ОЦЕНКА СПЕКТРОВ СОБСТВЕННЫХ ШУМОВ КАНАЛОВ И СИГНАЛА ПРИ ГРУППОВЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Бабий В.И.
Морской гидрофизический институт НАН Украины
99000 Севастополь,ул.Капитанская,2
E-mail:ocean@alpha.mhi.iuf.net

Будем рассматривать групповые измерения как разновидность совокупных измерений однородных величин, а групповой измеритель как совокупность однотипных или разнотипных средств измерений (СИ), применяемых как единое целое. При этом объединенная структура может выполнять новые функции, не свойственные составляющим ее индивидуальным СИ.

Пусть групповой измеритель, структурная схема которого изображена на рис.1, состоит из n одиночных СИ (измерительных каналов), на входы которых одновременно воздействует измеряемая величина x(t), а на выходах имеем исправленные результаты измерений $x_i(t)$, представляющие собой ряды равноточных или неравноточных отсчетов, где t - время. Одиночные СИ, входящие в состав группового СИ, могут осуществлять, как прямые, так и косвенные измерения величины x(t) и быть в свою очередь также многоканальными, например, при косвенных (CTD) и прямых измерениях скорости звука. Выходы одиночных СИ соединены с вычислительным устройством (ВУ), которое проводит математическую обработку измерительной информации с целью получения восстановленных значений величины x(t) и оценок погрешности ее измерения. Возможны различные методы обработки этой информации: простейшее осреднение, оптимальная фильтрация, корреляционные методы и т.п. Ниже рассмотрен спектральный метод обработки и показана возможность оценки индивидуальных спектров собственной инструментальной погрешности каждого канала группового СИ в процессе измерений.

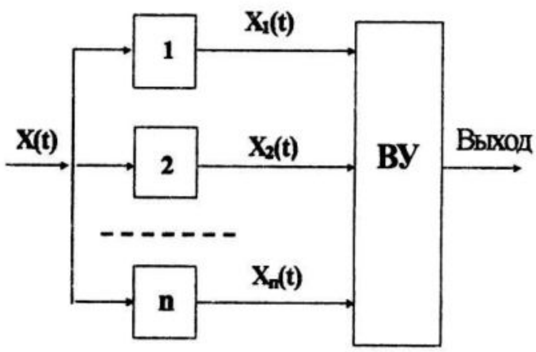

Рис.1. Структурная схема группового измерителя.
1,2,...,n - измерительные каналы;
ВУ - вычислительное устройство.

В качестве оценки измеряемой величины на выходе группового СИ при неравноточных отсчетах $x_i(t)$ принимают среднее взвешенное по ансамблю:

$$< x(t) >= \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i \cdot x_i(t)}{\sum_{i=1}^{n} a_i}, \qquad (1)$$

где a_i - веса, которые выбирают обратнопропорциональными выборочным дисперсиям.

В случае равноточных отсчетов (идентичных измерительных каналов) выражение (1) переходит в

$$< x(t) >= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i(t). \qquad (2)$$

Предположим, что на выходе каждого измерительного канала имеем аддитивную смесь сигнала и шума

$$x_i(t) = x(t) + \xi_i(t), \qquad (3)$$

где $x(t) = \overline{x(t)} + x'(t)$, $\overline{x(t)}$ - среднее значение и $x'(t)$ - флуктуации сигнала (отклонения от среднего), $\xi_i(t)$ - инструментальный (собственный) шум i-ого канала; черта сверху означает осреднение по времени. Здесь $\overline{x'(t)} = 0$; $\overline{[x'(t)]^2} = \sigma_x^2$; $\overline{\xi_i(t)} = 0$; $\overline{\xi_i^2(t)} = \sigma_{\xi_i}^2$ - средние значения и дисперсии флуктуаций сигнала и шумов, которые подлежат экспериментальной оценке.

Метод групповых измерений основан на предположении статистической независимости собственных шумов (погрешностей) измерительных каналов, образующих групповое СИ, как друг от друга, так и от входного воздействия (сигнала), т.е. $\overline{\xi_i(t) \cdot \xi_j(t)} = 0$ при $i \neq j$ и $\overline{\xi_i(t) \cdot x'(t)} = 0$. Поэтому при групповых измерениях n независимыми каналами мощность суммарного сигнала увеличивается в n^2 раз, а мощность шума в n раз - как для когерентных и некогерентных составляющих. В результате отношение мощностей сигнал/шум на выходе группового СИ в единичном отсчете увеличивается в n раз, а выигрыш в точности (отношение амплитуд сигнал/шум) в $\sqrt{n}$ по сравнению с одним каналом.

В силу статистической независимости слагаемых в (3) спектральные плотности мощности сигнала $S_x(f)$ и шума $S_{\xi_i}(f)$, также как и их дисперсии, на выходах измерительных каналов суммируются энергетически:

$$S_i(f) = S_x(f) + S_{\xi_i}(f), \qquad (4)$$

$$\sigma_i^2 = \int_{f_1}^{f_2} S_i(f)df = \sigma_x^2 + \sigma_{\xi_i}^2, \qquad (5)$$

где f - частота; f_1 и f_2 - нижняя и верхняя границы спектра (определяются продолжительностью наблюдений и частотой отсчетов при дискретизации).

Покажем, что в выражении (4) можно определить раздельно слагаемые $S_x(f)$ и $S_{\xi_i}(f)$. Для этого образуем ряды разностей синхронных отсчетов на выходах измерительных каналов:

$$\Delta x_{ij}(t) = x_i(t) - x_j(t) = \xi_i(t) - \xi_j(t), \qquad (6)$$

где $1 \le i \le n$, $1 \le j \le n$, $i \neq j$. Наибольшее число рядов разностей равно числу сочетаний из n по 2.

Дисперсии разностных рядов (6) с учетом их статистической независимости имеют вид

$$\sigma_{\Delta_{ij}}^2 = \overline{[\xi_i(t) - \xi_j(t)]^2} = \\ = \overline{\xi_i^2(t)} - 2\overline{\xi_i(t) \cdot \xi_j(t)} + \overline{\xi_j^2(t)} = \\ = \sigma_{\xi_i}^2 + \sigma_{\xi_j}^2 \qquad (7)$$

Известно, что энергетический спектр суммы (разности) двух статистически независимых случайных процессов $\xi_i(t)$ и $\xi_j(t)$ равен сумме энергетических спектров этих процессов [1]. Соответственно, индивидуальные спектры инструментальной погрешности каждого канала группового СИ связаны системой неоднородных линейных алгебраических уравнений:

$$S_{\Delta ij}(f) = S_{\xi_i}(f) + S_{\xi_j}(f), \qquad (8)$$

где $S_{\Delta ij}(f)$ - спектры рядов разностей (6).

Например, для n=3 запишем

$$S_{\Delta 12}(f) = S_{\xi_1}(f) + S_{\xi_2}(f)$$
$$S_{\Delta 13}(f) = S_{\xi_1}(f) + S_{\xi_3}(f) \qquad (9)$$
$$S_{\Delta 23}(f) = S_{\xi_2}(f) + S_{\xi_3}(f).$$

Откуда находим индивидуальные спектры собственных случайных погрешностей всех трех каналов

$$S_{\xi_1}(f) = \frac{1}{2}[S_{\Delta 12}(f) + S_{\Delta 13}(f) - S_{\Delta 23}(f)]$$
$$S_{\xi_2}(f) = \frac{1}{2}[S_{\Delta 12}(f) + S_{\Delta 23}(f) - S_{\Delta 13}(f)]$$
$$S_{\xi_3}(f) = \frac{1}{2}[S_{\Delta 13}(f) + S_{\Delta 23}(f) - S_{\Delta 12}(f)] \qquad (10)$$

Восстановленные спектры сигнала (без спектров шумов) на выходе каждого канала получим из (4) и (10) в виде

$$S_x(f)=S_i(f)-S_{\xi_i}(f), \quad i=1,2,3, \tag{11}$$

а восстановленный результирующий (т.е. осредненный по ансамблю) спектр сигнала будет

$$<S_x(f)>=\frac{1}{3}[S_1(f)+S_2(f)+S_3(f)]-$$

$$-\frac{1}{6}[S_{\Delta 12}(f)+S_{\Delta 13}(f)+S_{\Delta 23}(f)], \tag{12}$$

где все спектры в правой части равенства рассчитываем по реализациям $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ и их разностям. Подобным же способом находим индивидуальные спектры собственных шумов и сигналов на выходах всех измерительных каналов при n>3.

Рассмотрим случай n=2. Это минимальное число каналов в групповом СИ. Разностный ряд (6) всего один и по нему возможна только оценка сверху спектров собственных шумов каналов. Чтобы определить индивидуальные спектры $S_{\xi 1}(f)$ и $S_{\xi 2}(f)$ составим систему уравнений, привлекая кроме спектра разности $S_{\Delta 12}(f)$ еще и автоспектры $S_1(f)$, $S_2(f)$ реализаций $x_1(t)$ и $x_2(t)$,

$$\begin{aligned} S_1(f) &= S_x(f) + S_{\xi_1}(f) \\ S_2(f) &= S_x(f) + S_{\xi_2}(f) \\ S_{\Delta 12}(f) &= S_{\xi_1}(f) + S_{\xi_2}(f), \end{aligned} \tag{13}$$

откуда следует

$$\begin{aligned} S_{\xi_1}(f) &= \frac{1}{2}\left[S_1(f)+S_{\Delta 12}(f)-S_2(f)\right] \\ S_{\xi_2}(f) &= \frac{1}{2}\left[S_2(f)+S_{\Delta 12}(f)-S_1(f)\right] \\ <S_x(f)> &= \frac{1}{2}\left[S_1(f)+S_2(f)-S_{\Delta 12}(f)\right], \end{aligned} \tag{14}$$

где $<S_x(f)>$ - восстановленный результирующий спектр сигнала на выходе группового СИ при n=2.

В общем случае (при n>1) восстановленный результирующий спектр сигнала на выходе группового СИ имеет вид

$$<S_x(f)>=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[S_i(f)-S_{\xi_i}(f)\right], \tag{15}$$

где

$$<S_\xi(f)>=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}S_{\xi_i}(f) \tag{16}$$

есть результирующий спектр собственных шумов группового измерителя.

Зависимости, аналогичные (8)-(16), согласно (5) получаем также для дисперсий, например, сигнала

$$<\sigma_x^2>=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\sigma_i^2-\sigma_{\xi_i}^2\right] \tag{17}$$

и собственных шумов каналов

$$\sigma_{\xi_i}^2=\sigma_i^2-<\sigma_x^2>.$$

По выборочным дисперсиям шумов $\sigma_{\xi_i}^2$ определяем веса в (1). Заметим, что спектральные зависимости (8)-(16) посредством Фурье-пребразований трансформируются в корреляционные и структурные функции, например, для сигнала:

$$<B_x(\tau)>=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[B_i(\tau)-B_{\xi_i}(\tau)\right], \tag{18}$$

$$<D_x(\tau)>=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[D_i(\tau)-D_{\xi_i}(\tau)\right]. \tag{19}$$

Выражения (12),(15)-(17) соответствуют варианту математической обработки информации в ВУ, когда сначала вычисляем статистические характеристики, например, спектры реализаций $x_i(t)$ для каждого канала, а затем их суммируем и вводим поправки на собственные шумы. При таком методе обработки не используется свойство когерентности сигнала и не получается соответствующий выигрыш в точности (отношении сигнал/шум).

Другой вариант обработки информации (причем более простой) заключается в том, что сначала реализации

$x_i(t)$ суммируем, а затем находим статистические характеристики, например, спектр этой суммы:

$$S_\Sigma(f) = n^2 \cdot S_x(f) + \sum_{i=1}^{n} S_{\xi_i}(f), \quad (20)$$

откуда следует

$$\widetilde{S}_x(f) = \frac{1}{n^2} \cdot [S_\Sigma(f) - \sum_{i=1}^{n} S_{\xi_i}(f)]. \quad (21)$$

В отличие от (16) обобщенный спектр собственных шумов, приведенных ко входу группового СИ, в случае суммирования рядов $x_i(t)$ имеет вид:

$$S_{\xi\Sigma}(f) = \frac{1}{n^2} \cdot \sum_{i=1}^{n} S_{\xi_i}(f), \quad (22)$$

а частотная зависимость (спектр) отношения мощности сигнал/шум будет:

$$F(f) = \frac{\widetilde{S}_x(f)}{S_{\xi\Sigma}(f)} = \frac{n^2 \widetilde{S}_x(f)}{\sum_{i=1}^{n} S_{\xi_i}(f)}, \quad (23)$$

т.е. получаем выигрыш в n раз.

Абсолютная погрешность измерения групповым СИ есть

$$\Delta X(t) = \langle X(t) \rangle - X(t), \quad (24)$$

дисперсия этой погрешности

$$\overline{\left[\Delta X(t)\right]^2} = \sigma^2_{\xi\Sigma} = \int_{f_1}^{f_2} S_{\xi\Sigma}(f) df, \quad (25)$$

соответственно, точность группового СИ будет

$$A = \frac{X(t)}{\sigma_{\xi\Sigma}} \approx \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i(t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma^2_{\xi_i}}}, \quad (26)$$

и получаем выигрыш точности $\sqrt{n}$.

Выражения (21)-(23) характеризуют предельную разрешающую способность и точность группового СИ при исследовании спектров случайных процессов. На практике погрешность оценки спектральных плотностей определяется еще и выборочными флуктуациями и погрешностями перекрытия спектров. Эти обстоятельства надо учитывать, в частности, при частотной коррекции и динамических измерениях. Из выражений (11),(15),(21) следует, что восстановленные на выходах каналов и на выходе группового измерителя спектры сигналов (а также их дисперсии, корреляционные и структурные функции) инвариантны к собственным случайным шумам с точностью, определяемой выборочными флуктуациями. Таким образом групповой измеритель позволяет на основе принципа многоканальности реализовать структурно-алгоритмический метод достижения инвариантности этих статистических характеристик по отношению к собственным шумам каналов (которые можно условно отнести к внутренним влияющим факторам) наряду с их инвариантностью к внешним влияющим факторам [2].

За счет структурной и информационной избыточности групповые СИ могут повысить надежность и точность результатов в случае, когда исчерпаны дальнейшие возможности совершенствования индивидуальных СИ.

При разработке групповых СИ на базе встроенных микропроцессоров возможно совмещение функций предварительной математической обработки информации индивидуальных каналов и совместной обработки. При этом основные потоки измерительной информации будут протекать в самом групповом СИ, тогда как на его выходе поток информации практически не увеличится.

Минимизировать усложнение аппаратуры можно, оставляя в составе каждого измерительного канала только элементы и узлы, ответственные за прогрессирующую погрешность (например, первичные измерительные преобразователи), а промежуточные измерительные преобразователи и встроенные меры, как более стабильные узлы, могут быть общими.

Преимущество групповых СИ по сравнению с одиночными состоит в существенном снижении требований к постоянству испытательного сигнала при измерении спектров собственных шумов каналов. Более того, для группового СИ случайная компонента входного сигнала полезна, поскольку при $\sigma_x^2 > \sigma_{\xi_i}^2$ естественным образом происходит внешняя рандомизация, при которой в погрешности каналов и в результирующую погрешность СИ (и в ее спектр) войдут шумовые составляющие от гистерезиса и квантования, что отвечает реальным условиям измерений.

Главное достоинство групповых СИ заключается в принципиальной возможности одновременно с проведением измерений осуществлять непрерывный текущий контроль собственных инструментальных шумов каждого канала и измерителя в целом. Текущие индивидуальные спектры инструментальной погрешности и статистические параметры разностных рядов, характеризующие прогрессирующую (дрейфовую) составляющую погрешности каждого канала, позволяют контролировать и прогнозировать время наступления метрологического отказа, корректировать и оптимизировать межповерочные интервалы, оперативно принимая объективные решения о необходимости проведения очередной калибровки (градуировки). Поэтому в современных автоматизированных гидрофизических прецизионных измерительных комплексах для повышения метрологической надежности, качества и достоверности результатов представляется целесообразным иметь не менее трех идентичных независимых каналов каждой прямо измеряемой величины. Примером такого технического решения может служить групповой (n=3) измеритель гидростатического давления (глубины) в перспективном гидрологическом зонде ИСТОК-8 [3,4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Заездный А.М. Основы расчетов по статистической радиотехнике. -М.: Связь, 1969.-447 с.

2. Бабий В.И. Принципы построения инвариантных гидрофизических измерителей скорости звука. - В кн.: Системы контроля окружающей среды. Сб. научных трудов.-Севастополь, 1999. с. 70-79.

3. Бабий В.И., Бабий М.В. Измеритель гидростатического давления с алгоритмической термокомпенсацией. - Морское и экологическое приборостроение. Международный научно-технический семинар. Сб. трудов.-Севастополь,1995. с.18.

4. СТД - зонд гидрологический ИСТОК-8. Эскизный проект. Технический проект. Рт1.570.057 ПЗ. Севастополь, 1992.