

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ПАКЕТНЫХ ЭКОНОМИЧНЫХ ПОТОЧНЫХ ЦИФРОВЫХ КОРРЕЛЯТОРОВ

В.А.Гайский

Морской гидрофизический институт НАН
Украины

г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: oaoi@alpha.mhi.iuf.net

Излагаются принципы построения класса цифровых корреляторов, реализующих ускоренный матричный алгоритм вычисления корреляционной функции. Приводятся структурные схемы двух крайних представителей этого класса корреляторов. Даются оценки сложности реализации.

Требования к желаемой производительности вычислительных средств в системах контроля окружающей среды всегда превышают существующие возможности. Несмотря на существенный прогресс в скорости вычислений универсальных ЭВМ, достигнутый в последние годы, остается актуальной проблема построения высокопроизводительных специализированных вычислителей для ряда видов массовой обработки данных, к которым, в частности, относится корреляционный анализ. Обычно для быстродействующих корреляторов параллель-

ного действия характерна линейная зависимость между быстродействием и аппаратурной сложностью. Даже при больших возможностях современной интегральной микроэлектроники это ограничивает возможности повышения быстродействия корреляторов и желательно снижение сложности. Этому требованию удовлетворяют цифровые корреляторы, построенные для реализации ускоренного матричного алгоритма вычисления корреляционной функции при умножении вектора на матрицу Ганкеля, предложенного в работе [1].

Структуры таких корреляторов были предложены в [2, 3, 4]. В настоящее время становится возможной их аппаратная реализация.

Ускоренный матричный алгоритм вычисления корреляционной функции.

Допустим, имеется два ряда чисел $X = x_1, \dots, x_N$ и $Y = y_1, \dots, y_N$, причем N - четное число, кратное m . Значение R_{i-1} ($i = \overline{1, m}$) взаимной корреляционной функции обычно вычисляется по формуле

$$R_{i-1} = \frac{1}{N-i+1} \sum_{j=1}^{N-i+1} x_j y_{j+(i-1)}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (1)$$

Для вектора значений $(N-i+1)R_{i-1}$ в матричной форме можем записать

$$\left| NR_0, (N-1)R_1, \dots, (N-i+1)R_{i-1}, \dots, [N-(m-1)]R_{m-1} \right| = \quad (2)$$

$$= \left| x_1, \dots, x_j, \dots, x_N \right| \times \begin{vmatrix} y_1 y_2 \dots y_m \\ y_2 y_3 \dots y_{m+1} \\ \vdots \\ y_m y_N \dots 0 \\ y_N 0 \dots 0 \end{vmatrix} = \sum_{j=1}^k A_j B_j,$$

где $k = \frac{N}{m}$,

$$A_j = \left| x_{(j-1)m+1}, x_{(j-1)m+2}, \dots, x_{(j-1)m+i}, \dots, x_{(j-1)m+m} \right|, \quad (3)$$

$$B_j = \begin{vmatrix} y_{(j-1)m+1}, y_{(j-1)m+2}, \dots & y_{(j-1)m+m} \\ y_{(j-1)m+2}, y_{(j-1)m+3}, \dots & y_{(j-1)m+m+1} \\ \vdots & \vdots \\ y_{(j-1)m+m}, y_{(j-1)m+m+1}, \dots & y_{(j-1)m+2m+1} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

В частности, при $j = 1$ получим:

$$A_1 B_1 = |x_1 x_2 \dots x_m| \times \begin{vmatrix} y_1 y_2 \dots & y_m \\ y_2 y_3 \dots & y_{m+1} \\ \vdots & \vdots \\ y_{m-1} y_m \dots & y_{2m-2} \\ y_m y_{m+1} \dots & y_{2m-1} \end{vmatrix} \quad (5)$$

Матрица B_j (в частности B_1) является матрицей Ганкеля, которая однозначно определяется верхним правым обрамлением, включающим первую строку и последний столбец мат-

рицы, поскольку остальные члены матрицы по всем диагоналям равны членам обрамления, например, так, как это показано для $m = 8$.

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{vmatrix} \quad (6)$$

Для умножения вектора A на матрицу B Ганкеля справедлив алгоритм

$$AB = |G_1 + G_2, G_3 - G_2|, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{где } G_1 &= |a_1| \times \|b_1 + b_2\|, \\ G_2 &= |a_2 - a_1| \times \|b_2\|, \quad (8) \\ G_3 &= |a_2| \times \|b_2 + b_3\|. \end{aligned}$$

разбиением вектора $A = |a_1 a_2|$

$$\begin{aligned} a_1 &= \left| x_1 x_2 \dots x_{\frac{m}{2}} \right|, \\ a_2 &= \left| x_{\frac{m}{2}+1} x_{\frac{m}{2}+2} \dots x_m \right|, \quad (9) \end{aligned}$$

матрицы b_1 , b_2 и b_3 получены симметричным разбиением матрицы B на четыре матрицы

Вектора a_1 и a_2 получены симметричным

$$B = \begin{vmatrix} y_1 \dots & y_{\frac{m}{2}} & y_{\frac{m}{2}+1} \dots & y_m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{\frac{m}{2}} \dots & y_{m-1} & y_m \dots & y_{\frac{3m-1}{2}} \\ y_{\frac{m}{2}+1} \dots & y_m & y_{m+1} \dots & y_{\frac{3m}{2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_m \dots & y_{\frac{m}{2}-1} & y_{\frac{3m}{2}} \dots & y_{2m-1} \end{vmatrix} = \left\| \begin{array}{c|c} b_1 & b_2 \\ \hline b_2 & b_3 \end{array} \right\|; \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \begin{pmatrix} y_1 \cdots & y_{\frac{m}{2}} \\ \vdots & \vdots \\ y_{\frac{m}{2}} \cdots & y_{m-1} \end{pmatrix}; \\
 b_2 &= \begin{pmatrix} y_{\frac{m+1}{2}} \cdots & y_m \\ \vdots & \vdots \\ y_m \cdots & y_{\frac{3m}{2}-1} \end{pmatrix}; \\
 b_3 &= \begin{pmatrix} y_{m+1} \cdots & y_{\frac{3m}{2}} \\ \vdots & \vdots \\ y_{\frac{3m}{2}} \cdots & y_{2m-1} \end{pmatrix};
 \end{aligned} \quad (11)$$

Очевидно, что матрицы b_1 , b_2 и b_3 также как и матрица B являются матрицами Ганкеля. Поскольку сумма матриц Ганкеля есть также матрица Ганкеля, то при вычитании значений G_1 ,

$$\begin{aligned}
 A^0 &= A; \quad A^1 = A_1, A_2, A_3; \\
 A^2 &= A_{1,1}, A_{1,2}, A_{1,3}, A_{2,1}, A_{2,2}, A_{2,3}, A_{3,1}, A_{3,2}, A_{3,3}; \\
 A^{\gamma} &= \{A_{\langle x \rangle, 1}, A_{\langle x \rangle, 2}, A_{\langle x \rangle, 3}\} \\
 \text{где } A_{\langle x \rangle, 1} &= a_1(A_{\langle x \rangle}), \\
 A_{\langle x \rangle, 2} &= a_2(A_{\langle x \rangle}) - a_1(A_{\langle x \rangle}), \quad A_{\langle x \rangle, 3} = a_2(A_{\langle x \rangle})
 \end{aligned} \quad (12)$$

$\langle x \rangle$ - совокупность индексов,

$a_1(A_{\langle x \rangle})$ - означает вектор, равный первой половине вектора $(A_{\langle x \rangle})$,

$a_2(A_{\langle x \rangle})$ - означает вектор, равный второй половине вектора $(A_{\langle x \rangle})$.

При разложении матрицы B достаточно оперировать с обрамлением матрицы, включающим первую строку и последний столбец, всего $2\ell - 1$ членов. Обозначив обрамление матрицы B через D , а обрамление матриц b_1 , b_2 и b_3 соответственно через d_1 , d_2 и d_3 , можем записать

G_2 и G_3 вновь может быть применен алгоритм с разбиением векторов и матриц. Очевидно, что этот алгоритм может быть применен до разбиения вектора и матрицы на вектора и матрицы, содержащие по одному члену. Поскольку вектор A содержит m членов, а матрица B ранга m и при сложении матриц ранг матрицы не изменяется, то возможно осуществить $\log_2 m = \log_2 2^{\gamma} = \gamma$ шагов разбиения.

Процедуры разбиения векторов и матриц, включающие вычисление разности векторов и суммы матриц, назовем разложением вектора и разложением матрицы.

Разложение вектора A и матрицы B осуществляется независимо и может производиться параллельно.

Обозначив множество векторов на i -ом шаге разложения A через A^i и операцию разложения векторов A^i каждого на три вектора A_1 , A_2 ,

A_3 символом \diamond , можем записать

$$A^i = \diamond_{\xi=1}^i A^{\xi-1}, \quad i = \overline{1, \gamma};$$

$$D = |y_1, y_2, \dots, y_{2\ell-1}|,$$

$$d_1 = |y_1, y_2, \dots, y_{\ell-1}|,$$

$$d_2 = \left| y_{\frac{\ell}{2}+1}, \dots, y_{\frac{3\ell}{2}-1} \right|,$$

$$d_3 = |y_{\ell+1}, \dots, y_{2\ell-1}|.$$

Разложение матриц B заменяем разложением векторов D . Обозначив множество векторов на i -ом шаге разложения D через D^i и операцию разложения каждого вектора D на три вектора D_1 , D_2 и D_3 символом \square , можем записать

$$D^i = \prod_{\xi=1}^i D^{\xi-1}, \quad i = \overline{1, \gamma};$$

$$D^0 = D; \quad D^1 = D_1, D_2, D_3;$$

$$D^2 = D_{1,1}, D_{1,2}, D_{1,3}, D_{2,1}, D_{2,2}, D_{2,3}, D_{3,1}, D_{3,2}, D_{3,3};$$

$$D^\gamma = \{D_{\langle x \rangle, 1}, D_{\langle x \rangle, 2}, D_{\langle x \rangle, 3}\}$$

$$\text{где } D_{\langle x \rangle, 1} = d_1(D_{\langle x \rangle}) + d_2(D_{\langle x \rangle}), \quad D_{\langle x \rangle, 2} = d_2(D_{\langle x \rangle}); \quad D_{\langle x \rangle, 3} = d_2(D_{\langle x \rangle}) + d_3(D_{\langle x \rangle})$$

$\langle x \rangle$ - совокупность индексов;

$d_1(D_{\langle x \rangle})$ - часть d_1 вектора $D_{\langle x \rangle}$;

$d_2(D_{\langle x \rangle})$ - часть d_2 вектора $D_{\langle x \rangle}$;

$d_3(D_{\langle x \rangle})$ - часть d_3 вектора $D_{\langle x \rangle}$.

Поскольку на каждом шаге разложения количество векторов утраивается, то на γ -ом шаге получим 3^γ пар векторов $A_{\langle x \rangle}, D_{\langle x \rangle}$, содержащих по одному члену.

Следовательно, умножение векторов на матрицы в соответствии с выражениями (2) сводится к независимому умножению 3^γ пар чисел $A_{\langle x \rangle}$ и $D_{\langle x \rangle}$ с идентичными индексами. Можем записать $G_{\langle x \rangle} = A_{\langle x \rangle} D_{\langle x \rangle}$.

$$G^{\gamma-i} = \prod_{\xi=1}^i G^{\gamma-\xi+1}, \quad i = \overline{1, \gamma};$$

$$G^\gamma = \{G_{\langle x \rangle, 1}, G_{\langle x \rangle, 2}, G_{\langle x \rangle, 3}\}$$

$$G^2 = G_{1,1}, G_{1,2}, G_{1,3}, G_{2,1}, G_{2,2}, G_{2,3}, G_{3,1}, G_{3,2}, G_{3,3}; \quad (15)$$

$$G^1 = G_1, G_2, G_3;$$

$$G^0 = AB.$$

Таким образом, алгоритм вычисления произведения вектора A на матрицу B содержит γ шагов независимого разложения вектора A и вектора D , являющегося обрамлением матрицы B , один шаг независимого перемножения 3^γ пар чисел и γ шагов свертки результатов умножения чисел.

Оценим количество операций, необходимых для реализации рассмотренного алгоритма.

Для разложения n -го порядка блока из m слов вектора A требуется выполнить $Q_{\Sigma A}$ операции алгебраического сложения

Множество векторов $G_{\langle x \rangle}$ обозначим G^γ .

Очевидно, что в множестве G^γ содержится $3^{\gamma-1}$ троек векторов вида $G_{\langle x \rangle, 1}, G_{\langle x \rangle, 2}, G_{\langle x \rangle, 3}$, индексы которых различаются только последним знаком. Процедуру вычисления AB по выражению (1) назовем сверткой.

Обозначив множество векторов на i -ом шаге свертки через $G_{\langle x \rangle, i}$ и операцию свертки каждой тройки векторов $G_{\langle x \rangle, 1}, G_{\langle x \rangle, 2}, G_{\langle x \rangle, 3}$, в один вектор $G_{\langle x \rangle}$ индексом ∇ , можем записать

$$Q_{\Sigma An} = \frac{m}{2} \left[\sum_{k=1}^n \left(\frac{3}{2} \right)^{k-1} \right] \quad (16)$$

Для предельного разложения γ -го порядка получим

$$Q_{\Sigma A\gamma} = \frac{m}{2} \left[\sum_{k=1}^{\gamma} \left(\frac{3}{2} \right)^{k-1} \right] = m \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{\gamma} - 1 \right] \quad (17)$$

Для разложения n -го порядка блока из $2m-1$ слов вектора D требуется выполнить $Q_{\Sigma Dn}$ операций алгебраического сложения

$$Q_{\Sigma D n} = \sum_{k=1}^n \frac{2 \cdot 3^k}{3} \left(\frac{m}{2^{k-1}} - 1 \right) = 2 \left[m \sum_{k=1}^n \left(\frac{3}{2} \right)^{k-1} - \sum_{k=1}^n 3^{k-1} \right] \quad (18)$$

Для предельного разложения γ -го порядка получим

$$Q_{\Sigma D \gamma} = 4m \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{\gamma} - 1 \right] - (3^{\gamma} - 1). \quad (19)$$

При умножении разложенных до γ -го порядка блоков требуется $Q_{\Pi n}$ операций умножения

$$Q_{\Pi n} = m^2 \frac{3^n}{2^{2n}} = \left(\frac{3}{4} \right)^n m^2 \quad (20)$$

Для предельного разложения γ -го порядка получим

$$Q_{\Pi n} = 3^{\gamma} \quad (21)$$

Поскольку для классического алгоритма $Q_{\Pi} = m^2$, то выигрыш в числе операций умножения составляет $\left(\frac{3}{4} \right)^n$ раз.

Это составляет основное достоинство алгоритма, обуславливающего его быстродействие при программной реализации на универсальной ЭВМ или упрощение аппаратуры за счет сокращения количества блоков умножения в корреляторах. При свертке результатов умножения для получения m частных значений вектора $(N-i+1)R_{i-1}$ корреляционной функции требуется $Q_{\Sigma R}$ операций алгебраического сложения

$$Q_{\Sigma R n} = \left(\frac{3}{4} \right)^n m^2 \sum_{k=1}^n \left(\frac{2}{3} \right)^k, \quad (22)$$

или при $n = \gamma$

$$Q_{\Sigma R \gamma} = 2 \cdot 3^{\gamma} \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{\gamma} \right] \quad (23)$$

На базе изложенного матричного алгоритма вычисления корреляционной функции может быть построен целый класс корреляторов.

Пакетный поточный параллельный цифровой коррелятор. При использовании предельного разложения $\log_2 m$ -го порядка для блоков исходных рядов X и Y может быть построен цифровой коррелятор [2], структурная схема которого представлена на рис. 1.

Коррелятор содержит входное устройство 1, блок 2 разложения ряда X , блок 3 разложения ряда Y , блок умножения 4, блок свертки 5 и блок накапливающих сумматоров 6.

Входное устройство 1 предназначено для приема чисел рядов X и Y и распределения их на входы блоков 2 и 3. Блок 2 служит для специального разложения отрезка из m чисел ряда X и состоит из последовательно соединенных γ звеньев, в k -ом из которых имеется узел памяти

7_k , содержащих $m \left(\frac{3}{2} \right)^{k-1}$ параллельных

регистров $(k=1, \gamma)$ и $\frac{m}{2} \left(\frac{3}{2} \right)^{k-1}$ комбинационных параллельных сумматоров - вычитателей 9

причем k -ое звено имеет 3^{k-1} групп входов и 3^k групп выходов. Входами звена являются входы параллельных регистров узла памяти 7_k , выходы каждой из групп которых разбиты пополам на подгруппы a_1 и a_2 и поданы на входы соответствующих групп регистров 7_{k+1} следующего $(k+1)$ -го звена непосредственно и попарно из подгрупп на входы сумматоров - вычитателей 9, выходы которых также поданы на входы соответствующих групп регистров 7_{k+1} . Узел памяти 7_k первого звена содержит m параллельных регистров n -разрядных чисел X , включая знак.

Выходы A^{γ} γ -го звена поданы на узел памяти $7_{\gamma+1}$, содержащий 3^{γ} регистров, предназначенных для запоминания членов разложения отрезка из m чисел ряда X .

Блок 3 служит для специального разложения отрезка из $2m-1$ чисел ряда Y и состоит из последовательно соединенных звеньев, в k -ом из которых имеется узел памяти 8_k , содержащий $3^{k-1} \left(\frac{m}{2^{k-2}} - 1 \right)$ параллельных регистров

$(k=1, \gamma)$, и $2 \left(\frac{m}{2^{k-1}} - 1 \right) 3^{k-1}$ комбинационных параллельных сумматоров 10, причем k -ое

звено имеет 3^{k-1} групп входов по $(2l-1)$ регистров и 3^k групп выходов. Входами являются входы регистров узла памяти 8_k , выходы каждой из групп которых разбиты на три пере-

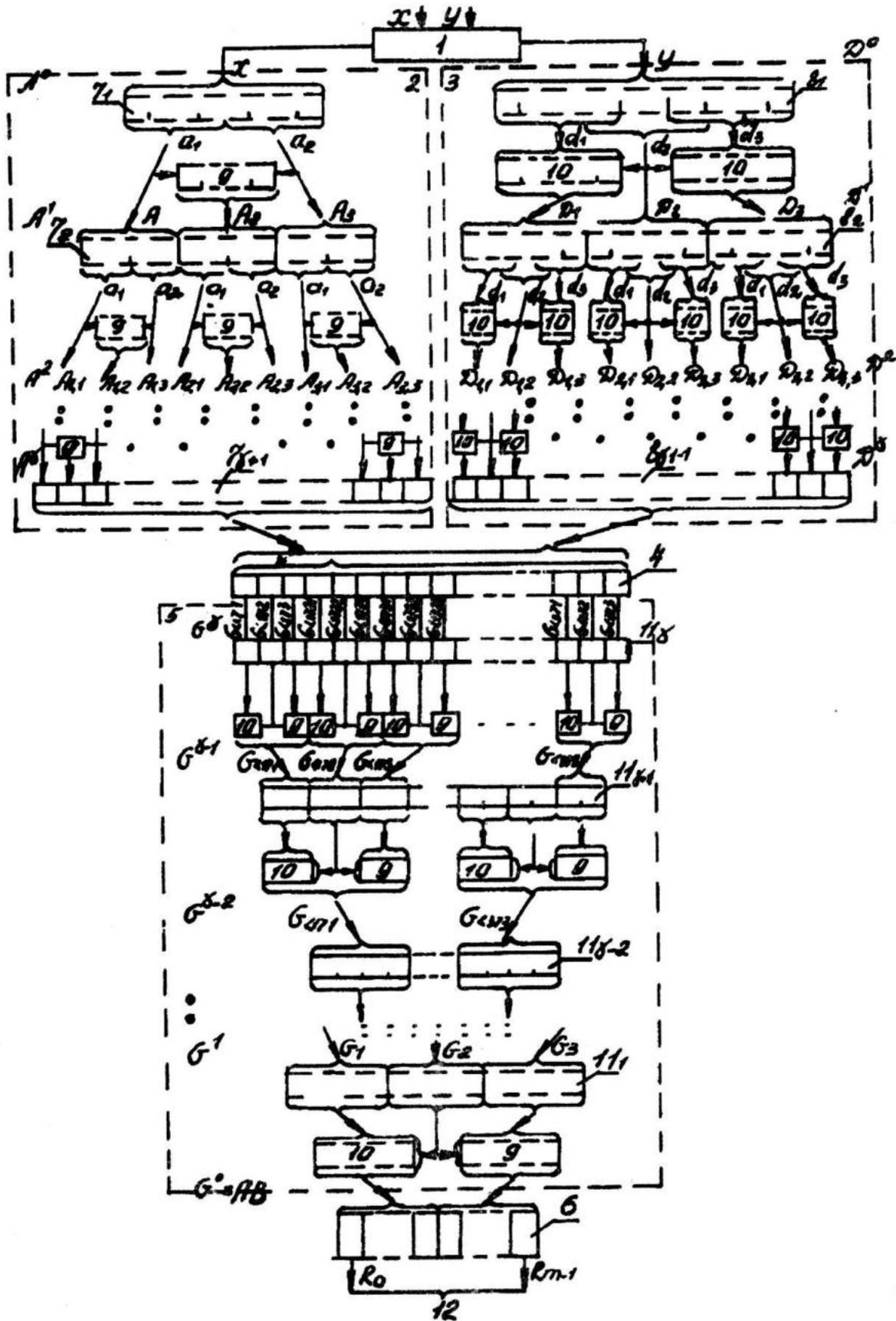


Рисунок 1 – Структурная схема пакетного поточного параллельного коррелятора

секающиеся подгруппы d_1 (с 1-го по $(\ell-1)$ -ый регистр), d_2 с $(\frac{\ell}{2}+1)$ -го по $(\frac{3}{2}\ell-1)$ -ый и d_3 с $\frac{3}{2}\ell$ -го по $(2\ell-1)$ -ый), выходы первых (d_1) и третьих (d_2) подгрупп регистров поданы на входы групп сумматоров 10, на другие входы которых поданы выходы регистров вторых (d_3) подгрупп, выходы групп сумматоров 10 и подгрупп d_2 регистров соединены с входами соответствующих групп регистров следующего $(k+1)$ -го звена. Узел памяти 8 первого звена содержит $(2m-1)$ регистров n разрядных чисел Y , включая знак.

Выходы D^r -го звена поданы на узел памяти 8_{r+1} , содержащий 3^r регистров, предназначенных для запоминания членов разложения отрезка из $(2m-1)$ чисел ряда Y .

Блок умножения 4 содержит 3^r устройств умножения (например, матричных) и предназначен для попарного перемножения членов разложения рядов X и Y , для чего выходы регистров узла 7_{r+1} поданы на первые входы устройств умножения, а выходы регистров узла 8_{r+1} поданы на вторые входы устройств умножения, выходы которых соединены с входами регистров узла памяти 11 1-го звена блока свертки 5.

Блок свертки 5 предназначен для получения m частных значений корреляционной функции R_{i-1} ($i=\overline{1, m}$) и состоит из γ последовательно соединенных звеньев, в k -ом из которых имеется узел памяти 11_{r+1-k} , содержащий $3^{r+k+1} \times 2^{k-1}$ параллельных регистров; $3^{r+k} \times 2^{k-1}$ комбинационных параллельных сумматоров 10 и $3^{r+k} \times 2^{k-1}$ комбинационных параллельных сумматоров-вычитателей 9, причем k -ое звено имеет 3^{r+1-k} групп входов и 3^{r+k} групп выходов.

Входами k -го звена являются входы регистров узла памяти 11_{r+1-k} по группам выходов G^{r+k} предыдущего $(r+k)$ -го звена, а выходами звена, образующими одну группу, являются выходы пар подгрупп сумматоров 10 и подгрупп сумматоров-вычитателей 9, на первые входы которых поданы выходы первых $G_{\langle x \rangle, 1}$ и $G_{\langle x \rangle, 3}$ третьих групп, а на вторые входы-выходы вторых $G_{\langle x \rangle, 2}$ групп регистров, сгруппированных по тройкам групп $G_{\langle x \rangle, 1}, G_{\langle x \rangle, 2}, G_{\langle x \rangle, 3}$.

Узел памяти 11, первого звена блока свертки 5 содержит 3^r регистров. Узел памяти 11, γ -

го звена содержит $\frac{3}{2}m$ регистров. Выходы γ -го звена, образующие одну единственную группу, поданы на входы накапливающих сумматоров блока 6, предназначенного для сложения $(N-i+1)$ частных значений корреляционной функции R_{i-1} ($i=\overline{1, m}$). На внешние выходы 12 коррелятора поданы выходы v старших разрядов накапливающих сумматоров блока 6.

Элементы временной задержки и вентили, необходимые для перемещения информации между звеньями в блоках коррелятора, а также цепи управления и блок управления не показаны.

Коррелятор реализует приведенный выше алгоритм и работает следующим образом.

Перед началом работы все регистры узлов памяти обнулены. Из входного устройства 1 в регистры узлов памяти 7₁ и 8₁ первых звеньев блоков 2 и 3 поступает параллельно m чисел ряда X и $(2m-1)$ чисел ряда Y соответственно. Далее работа коррелятора осуществляется по тактам, с каждым из которых происходит параллельный сдвиг информации последовательно через звенья блоков разложения 2 и 3, блока умножения 4 и блока свертки 5.

В первом такте работы числа ряда X из регистров узла памяти 7₁ параллельно считываются и переписываются в регистры узла памяти 7₂ второго звена, причем в подгруппы выходов a_1 узла 7₁ на группу входов A_1 узла 7₂, а с подгруппы выходов a_2 узла 7₁ на группу входов A_3 узла 7₂. Кроме того, числа ряда X в подгруппе выходов a_1 параллельно попарно вычитаются из чисел в подгруппе a_2 в сумматорах-вычитателях 9, с выходов которых результат $(a_2 - a_1)$ поступает в подгруппу входов A_2 узла 7₂.

Одновременно числа ряда Y параллельно считываются с регистров узла памяти 8₁ первого звена и с подгруппы выходов d_1 поступают на группу входов D_2 узла памяти 8₂ второго звена и на входы сумматоров 10, на другие входы которых поступают числа с подгрупп выходов d_1 и d_3 соответственно, а с выходов которых результаты суммирования поступают на группы входов D_1 и D_2 узла 8₂.

Таким образом, к концу первого такта работы m чисел ряда X (ряд A^0) разложены в $\frac{3}{2}m$ чисел (ряд A^1), образующих группы A_1 ,

A_2 и A_3 и зафиксированных в узле памяти 7_2 второго звена.

Одновременно $(2m - 1)$ чисел ряда Y (ряд D^0) разложены в 3 $(m - 1)$ чисел (ряд D^1), образующих группы D_1 , D_2 и D_3 и зафиксированных в узле памяти 8_2 второго звена.

Поскольку узлы памяти 7_1 и 8_1 к концу I -го такта освободились от I -го массива информации, то из входного устройства 1 в них поступает II -ой массив данных с $(m + 1)$ -го по $2m$ чисел ряда X и с $(m + 1)$ -го по $(3m - 1)$ чисел ряда Y , как это показано на диаграмме рис. 2.

Во втором такте результаты обработки I -го массива чисел A_1 , A_2 и A_3 и D_1 , D_2 и D_3 проходят вторые звенья блоков разложения 2 и 3 и в запоминающих узлах 7_3 и 8_3 третьих звеньев фиксируются группы чисел $A^2 = A_{1,1}, A_{1,2}, A_{1,3}, A_{2,1}, A_{2,2}, A_{2,3}, A_{3,1}, A_{3,2}, A_{3,3}$; $D^2 = D_{1,1}, D_{1,2}, D_{1,3} \dots D_{3,1}, D_{3,2}, D_{3,3}$ соответственно.

Одновременно II -ой массив данных проходит через первые звенья блоков разложения.

В последующих тактах на входы блоков разложения поступают новые массивы информации, а поступившие ранее последовательно сдвигаются по звеньям и разлагаются на коэффициенты.

В γ -ом такте на входе блоков разложения 2 и 3, в узлах памяти $7_{\gamma+1}$ и $8_{\gamma+1}$ фиксируются коэффициенты разложения A^γ и D^γ , которые в $(\gamma + 1)$ -м такте попарно поступают на входы множительных устройств блока 4. С выходов множительных устройств блока 4 снимаются результаты перемножения коэффициентов разложения, т.е. $G^\gamma = \{G_{(x),1}, G_{(x),2}, G_{(x),3}\}$,

которые поступают далее на вход блока 5, осуществляющего операцию свертки параллельно по числам и последовательно этапами в звеньях.

Операция свертки, в соответствии с изложенным выше алгоритмом, состоит на каждом этапе в замене 3-х групп чисел $G_{(x),1}, G_{(x),2}, G_{(x),3}$, индексы которых, за исключением последнего, совпадают, одной группой $G_{(x)}$, содержащей на треть меньше чисел, вычисленных попарным суммированием чисел первой и второй группы из чисел третьей группы.

$$Q_{\gamma\gamma} = \sum_{k=1}^{\gamma+1} 3^{k-1} \left(\frac{m}{2^{k-2}} - 1 \right) = 4m \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{\gamma+1} - 1 \right] - \frac{1}{2} (3^{\gamma+1} - 1); \quad (25)$$

1 -й массив информации проходит блок $5c$ $(\gamma+2)$ -го по $(2\gamma+2)$ -ый такт и в виде суммы m частных значений корреляционной функции R_{ii} поступает в m накапливающих сумматоров блока 6.

В $(2\gamma+3)$ -ом такте в накапливающие сумматоры блока 6 поступают результаты обработки II -го массива информации.

Далее в каждом такте в накапливающие сумматоры заносится результат обработки следующего массива информации.

Через $\frac{N}{m} + 2\gamma + 1$ тактов вычисление кор-

реляционной функции R_{i-1} ($i = \overline{1, m}$) заканчивается, при этом в накапливающих сумматорах блока 6 устанавливаются значения $(N-i+1)R_{i-1}$, а значения корреляционной функции с достаточной точностью снимается со старших разрядов, начиная с v -го, сумматоров, если $\frac{N}{m} = 2^\nu$ и $m \ll N$.

Принцип работы коррелятора удобно проследить на рис. 3, где представлена структурная схема коррелятора для $m = 4$ и показано прохождение информации по структуре.

Вычисление автокорреляционной функции производится аналогичным образом при вводе в блоки 2 и 3 одного ряда чисел X .

Продолжительность одного такта работы корреляторов определяется максимальным из следующих параметров: временем параллельного суммирования (вычитания) двух чисел, временем умножения двух чисел, временем переключения триггера регистра памяти.

Для оценки объема аппаратуры коррелятора могут быть использованы приведенные выше выражения для $Q_{\gamma\gamma}$ и $Q_{\Pi\gamma}$. Оценим также требуемое количество регистров промежуточной памяти. Для тракта разложения X

$$Q_{\mu\mu} = 2m \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{\gamma+1} - 1 \right]; \quad (24)$$

для тракта разложения Y :

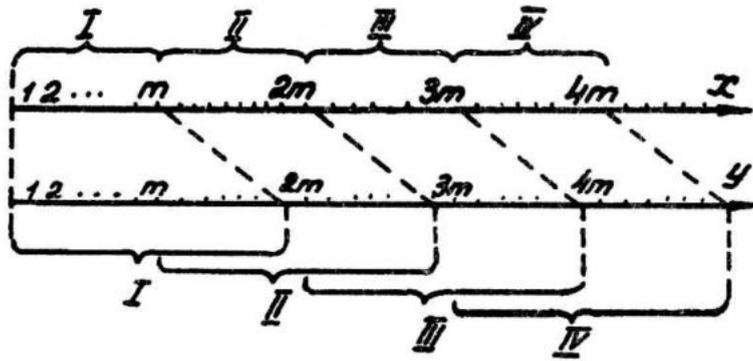


Рисунок 2 - Диаграмма прохождения информации в пакетном поточном параллельном корреляторе

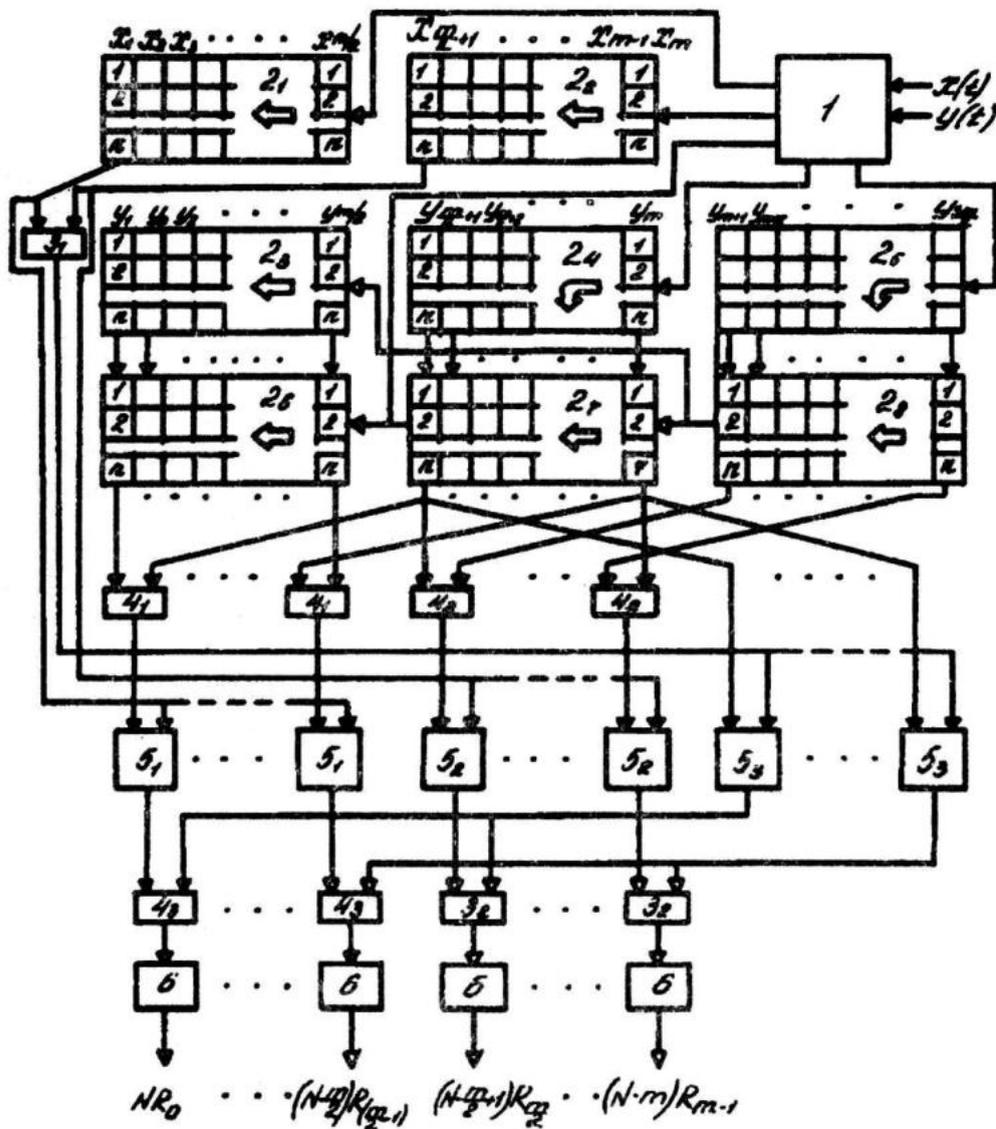


Рисунок 3 - Структурная схема пакетного параллельного последовательного коррелятора

для тракта свертки

$$Q_{PR} = 3^r \sum_{k=1}^{r+1} \left(\frac{2}{k}\right)^{k-1} = 3^{r+1} - 2^{r+1}. \quad (26)$$

Окончательно для всего коррелятора требуется:

сумматоров

$$Q_{\Sigma} = 2 \cdot 3^{r+1} - 7 \cdot 2^r + 1; \quad (27)$$

блоков умножения

$$Q_{\Pi} = 3^r; \quad (28)$$

регистров памяти

$$Q_p = \frac{1}{2}(7 \cdot 3^{r+1} - 2^{r+4} + 1). \quad (29)$$

Зависимости требуемого количества комбинационных сумматоров Q_{Σ} , устройств умножения Q_{Π} и регистров памяти Q_p от количества m вычисляемых значений корреляционной функции в предлагаемом корреляторе, а также требуемое количество устройств умножения Q_{Π}^1 для обычного параллельного коррелятора представлены в таблице 1 без учета общих для обоих устройств обрамления.

Таблица 1

m	Q_{Σ}	Q_{Π}	Q_p	Q_{Π}^1
2	5	3	16	4
4	27	9	63	16
8	51	27	220	64
16	263	81	721	256
32	1011	243	2291	1024
64	3479	729	7143	4096
128	11315	2187	21940	16384
256	35783	6561	66843	65756
512	110931	19683	202576	263024

Из таблицы видно, что по числу устройств умножения коррелятор экономичнее известных и что на современном этапе развития микроэлектроники вполне интегрально реализуем для $m = 2 \div 512$.

Рассмотренный коррелятор обладает более чем в m раз большим быстродействием при поточной обработке данных, чем обычные цифровые корреляторы параллельного действия.

При необходимости вычисления большего количества m значений корреляционной функции, чем заложено в структуре коррелятора для параллельной работы, коррелятор может использоваться в режиме параллельно-последовательного счета при соответствующей организации структуры входного устройства I.

Ниже приводится описание структуры параллельно-последовательного цифрового коррелятора.

Пакетный параллельно-последовательный цифровой коррелятор

При использовании разложения I-го порядка для блоков исходных рядов X и Y может быть построен цифровой коррелятор [3], структурная схема которого представлена на рис. 3.

В состав коррелятора входит входное устройство I, предназначенное для приема чисел рядов X и Y и распределения по входам их на блоки задержки $2_1, 2_2, \dots, 2_8$, каждый из которых содержит n сдвиговых регистров по m разрядов, где n - разрядность чисел X и Y , включая знак, а m - количество точек корреляционной функции.

Блоки задержки 2_1 и 2_2 служат для запоминания и сдвига по $\frac{m}{2}$ чисел каждый ряда X .

Блоки задержки $2_6, 2_7$ и 2_8 служат для запоминания и сдвига по $\frac{m}{2}$ чисел ряда Y каждый. Блоки задержки $2_3, 2_4$ и 2_5 служат для буферного хранения по $\frac{m}{2}$ чисел ряда Y каждый и используются с целью согласования потока данных на входе устройства со скоростью вычислений.

Входы параллельного кода блоков задержки $2_1, 2_2, \dots, 2_8$ связаны с соответствующими выходами входного устройства I. Выходы параллельного кода всех чисел блоков задержки $2_3, 2_4$ и 2_5 связаны с аналогичными входами блоков задержки $2_6, 2_7$ и 2_8 . Выход парал-

льного кода блока 2₈ подан на входы блоков 2₃ и 2₇.

Вентильные цепи для коммутации и распределение кодов, а также цепи и устройство управления на схеме не показаны.

Для вычитания чисел предназначены параллельный комбинационный сумматор 3₁ и

группа из $\frac{m}{2}$ комбинационных сумматоров

3₂. Группы из $\frac{m}{2}$ комбинационных суммато-

ров 4₁ и 4₂ группа из $\frac{m}{2}$ комбинационных

сумматоров 4₃ служат для параллельного сложения чисел.

Группы по $\frac{m}{2}$ матричных устройств умножения 5₁, 5₂ и 5₃ служат для попарного умножения чисел.

Для накопления результатов вычислений m значений корреляционной функции предназначены накапливающие сумматоры 6.

Все связи, показанные на схеме, служат для передачи параллельного кода.

Выход блока задержки 2₁ подан на первые входы устройств умножения 5₁ и на первый вход сумматора 3₁, на второй вход которого подан выход блока задержки 2₂, который также соединен с первыми входами устройств умножения 5₂. Сумматор 3₁ предназначен для реализации операции вычитания $X_i - X_{i+\frac{m}{2}}$

(где $i=1, \frac{m}{2}$) и выдачи результата по выходу на первые входы устройств умножения 5₃.

Группы сумматоров 4₁ служат для реализации параллельного сложения чисел

$Y_i + Y_{i+\frac{m}{2}}$ (где $i=1, \frac{m}{2}$), для чего первые входы

сумматоров 4₁ соединены с выходами чисел блока задержки 2₆, а вторые входы — с выходами чисел блока задержки 2₇.

Группа сумматоров 4₂ предназначена для реализации операции сложения чисел

$Y_{i+\frac{m}{2}} + Y_{i+m}$ (где $i=1, \frac{m}{2}$), для чего первые

входы сумматоров 4₂ соединены с выходами чисел блока задержки 2₇, а вторые входы — с выходами чисел блока задержки 2₈.

Группа устройств умножения 5₁ служит для реализации операции умножения

$X_i \times \left(Y_i + Y_{i+\frac{m}{2}} \right)$ (где $i=1, \frac{m}{2}$), для чего на

вторые входы устройств поданы выходы группы сумматоров 4₁.

Группа устройств умножения 5₂ предназначена для реализации операции умножения

$X_i \times \left(Y_{i+\frac{m}{2}} + Y_{i+m} \right)$ (где $i=1, \frac{m}{2}$), для чего

вторые входы устройств 5₂ соединены с выходами сумматоров 4₂.

Группа устройств умножения 5₃ служит для реализации операции умножения

$\left(X_i - X_{i+\frac{m}{2}} \right) \times Y_{i+\frac{m}{2}}$ (где $i=1, \frac{m}{2}$), для чего

на вторые входы устройств 5₃ поданы выходы чисел блока задержки 2₇.

Группа сумматоров 4₃ предназначена для реализации операции сложения

$X_i \times \left(Y_i + Y_{i+\frac{m}{2}} \right) + \left(X_i - X_{i+\frac{m}{2}} \right) \times Y_{i+\frac{m}{2}}$ (где

$i=1, \frac{m}{2}$), для чего первые входы сумматоров

соединены с выходами группы устройств умножения 5₁, а вторые входы — с выходами группы устройств умножения 5₃.

Группа сумматоров 3₂ служит для реализации операции вычитания

$X_{i+\frac{m}{2}} \times \left(Y_{i+\frac{m}{2}} + Y_{i+m} \right) - \left(X_i - X_{i+\frac{m}{2}} \right) \times Y_{i+\frac{m}{2}}$

(где $i=1, \frac{m}{2}$), для чего первые входы сумматоров

3₂ соединены с выходами группы устройств 5₂, а вторые — с выходами группы устройств 5₃.

Выходы сумматоров 4₃ и 3₂ поданы на входы m накапливающих сумматоров 6, служащих для накопления кодов m значений корреляционной функции R_{i-l} , умноженных на коэффициент $(N - i + 1)$, т.е. значения $(N - i + 1)$, где $i=1, m$ и N длина ряда чисел X .

Рассмотрим работу коррелятора. В начальный момент времени регистры блоков задержек 2 и накапливающих сумматоров 6 установлены в нулевое состояние. Из выходного устройства 1 в блоки задержки 2₁ и 2₂ заносится «пакет»

m первых слов ряда $X = x_1, \dots, x_m$, а в блоки задержки $2_6, 2_7, 2_8$ (через блоки $2_3, 2_4$ и 2_5) заносится «пакет» из $\frac{3}{2}m$ первых слов ряда

$$Y = y_1, y_2, \dots, y_{\frac{3m}{2}}.$$

Далее начинается собственно вычисление значений взаимной корреляционной функции, для чего осуществляется сдвиг влево на $\frac{m}{2}$

тактов содержимого всех блоков задержки.

При этом на входы сумматора 3_1 с выходов блоков 2_1 и 2_2 последовательно поступают сдвинутые на $\frac{m}{2}$ тактов пары чисел ряда X , а

на его выходе формируются разности этих чисел, т.е. реализуется операция вычитания двух векторов $(a_2 - a_1)$, результат которой поступает на входы устройств умножения 5_3 .

На входы сумматоров 4_1 и 4_2 поступают сдвинутые на $\frac{m}{2}$ тактов пары чисел Y и

реализуются операции сложения двух матриц $b_1 + b_2$ и $b_2 + b_3$, результаты которых поступают на входы устройств умножения 5_1 и 5_2 соответственно.

На выходе группы устройств умножения 5_1 формируется c_1 (и b_2) - результат умножения вектора a_1 (и d_2) на сумму матриц $(b_1 + b_2)$ и $(b_2 + b_3)$, который далее поступает на входы группы сумматоров 4_3 (и 3_2). На выходе группы устройств умножения 5_3 формируется c_3 - результат умножения разности векторов $a_2 - a_1$ на матрицу b_2 , который далее поступает на вторые входы групп сумматоров 4_3 и 3_2 .

В сумматорах 4_3 осуществляется сложение векторов c_1 и c_3 , а в сумматорах 3_2 осуществляется вычитание векторов c_2 и c_3 с выходов сумматоров 4_3 и 3_2 частные значения корреляционной функции $\{R_i\}$ поступают в накапливающие сумматоры 6 .

Цикл работы содержит $\frac{m}{2}$ тактов, т.е. в два раза меньше, чем в известном параллельном корреляторе. Одновременно со сдвигом чисел в блоках задержки 2 , производится ввод новых чисел рядов X и Y через входное устройство

I. При этом за $\frac{m}{2}$ тактов полностью обновляется

содержимое чисел ряда X блоков 2_1 и 2_2 , содержимое блока 2_8 переносится в блок 2_3 , новая пачка m чисел ряда Y заносится в блоки 2_4 и 2_5 . По окончании цикла содержимое блоков $2_6, 2_7$ и 2_8 заменяется содержимым блоков $2_3, 2_4$ и 2_5 .

Далее цикл работы коррелятора повторяется. После k циклов в сумматорах 6 накапливается m значений корреляционной функции $R_{i,j}$ умноженные на коэффициент $(N-i+1)$, $i=1, \overline{m}$. Если $m \ll N$ и $N = 2^v$, то с достаточной точностью значения корреляционной функции могут быть взяты со старших разрядов, начиная с v -го, накапливающих сумматоров 6 .

Вычисление автокорреляционной функции производится аналогично при вводе ряда X на оба входа устройства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ленин А.И., Макаров О.М. Алгоритмы ускоренного вычисления аперидической свертки двух дискретных функций. - В кн.: Оптимизация вычислительных методов. - Киев, 1974.
2. А.с.478315 СССР, М.кл. G06f 15/34. Цифровой коррелятор / В.А.Гайский, О.М.Макаров, А.И.Ленин. - Оpubл. 25.07.75. Бюл. № 27.
3. А.с. 536492 СССР, М.кл.² G06f 15/34. Цифровой коррелятор / В.А.Гайский, О.М.Макаров, А.И.Ленин. - Оpubл. 25.11.76. Бюл. № 43.
4. Гайский В.А. Основы обеспечения точности автоматизированных систем сбора и переработки гидрофизической информации. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. - МГИ АНУ, 1981.