

СПЕКТРАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ОСНОВНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ

Бабий В.И.

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
99000 Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: ocean@alfa.mhi.iuf.net

Представим общую математическую модель гидрофизического средства измерений (СИ) совокупностью отдельных черных ящиков, формально описывающих функционально законченные блоки (узлы): первичные и промежуточные измерительные преобразователи, встроенные меры ограниченной точности, кодеры и декодеры, линии связи и т.п. Эти черные ящики имеют свои входы и выходы и объединены между собой в единое СИ в соответствии с его структурной схемой (так называемые К-сети).

Пусть СИ имеет n таких функциональных блоков. Тогда статистические свойства погрешности СИ характеризует квадратная (n,n) спектральная матрица

$$\|S_{ij}(f)\|, \quad (1)$$

где элементы матрицы при $i=j$ есть автоспектры, а при $i \neq j$ - взаимные спектры погрешностей блоков. Полагая в нормальных условиях отсутствие корреляции между собственными случайными погрешностями разных блоков, получим спектр результирующей погрешности СИ в виде суммы элементов главной диагонали (след) матрицы (1)

$$S(f)=\text{spur}\|S_{ij}(f)\|=\sum S_i(f). \quad (2)$$

Следовательно, результирующий спектр основной погрешности СИ является суммой приведенных ко входу автоспектров основных погрешностей каждого из составляющих его блоков. Спектры $S_i(f)$ могут быть любые. Удобной моделью спектра погрешности отдельного i -ого блока СИ является его

аппроксимация суммой степенных функций

$$S_i(f) = \sum a_{ir} \cdot f^{k_r}, \quad (3)$$

где r - целые числа, k_r - показатели степени. Поскольку современные гидрофизические СИ представляют собой сложные электронно-механические устройства, им свойственны шумы, носящие универсальный характер [1-3]: молекулярные тепловые, дробовые, квантования и т.п., имеющие природу белого шума, относящиеся преимущественно к электронной части СИ, и розовый или фликкер-шум [4], обусловленный механическими узлами СИ (датчики, встроенные меры и т.п.), определяющими дрейфовую составляющую погрешности. Следовательно, можно ограничиться в (3) суммой только этих двух спектров: белого шума ($k_1=0$) и фликкер-шума ($k_2=-1$). Тогда при $a_{i1}=S_{i0}$ имеем

$$S_i(f)=S_{i0}+a_i/f. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2) получим обобщенный (результирующий) спектр основной погрешности СИ

$$S(f)=\sum_{i=1}^n S_{i0} + \frac{1}{f} \sum_{i=1}^n a_i = S_0 + \frac{a_p}{f} = S_0 \cdot (1 + \frac{f_p}{f}), \quad (5)$$

где S_0 и a_p/f - соответственно приведенные ко входу суммы спектральных плотностей мощности белого шума и фликкер-шума всех блоков СИ; f_p - частота перехода (раздела) спектра $S(f)$, на которой суммарные спектральные плотности мощности белого шума и фликкер-шума равны: $S_0 = a_p/f_p$.

Отношение $S_i(f)/S(f)$ из (4) и (5) позволяет оценить вклад каждого из составляющих СИ функциональных блоков в результирующий спектр основной погрешности. Например, в импульсном время-пролетном гидрофизическому измерителе скорости звука погрешность измерения интервалов времени в электронном блоке обусловлена преимущественно шумами квантования

(белый шум), а дрейфовая составляющая погрешности ($1/f$ -шум) - нестабильностью эффективной длины акустической базы датчика. Аналогичные особенности характерны и для каналов измерения температуры, электропроводности и гидростатического давления в гидрологических СТД-зондах.

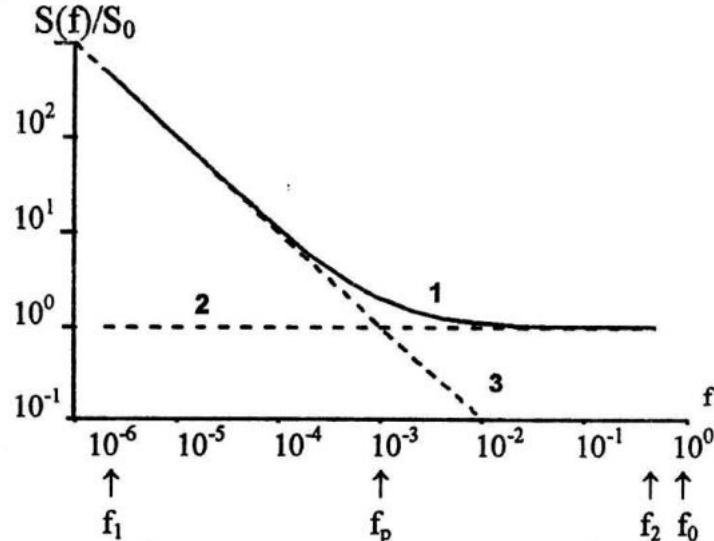


Рис.1. Нормированный спектр основной погрешности СИ (модель - 1; 2 - спектр белого шума ; 3 - спектр фликкер-шума).

В реальных СИ спектр $S(f)$ ограничен со стороны высоких частот полосой пропускания измерительного тракта (до аналого-цифрового преобразователя), имеющей частоту среза $f_2 \leq f_0/2$, где f_0 - частота отсчетов; а со стороны низких - частотой $f_1 = 1/T_N$, где T_N - продолжительность наблюдений. Введем параметр $m = f_0/f_p$. В зависимости от m в спектре может преобладать либо фликкер-шум, либо белый шум. Один из способов оценки параметров S_0 и f_p модели спектра (6) состоит в аппроксимации этой зависимостью методом наименьших квадратов экспериментально полученных спектров основной погрешности СИ. В реальных СИ частота f_p может находиться приблизительно в диапазоне от 10^{-3} до 1 Гц.

На основе достаточно общих физических соображений статическую инструментальную погрешность СИ можно представить суммой

Выражение

$$S(f) = S_0 \cdot (1 + f_p/f) \quad (6)$$

и есть спектральная модель основной погрешности СИ. Нормированный спектр $S(f)/S_0 = 1 + f_p/f$ представлен на рис.1.

$\Delta[X_0, t] = \Delta_0(X_0) + \Delta_1(X_0, t) + \Delta_2(X_0, t)$, (7)
где $\Delta_0(X_0)$ - постоянная величина, которая соответствует неисключенным остаткам систематической составляющей основной погрешности в окрестности точки X_0 шкалы; $\Delta_1(X_0, t)$ - широкополосный стационарный случайный процесс с нулевым средним (центрированный) и постоянной спектральной плотностью мощности (белый шум); $\Delta_2(X_0, t)$ - нестационарный случайный процесс со спектром мощности вида $1/f$ (розовый шум), где f - частота, который описывает прогрессирующую погрешность. Такое деление основной погрешности является условным и проводится для упрощения анализа и интерпретации. В действительности все три составляющие проявляются совместно и образуют единый нестационарный случайный процесс.

Экспериментально определяемый спектр (6) есть текущий спектр [5] слу-

чайного процесса (7), вычисленный по конечной реализации продолжительностью T_N , начало которой соответствует моменту t_0 при выпуске СИ после его метрологической аттестации. В момент t_0 последнее (третье) слагаемое в (7) равно нулю, $\Delta_2(X_0, t_0)=0$ и погрешность СИ определяется первым и вторым членами, характеристики которых сохраняются неизменными в течение всего интервала T_N . Старение (деградация) СИ идет непрерывно, начиная с момента t_0 . Сначала фликкер-шум не превышает белого шума, который маскирует эффект старения. Однако, по прошествии времени $t_p > 1/f_p$ прогрессирующая составляющая погрешности начинает преобладать и постепенно старение СИ приводит к метрологическим (скрытым) отказам. Таким образом $1/f$ -шум принципиально ограничивает точность СИ в области низких частот.

Обобщенный спектр (6) связывает между собой основные метрологические

$$\epsilon(m, N)$$

характеристики СИ - точность (погрешность), быстродействие и стабильность (нестабильность). Стабильность как инвариантность метрологических характеристик во времени является внутренним свойством СИ и основой для нормирования показателей точности и метрологической надежности, например, для обоснованного назначения межповерочных интервалов. Высокочастотный участок спектра (белый шум) описывает кратковременную стабильность и характеризует пороговую чувствительность (пределную разрешающую способность) [3], а низкочастотная часть, соответствующая фликкер-шуму, долговременную стабильность [2].

Располагая спектром (6) можно найти эволюцию погрешности во времени. Среднее квадратическое отклонение (СКО) погрешности СИ за период от t_0 до $t_0 + T_N$, будет

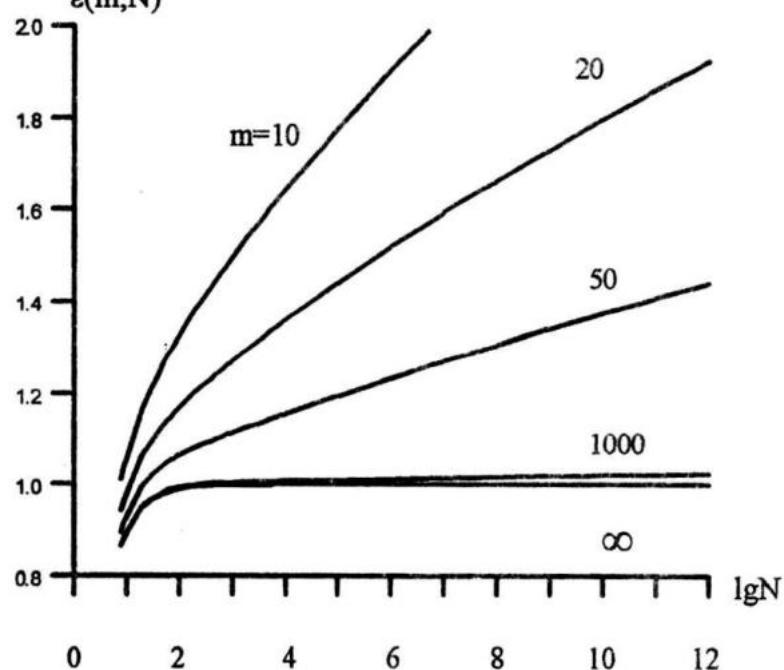


Рис.2. Эволюция нормированной основной погрешности СИ в зависимости от параметра m .

$$\sigma(T_N) = \left[\int_{f_1}^{f_2} S(f) df \right]^{1/2} = \left[S_0 \int_{1/T_N}^{f_0/2} (1 + f_p/f) df \right]^{1/2}. \quad (8)$$

Вычислив относительную погрешность $\gamma(T_N) = \sigma(T_N) / X_0$ можно, например, назначить класс точности СИ для заданного T_N , если при этом под T_N подразумевать межповерочный интервал. В инвариантном во времени СИ $m > N$, где $N = T_N \cdot f_0$, и выражение (6) описывает спектр белого шума, для которого СКО

$$\sigma_0 = [S_0 \cdot (f_0/2 - f_1)]^{1/2} \approx [S_0 \cdot f_0/2]^{1/2}. \quad (9)$$

Введем безразмерный параметр качества СИ в виде отношения СКО погрешности реального СИ к СКО инвариантного во времени: $\epsilon(m, N) = \sigma(m, N) / \sigma_0 = [1 - 2/N + (2/m) \ln(N/2)]^{1/2}$. (10)

Зависимость (10) представлена на рис.2. Величина $\epsilon(m, N)$ показывает во сколько раз при заданных m и N средняя квадратическая погрешность реального СИ больше погрешности инвариантного во времени. Вид этой зависимости практически совпадает с зависимостью $\gamma(T_N)$.

В инвариантном во времени СИ третье слагаемое в (7) пренебрежимо мало по сравнению со вторым слагаемым в течение всего срока жизни СИ, например, на рис.2 этому соответствуют зависимости при $m > 10^3$. Так, если $f_0 = 10$ Гц, а срок эксплуатации $T_N = 10$ лет, то при $m > 10^3$ СИ может выполнить $N = T_N \cdot f_0 \approx 3 \cdot 10^9$ гарантированных равноточных отсчетов за весь срок службы. При этом должно выполняться условие

$$T_A > T_M > T_N,$$

где T_A - среднее время наработки до явного отказа, T_M - среднее время наработки до скрытого (метрологического) отказа.

Поскольку современные СИ являются аналого-цифровыми устройствами, то должно выполняться условие относительной малости вклада шумов квантования так, чтобы они существенно не ограничивали пороговую чувствительность и разрешающую способность, т.е.

$$S(f_2) \geq S_0 > S_k \approx \Delta_k^2 / 6f_0, \quad \text{где } \Delta_k \text{ - шаг квантования.}$$

Рассмотренная выше спектральная модель основной погрешности позволяет в метрологическом аспекте достаточно полно оценить качество и совершенство гидрофизических СИ четырьмя параметрами:

- неисключенной систематической погрешностью (НСП) Δ_0 ;
- частотой отсчетов f_0 ;
- спектральной плотностью мощности случайной погрешности на частоте Найквиста $S(f_0/2)$;
- частотой перехода (раздела спектра) f_p или отношением f_0 / f_p .

ЛИТЕРАТУРА

1. Селиванов М.Н., Фридман А.Е., Кудряшова Ж.Ф. Качество измерений: Метрологическая справочная книга. - Л.: Лениздат, 1987. - 295 с.
2. Новицкий П.В., Зограф И.А., Лабунец В.С. Динамика погрешностей средств измерений. - Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. - 192 с.
3. Бабий В.И. О пределе чувствительности измерений температуры морской среды - В кн.: Морские гидрофизические исследования, N3(49). Севастополь, 1970, с.113-129.
4. Бочкин Г.Н., Кузовлев Ю.Е. Новое в исследованиях 1/f шума. - Успехи физических наук, т.141, вып.1, 1983. с.151-176.
5. Харкевич А.А. Спектры и анализ. -М.: ГИТТЛ, 1957.-236 с.