ВЛИЯНИЕ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА НА СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ В БАССЕЙНЕ КОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ

О.М. Букатова

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: ocean@alpha.mhi.iuf.net

В линейной постановке изучаются плоские стоячие волны в покрытом льдом ограниченном бассейне постоянной конечной глубины. Дан анализ зависимости волновых характеристик от толщины льда, ширины и глубины бассейна.

1.Пусть на поверхности однородной идеальной несжимаемой жидкости, заполняющей ограниченный бассейн конечной глубины H, плавает ледяной покров. Его влияние на прогрессивные волны исследовалось в [1,2,3] Рассмотрим теперь влияние льда на сейшевые колебания жидкости, происходящие под действием силы тяжести. Выберем начало координат на поверхности уровня в равновесном положении, совместив с ней ось *X*. Ось *Z* направим вертикально вверх вдоль левой стенки ($X = 0$) бассейна. Моделируя ледяной покров тонкой упругой пластинкой [3] и предполагая движение жидкости потенциальным, а скорости движения частиц жидкости и прогиб льда малыми, для определения потенциала скорости φ(x, z, t) получим уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0, -H<z<0,\ 0\le x\le l \quad (1)$$

с граничными условиями на поверхности ($z = 0$)

$$D_1\frac{\partial^4\zeta}{\partial x^4}+\kappa_1\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}+\zeta+\frac{1}{8}\frac{\partial\varphi}{\partial t}=0 \quad (2)$$

и на дне ($z = -H$) бассейна

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}=0 \quad (3)$$

На боковых стенках бассейна ($x = 0$, $x = l$) должно выполняться условие

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=0 \quad (4)$$

При этом ζ и φ связаны кинематическим соотношением

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=\frac{\partial\varphi}{\partial z},\ z=0 \quad (5)$$

Здесь

$$D_1=\frac{D}{\rho g},\ \kappa_1=\frac{\rho_1 h}{\rho g},\ D=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

E, h, ρ_1, ν - модуль нормальной упругости, толщина, плотность и коэффициент Пуассона льда, ζ - прогиб льда или возвышение поверхности лед-вода, ρ - плотность воды, l -ширина бассейна.

Чтобы получить стоячие колебания, рассмотрим потенциал скорости φ в виде

$$\varphi(x,z,t)=\frac{a\sigma}{k}\Phi(x,z)\cos\sigma t,$$

где a - амплитуда вертикального смещения поверхности бассейна, κ -волновое число, σ - чистота колебаний.

Для удовлетворения уравнения (1) и граничных условий (3) на дне и (4) на стенках бассейна предположим, что зависимость φ от x и z определяется соотношением

$$\varphi(x,z,t)=\frac{a\sigma}{k}\cos kx\, ch k(z+H)\cos\sigma t, \quad k=\frac{\pi n}{l},\ n=1,2.. \quad (6)$$

Составляющие скорости частиц жидкости u и w соответственно вдоль осей x и z найдем по формулам

$$u = -a\sigma \sin kx\, chk(z+H)\cos\sigma t$$
$$w = a\sigma \cos kx\, shk(z+H)\cos\sigma t$$

Подставляя φ из(6) в кинематическое соотношение (5), получим выражение для возвышения поверхности бассейна

$$\zeta=a\cos kx\, shkx\, \sin\sigma t \quad (8)$$

Динамическое условие (2) с учетом (6) и (8) дает выражение, связывающее волновое число и частоту колебаний

$$\sigma=\sigma_0\,\sigma_1$$
$$\sigma_0=\sqrt{kg\,th\,kH}$$
$$\sigma_1=\sqrt{(1+D_1k^4)/(1+\kappa_1 kg\,th\,kH)}$$

где σ_0 представляет частоту колебаний при отсутствии льда, а величина σ_1 характеризует влияние сил упругости ($E\neq 0$) и инерции ($\kappa_1\neq 0$) льда. Видно , что цилиндрическая жесткость льда увеличивает, а его инерция уменьшает значение σ_1. При отсутствии льда σ_1=1. Величина σ_1 может равняться единице в ледовых условиях, если

$$D_l k^3 = \kappa_1 g th kh$$

При таком условии равновесие ледяной пластины достигается за счет ее внутренних сил упругости и частота колебаний жидкости остается такой же, как и в бассейне с открытой поверхностью [3]. В случае глубокой и мелкой воды это имеет место соответственно при значениях

$$k = \sqrt{\frac{\kappa_1 g}{D_1}}\ , \quad k = \sqrt{\frac{\kappa_1 g H}{D_1}}$$

С целью количественной оценки влияния льда на характеристики стоячих волн проводились

ся заметным. Аналогичный вывод следует и из анализа графических зависимостей отношения σ_0/σ от ширины бассейна, представленных на рис.2 и рис.3 для первой ($n = 1$) и второй ($n = 2$) мод соответственно. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии отвечают здесь толщинам льда 1м, 2м, 3м.

Рассмотрено также влияние льда на амплитудные значения полной скорости движения частиц жидкости у поверхности бассейна

$$V = a\sigma\sqrt{\sin^2 kx + sh^2 kH}$$

и горизонтальной составляющей скорости у дна

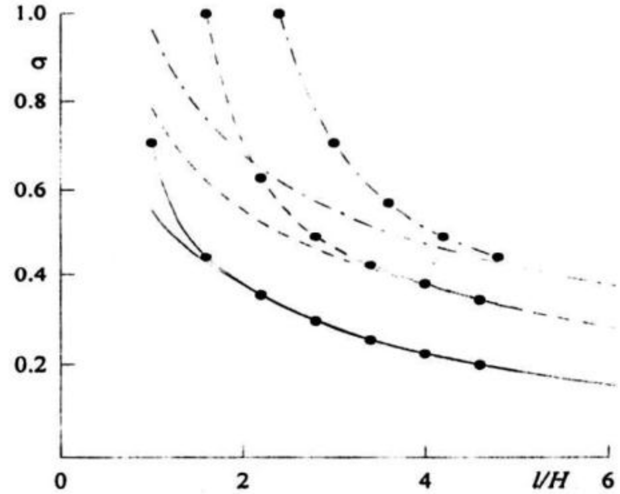

Рис.1. Влияние льда на распределения собственных частот стоячих колебаний по ширине бассейна. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии соответствуют модам с номерами 1, 2, 3 для бассейна со свободной(линии без точек) и покрытой льдом толщиной 3м(линии с точками) поверхностью.

численные расчеты для трех низших гармоник ($n = 1,2,3$) при значениях

$$\rho_l/\rho=0.87,\ \ 0 \le h \le 3\text{м}\ ,\ \ H=100\text{м}$$

Анализ результатов расчетов показал, что увеличение толщины льда приводит к росту собственных частот волновых гармоник при заданной длине λ_1 основной моды ($n = 1$). Чем выше номер моды, тем большая ее частота при фиксированных значениях λ_1 и h. Зависимость собственных частот σ стоячих колебаний от ширины бассейна l и толщины льда h показана на рис.1, где сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии соответствуют номерам мод 1, 2, 3, для бассейна со свободной (линии без точек) и покрытой льдом толщиной 3м (линии с точками) поверхностью. Видно, что с ростом ширины бассейна влияние льда на собственные частоты убывает. Однако , чем выше номер моды, тем при больших значениях l оно остает-

$$U = a\,\sigma \sin kx$$

Распределение этих величин по ширине бассейна при a = 1м, l = 250м приведено на рис.4,5,6. Графики $U(x)$ даны для трех (n = 1,2,3) мод на рис.5. Графики $V(x)$ показаны на рис.5 для первой моды и на рис.6 для второй. На всех этих рисунках сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии отвечают толщинам льда 0, 1м, 2м. Из анализа приведенных графиков следует, что амплитудные значения горизонтальной составляющей скорости для первой моды убывают (хотя и незначительно) с ростом толщины льда. Амплитуды для второй и третьей мод при этом увеличиваются. Чем выше номер моды, тем существеннее влияние льда.

Амплитудные значения полной скорости для первой моды (рис.5) также убывают с ростом толщины льда. Что касается амплитудных величин V для второй моды (рис.6), то наличие льда, в зависимости от его толщины, может как уменьшить их, так и увеличить

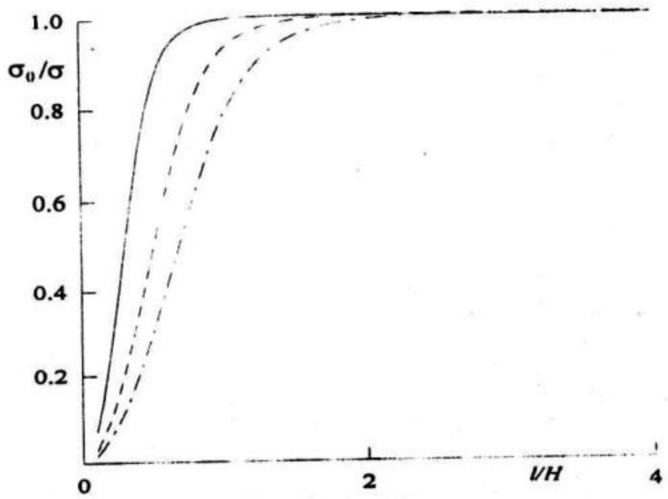

Рис.2. Зависимость собственной частоты первой моды от толщины льда. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии отвечают толщинам льда 1, 2 и 3м.

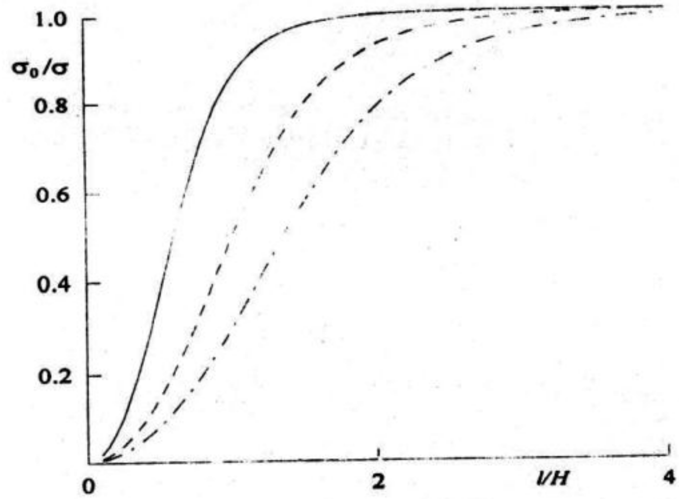

Рис.3. Зависимость собственной частоты второй моды от толщины льда. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии отвечают толщинам льда 1, 2, 3м.

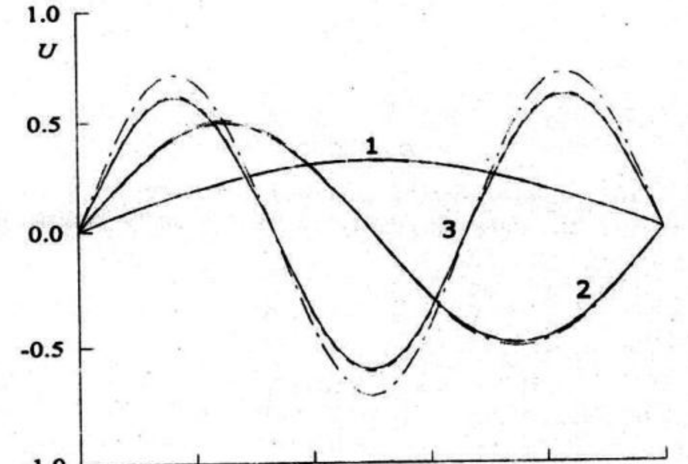

Рис.4. Распределения горизонтальной составляющей скорости стоячих волн трех низших мод (n = 1, 2, 3) по ширине бассейна. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии отвечают толщинам льда 0, 1 и 2м.

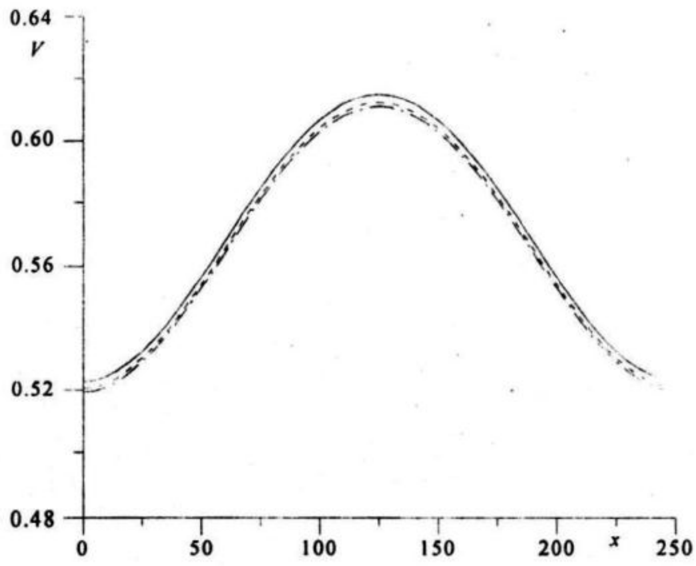

Рис.5. Распределения амплитуд полной скорости движения поверхностных частот жидкости, формируемого второй модой стоячих волн, по ширине бассейна. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии отвечают толщинам льда 0, 1 и 2м.

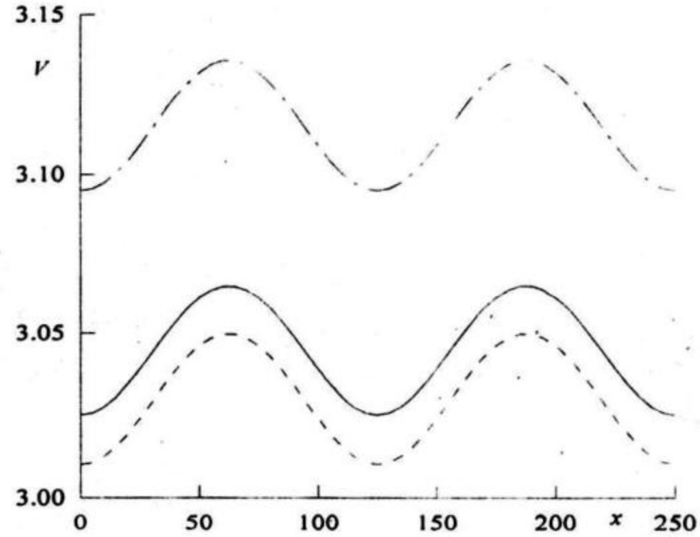

Рис.6 Распределения амплитуд полной скорости движения поверхностных частиц жидкости, формируемого второй модой стоячих волн, по ширине бассейна. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии отвечают толщинам льда 0, 1 и 2м.

ЛИТЕРАТУРА

1. Букатов А.Е. О влиянии ледяного покрова на неустановившиеся волны // Морские гидрофизические исследования. – 1970. – №3(49). – С.64 – 77.
2. Букатов А.Е. Черкесов Л.В. Влияние ледяного покрова на волновые движения // Морские гидрофизические исследования. – 1971. – №2(52). – С.113 – 144.
3. Хейсин Д.Е. Динамика ледяного покрова Л: Гидрометиоиздат. – 1967. – 215с.