $y$ ) увеличивается область возможного загрязнения морской среды.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Озмидов Р.В. Диффузия примеси в океане. - Л.: Гидрометеоиздат, 1986.-280 с.
2. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.- М.: Наука, 1982.- 320 с.