

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ НЕСИНФАЗНОСТИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ СО СТЕПЕННЫМИ СПЕКТРАМИ

*B.A. Гайский
С.А. Александрович*

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: oaoi@alpha.mhi.iuf.net

Приводятся формулы для расчета погрешности несинфазности при дискретизации случайных процессов со степенями от -1 до -5.

В системах контроля окружающей среды съемка пространственных полей параметров состояния или загрязнения очень часто осуществляется сканированием поля измерительной платформой. Это имеет место при выполнении измерений зондирующими и буксируемыми приборами, при дистанционных измерениях с аэрокосмических носителей, при использовании последовательных интерфейсов для передачи данных от нескольких источников информации. Во всех этих случаях имеет место неточность временной привязки данных, которая при совместной их обработке для одного момента времени приводит к погрешности, которую правомерно назвать погрешностью несинфазности (неодновременности). Методика расчета такой погрешности в общем случае рассмотрена в [1].

В данной работе выводятся формулы для погрешности несинфазности при дискретизации случайных процессов со степенными спектрами, ха-

рактерными для большинства океанографических процессов и полей.

Приводятся количественные оценки этих погрешностей типовых диапазонов временной изменчивости океанографических процессов. Эти оценки важны при анализе требований и при реализации систем оперативного контроля конкретных морских акваторий.

Для типовых океанографических процессов характерной является функция спектральной плотности (ФСП) вида [2]

$$S(f) = C_0 |f|^{-m}, \quad (1)$$

где $m = \overline{1,5}$, $C_0 = \text{const.}$

Погрешность несинфазности принимается равной изменению измеряемого процесса в полосе частот $[f_1, f_2]$ за время сдвига τ , которая задается или рассчитывается для конкретной системы.

Абсолютная погрешность несинфазности будет равна

$$\varepsilon^2(\tau) = 2 \left[\sigma^2 - \int_{f_1}^{f_2} S(f) \cos 2\pi f \tau df \right]. \quad (2)$$

Для относительной погрешности

$$\delta^2(\tau) = \frac{\varepsilon^2(\tau)}{\sigma^2(f_1, f_2)}, \quad (3)$$

где $\sigma^2(f_1, f_2)$ - дисперсия процесса в полосе частот $[f_1, f_2]$, тогда ФСН вида (1) получим

$$\delta_m^2(\tau) = 2 - \frac{2C_0}{\sigma_m^2(f_1, f_2)} \int_{f_1}^{f_2} f^{-m} \cos 2\pi f \tau df = 2 \left[1 - \frac{C_0}{\sigma_m^2(f_1, f_2)} \varepsilon_m^2 \right], \quad (4)$$

$$\text{где } \varepsilon_m^2 = \int_{f_1}^{f_2} f^{-m} \cos 2\pi f \tau df. \quad (5)$$

Для дисперсии процесса в полосе частот $[f_1, f_2]$, получим

$$\sigma_m^2 = 2 \int_{f_1}^{f_2} C_0 |f|^{-m} df. \quad (6)$$

Для разных $m = \overline{1,5}$, получим

$$\sigma_1^2(f_1, f_2) = 2C_0 \ln \left(\frac{f_2}{f_1} \right); \quad (7)$$

$$\sigma_2^2(f_1, f_2) = \frac{2C_0(f_2 - f_1)}{f_1 f_2}; \quad (8)$$

$$\sigma_3^2(f_1, f_2) = \frac{C_0(f_2^2 - f_1^2)}{f_1^2 f_2^2}; \quad (9)$$

$$\sigma_5^2(f_1, f_2) = \frac{C_0(f_2^4 - f_1^4)}{4f_1^4 f_2^4}; \quad (11)$$

$$\sigma_4^2(f_1, f_2) = \frac{2C_0(f_2^3 - f_1^3)}{3f_1^3 f_2^3}. \quad (10)$$

Подставляя значение $m = 1,5$ в выражение (5) и проводя преобразования, получим для $\varepsilon_{m_1}^2$ и $m = \overline{1,5}$ следующие выражения, пригодные для количественных оценок:

$$\varepsilon_{11}^2 = \ln \frac{f_2}{f_1} - \frac{(2\pi\tau)^2}{2 * 2!} (f_2^2 - f_1^2) + \frac{(2\pi\tau)^4}{4 * 4!} (f_2^4 - f_1^4) - \frac{(2\pi\tau)^6}{6 * 6!} (f_2^6 - f_1^6) + \dots; \quad (12)$$

$$\varepsilon_{21}^2 = \frac{\cos 2\pi\tau f_1}{f_1} - \frac{\cos 2\pi\tau f_2}{f_2} - (2\pi\tau)^2 (f_2 - f_1) + \frac{(2\pi\tau)^4}{3 * 3!} (f_2^3 - f_1^3) + \frac{(2\pi\tau)^6}{5 * 5!} (f_2^5 - f_1^5) - \frac{(2\pi\tau)^8}{7 * 7!} (f_2^7 - f_1^7); \quad (13)$$

$$\varepsilon_{31}^2 = \frac{\cos 2\pi\tau f_1}{f_1^2} - \frac{\cos 2\pi\tau f_2}{f_2^2} + \pi\tau \left(\frac{\sin 2\pi\tau f_2}{f_2} - \frac{\sin 2\pi\tau f_1}{f_1} \right) - 2(\pi\tau)^2 \varepsilon_{11}^2; \quad (14)$$

$$\varepsilon_{41}^2 = \frac{\cos 2\pi\tau f_1}{3f_1^3} - \frac{\cos 2\pi\tau f_2}{3f_2^3} + \frac{\pi\tau}{3} \left(\frac{\sin 2\pi\tau f_2}{f_2} - \frac{\sin 2\pi\tau f_1}{f_1} \right) - 2 \frac{(\pi\tau)^2}{3} \varepsilon_{21}^2; \quad (15)$$

$$\varepsilon_{51}^2 = \frac{\cos 2\pi\tau f_1}{4f_1^4} - \frac{\cos 2\pi\tau f_2}{4f_2^4} + \frac{\pi\tau}{6} \left(\frac{\sin 2\pi\tau f_2}{f_2^3} - \frac{\sin 2\pi\tau f_1}{f_1^3} \right) - 2 \frac{(\pi\tau)^2}{3} \varepsilon_{31}^2. \quad (16)$$

Таблица 1 - Типовые диапазоны $[f_1, f_2]$ временной изменчивости представлены в таблице 1 [3].

№	Частотный диапазон, Гц		Наименование
	f_1	f_2	
1	$2.78 * 10^{-4}$	1	Мелкомасштабные
2	$1.16 * 10^{-3}$	$0.56 * 10^{-3}$	Мезомасштабные
3	$5.6 * 10^{-3}$	$1.16 * 10^{-3}$	Синоптические
4	$3.7 * 10^{-3}$	$5.6 * 10^{-3}$	Сезонные
5	$3.7 * 10^{-9}$	$3.7 * 10^{-8}$	Междугодичные
6	$3.7 * 10^{-10}$	$3.7 * 10^{-9}$	Внутривековые
7	$3.7 * 10^{-11}$	$3.7 * 10^{-10}$	Междувековые

В таблице 2 приведены значения дисперсии сигнала с точностью до множителя C_0 в типовых частотных диапазонах N при $m = \overline{1,5}$.

Таблица 2 – Значение нормированной на C_0 дисперсии процесса в различных диапазонах и при различных m .

№ диапазона частот	Значение m				
	1	2	3	4	5
1	8,2	$3,5 \cdot 10^3$	$6,1 \cdot 10^6$	$4,2 \cdot 10^8$	$1,5 \cdot 10^{10}$
2	3,9	$85 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^9$	10^{13}	$2 \cdot 10^{28}$
3	5,3	$2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{14}$	$2 \cdot 10^{21}$	$7 \cdot 10^{28}$
4	0,4	$2,7 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^{14}$	$6 \cdot 10^{21}$	10^{29}
5	2,3	$2,7 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^{16}$	$6 \cdot 10^{24}$	10^{33}
6	2,4	$2,7 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^{18}$	$6 \cdot 10^{27}$	10^{37}
7	4,6	$2,7 \cdot 10^{10}$	$3 \cdot 10^{20}$	$6 \cdot 10^{30}$	10^{41}

На рис.1 для примера приведены графики относительной погрешности несинфазности $\delta_{N,1}(\tau)$, рассчитанные по выражениям (4) и (12).

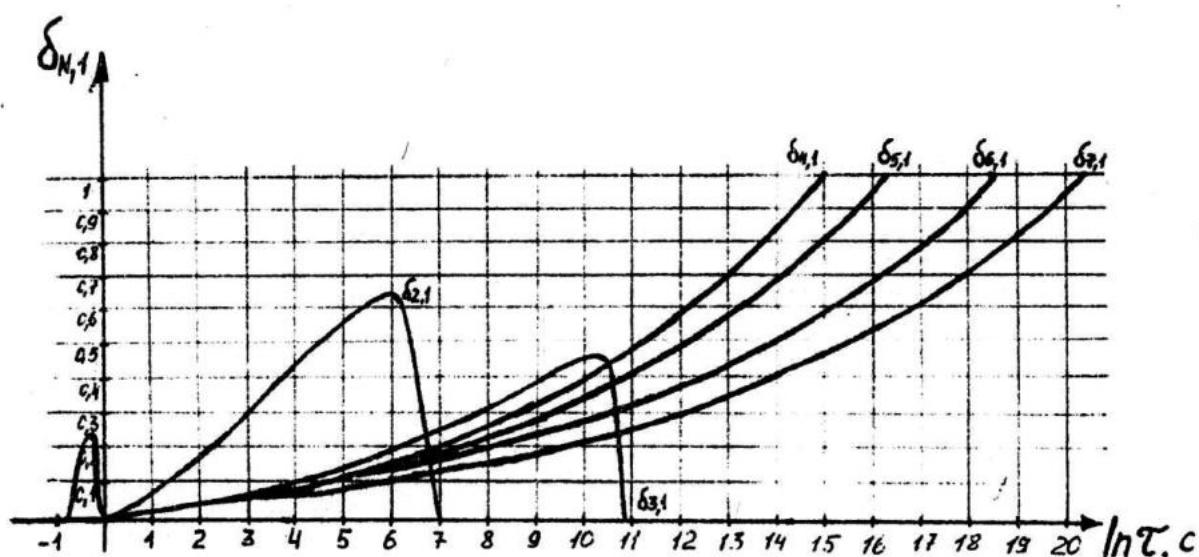


Рисунок 1 – Погрешность несинфазности при измерении процессов с ФСП $S(f) = C_0 |f|^m$ и разницей во времени τ в различных диапазонах изменчивости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гайский В.А., Гайский П.В. Оценка динамических погрешностей измерение профилей гидрологических параметров зондирующими прибором, Диагноз состояния экосистемы Черного моря и зоны сопряжения суши и моря: СВ. Науч. Тр./НАН УКРАИНЫ, МГИ: Под редакцией чл.-корр. НАН

Украины В.Н. Еремеева. – Севастополь, 1997, - 202 с., с. 185.

2. Люнин А.С. и др. Изменчивость мирового океана, - Л. Гидрометеоиздат, 1974, - 262 с.
3. Автоматизированные системы с буксируемыми приборами в океанологических исследованиях // В.А. Гайский, Ю.Г. Артемов, В.А. Блинков и др. – Киев: Наукова Думка, 1987, - 176с.