

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ РАСЧЕТА УПРАВЛЕНИЯ И КОВАРИАЦИОННОГО АНАЛИЗА ДЛЯ МНОГОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ГЛАДКИМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ

*Е.А.Шушляпин, Л.В.Смиреникова,
А.Е.Шушляпина*

Севастопольский национальный техниче-
ский университет
г. Севастополь, Студгородок

E-mail: tk@sevgtu.sebastopol.ua

*Описывается компьютерный пакет про-
грамм для расчета новыми методами термина-
льного управления и ковариационной матри-
цы динамических объектов с математическими
моделями в виде нормальных систем дифферен-
циальных уравнений с нелинейными непрерыв-
ными и дифференцируемыми функциями правых
частей. В пакете также реализован в качестве
контрольного метод статистических испытаний.*

Постановка проблемы и связь с прак-
тическими задачами. В некоторых задачах
контроля окружающей среды и управления
ею используются математические модели в
виде систем обыкновенных дифференци-

$$\frac{dx}{dt} = \Phi(t, x) + B(t)u, \quad t \in [0, t_f], x(0) = x^0, \quad (1)$$

где t_f - интервал времени, на котором рас-
сматривается функционирование системы,
 x - ее n -мерный вектор состояния, x^0 -
заданный вектор начальных условий, Φ -
непрерывная и дифференцируемая n -
мерная вектор-функция времени t и со-
стояния x , B - в общем случае зависящая
от времени матрица коэффициентов при
выделенном векторе внешних воздействий

$$J = J(x(t_f)) \rightarrow J^*, \quad (2)$$

где J - непрерывная и дифференцируемая
функция конечного состояния $x(t_f)$, J^* -
желаемое значение критерия.

В задаче ковариационного анализа рас-
считываются вектор математических ожи-

альных уравнений в нормальной форме
(например, модель динамики экосистемы
Азовского моря [1] или модели растекания
и ликвидации нефтяных пятен на морской
поверхности [2]). Данные модели могут со-
держат управляющие и возмущающие
внешние воздействия. Некоторые из воз-
действий могут быть случайными с извест-
ными стохастическими моделями. Напри-
мер, для модели из [1] управляющим воз-
действием может служить объем речного
стока, регулируемый путем спуска воды из
водохранилищ, потребление биоресурсов и
др.

Анализ предшествующих исследова-
ний. Для расчета управлений и ковариаци-
онного анализа таких объектов на конечном
интервале их функционирования предложе-
ны методы, основанные на моделях конеч-
ного состояния [2], [3]. Указанные методы
опираются на исходную информацию,
имеющую сходную структуру. По этой при-
чине практическая реализация соответст-
вующих расчетных алгоритмов целесооб-
разна в одной компьютерной программе.

Постановка задачи. В настоящей рабо-
те предлагается компьютерная программа,
предназначенная для расчета управлений и
ковариационных матриц систем, которые
представляются математическими моделя-
ми вида

u . Приведение систем к аддитивным
внешним воздействиям во многих случаях
может быть произведено путем введения
дополнительных дифференциальных урав-
нений [2].

В задаче расчета управления u - изме-
няющийся во времени и подлежащий опре-
делению r -мерный вектор управляющих
воздействий. Расчет управления произво-
дится таким образом, чтобы выполнялся
терминальный критерий

даний $\bar{x}(t)$ и ковариационная матрица
 D_{xx} системы (1) при условии, что началь-
ные условия - случайные с заданными зако-
нами распределения для каждой из компо-

нент вектора, u - белозумовой случайный процесс с единичной интенсивностью.

Расчетные методы. Расчеты управления (МКС-управления) и ковариационной мат-

$$\begin{aligned}
 u(t) &= G^+ f_J(y(t_2, t)), G^+ = G^T (GG^T)^{-1}, \\
 G &= \frac{\partial J(x)}{\partial x} \Big|_{x=y(t_2, t)} W(t_2, t, x(t)) B(t), \frac{dy(\vartheta, t)}{d\vartheta} = \Phi(\vartheta, y(\vartheta, t)), \\
 \frac{dW(\vartheta, t, x(t))}{d\vartheta} &= \frac{\partial \Phi(\vartheta, x)}{\partial x} \Big|_{x=y(\vartheta, t)} \cdot W(\vartheta, t, x(t)), \\
 \vartheta &\in [t, t_2], W(t, t, (x(t))) = I, y(t, t, x(t)) = x(t), t \in [t_1, t_2],
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где I - единичная матрица, f_J - правая часть дифференциального уравнения, определяющего желаемую траекторию критериальной функции времени $\bar{J}(t) = J(y(t_f, t))$. При

$f_J = (J^* - y(t_f, t)) / T_u$ имеем соответственно экспоненциальную с постоянной времени T_u либо линейную (при $T_u = t_f - t$) траектории. При других оп-

Ковариационная матрица D рассчитывается по уравнениям

$$\begin{aligned}
 \frac{dD}{dt} &= AD + DA^T + BB^T, A = \frac{\partial \Phi(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}(t)}, \\
 \frac{d\bar{x}}{dt} &= \Phi(t, \bar{x}), t \in [0, t_f], \bar{x}(0) = \bar{x}^0,
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

где \bar{x}^0 - вектор математических ожиданий начальных условий, \bar{x} - детерминированное решение, которое при определенных условиях может рассматриваться в качестве приближенной оценки для математического ожидания состояния системы (1).

Наряду с алгоритмом (5), для статистического анализа в пакете предусмотрен и метод статистических испытаний (Монте-Карло) в варианте усреднения по реализациям и расчетом оценок математического ожидания и ковариационной матрицы в каждый момент времени. Метод Монте-Карло предназначен для верификации расчетов по алгоритму (5), поскольку последний является приближенным.

рицы производятся методом конечного состояния [2], [3].

МКС-управление на интервале $[t_1, t_2]$ рассчитывается по выражению

ределениях f_J могут быть получены другие формы траекторий, однако в данном пакете предусмотрены только экспоненциальная либо линейная траектории, причем опыт показывает, что экспоненциальная траектория предпочтительнее. Предусмотрены амплитудные ограничения на компоненты вектора управления в соответствии с неравенством

$$u_i^{min} \leq u_i(t) \leq u_i^{max}, i = 1, 2, \dots, r.
 \tag{4}$$

Особенности пакета. Решение задач с помощью пакета МКС-2002 производится в два этапа.

На первом этапе в среде DELPHI формируется динамическая библиотека процедур стандартной структуры для конкретного варианта системы. Для этого вначале формируется исходный модуль библиотеки, а затем производится его компиляция средствами DELPHI.

На втором этапе запускается программа mks.exe, в процессе диалога с которой выбирается соответствующая библиотека, переопределяются при необходимости ее параметры (их значения по умолчанию определяются в исходном модуле динамической библиотеки), выбираются объекты вы-

вода на графики, запуск на счет и сохранение графиков в файлах с форматами Bitmaps (*.bmp) либо Enhanced metafiles (*.emf). Предусмотрен также вывод графиков на принтер. Режим расчетов (МКС-управления либо статанализа) и соответствующие режимам поля для ввода исходных данных появляются автоматически в зависимости от заданного в исходном модуле динамической библиотеки текстового значения ('управление' или 'статанализ') параметра ID2.

После запуска mks.exe появляется панель выбора и подключения динамических библиотек, содержащих модели и исходные данные для различных задач.

После успешного подключения библиотеки появляется сообщение об этом и переход к панели ввода или переопределения исходных данных. При создании DELPHI-проекта динамической библиотеки желательно в ее константной части определить значения по умолчанию всех переопределяемых параметров. Это позволяет зафиксировать исходный вариант данных, что позволяет впоследствии, при экспериментах с моделью, его не потерять.

Перед счетом задачи необходимо перейти на третью панель окна настройки - панель графиков, где для каждого (или части) из шести графиков открыть перечень возможных выводимых элементов (для режимов расчета управления и статанализа этот перечень разный) и выбрать один из них. Вывод всех нестандартных элементов производится через массив параметров Ptm.

После выбора графиков посредством инструментальной кнопки «Пуск» или пункта меню с этим же названием задача запускается на счет. Для удобства слежения за временем счета выводится окно с часами и кнопкой «Стоп», после нажатия которой и подтверждения останова счета, счет прекращается. При этом накопленные массивы данных не теряются, а выводятся на заказанные графики. Графики допускают изменения цвета и масштаба.

Структура динамической библиотеки. Подготовительная работа, осуществляемая пользователем, сводится к формированию исходного модуля динамической библиотеки и его компиляции. Служебные процедуры и функции ModelID, GetName, GetVal, SetW, GetW, а также раздел Exports изме-

нять нельзя. Процедура UserUpг предназначена для учета нестандартных ситуаций при расчете управления и статанализа. Для этих же целей предназначены параметры t1, t2 и массив из 8 параметров Ptm, посредством которых процедуры, тела которых формирует пользователь (RP_W, RP_x0, CritFun, GradCF, MatrB, UserUpг), обмениваются данными с панелью ввода исходных данных задачи mks.exe. При этом t1, t2 используются только в UserUpг. Посредством массива Ptm можно обмениваться с панелью ввода исходных данных программы mks.exe, где каждый его элемент, начальные значения которых задаются константным массивом Defaults, можно переопределить. Там же (в разделе констант) определяются в массиве Names и содержательные имена параметров (они в диалоге не переопределяются). Кроме того, все элементы массива Ptm могут отображаться на графиках путем выбора из списка графиков пунктов Параметр 1, Параметр 2, ...

Процедура RP_W предназначена для формирования столбца производной переходной матрицы W в уравнениях (3) или столбца матрицы AD из алгоритма (5).

Процедура RP_x0 предназначена для вычисления $dy(\vartheta, t)/d\vartheta$ в (3) или $d\tilde{x}/dt$ в (5).

Процедура CritFun, используемая только в режиме расчета МКС-управления, когда ID2='Управление', предназначена для вычисления значения целевой функции критерия (2) и ее результат должен быть сохранен в выходной переменной CF. Аргументами целевой функции в процедуре является массив x.

Процедура GradCF также используется только при ID2='Управление' и предназначена для вычисления компонент вектора градиента. Ее выходом является массив GCF. Здесь также для обмена информацией с панелью ввода, а также вывода информации можно использовать массив Ptm.

Процедура MatrB предназначена для ввода коэффициентов при управлениях (или белошумовых воздействиях) в виде переменной во времени матрицы B.

Процедура UserUpг предназначена для нестандартной обработки. Так, с ее помощью, задавая параметры t1 и t2 (t1<=t2), можно МКС-управление комплексировать с

управлением пользователя, поскольку МКС-управление рассчитывается только на интервале между t_1 и t_2 . В режиме же статанализа параметры t_1 , t_2 могут использоваться для дополнительного взаимодействия с панелью ввода исходных данных. Сама же процедура UserUpg в этом режиме может использоваться для расчета оценок статистических характеристик функций координат или их совокупностей (причем не только матожиданий и ковариаций). Следует, однако, отметить, что последнее относится только к случаю использования метода Монте-Карло. При использовании же алгоритма (5) моменты высших порядков определить нельзя, а для определения статистических характеристик функций координат нужно приводить исходную систему к такому виду, чтобы искомая функция являлась переменной состояния. Вывод нестандартной статистики производится через массив Prm. Следует также учитывать, что обращение к процедуре UserUpg происходит после того, как вычисленное по (3) управление ограничивается в соответствии с (4).

Таким образом, исходные модули библиотеки для режимов управления и статанализа при использовании одного и того же объекта отличаются значениями параметра ID2, использованием или неиспользованием процедур CriFun, GradCF, дополнительными уравнениями в результате приведения задач к виду (1), различными в общем случае элементами массива BB в процедуре MatrB (матрицы при управляющих и возмущающих воздействиях в общем случае различные). Следует отметить, что при наличии и управляющих и возмущающих воздействий в режиме управления все **возмущающие** воздействия (они должны быть известны как функции времени) включаются в вектор Φ . Аналогично в режиме статанализа все известные **управляющие** воздействия также включаются в вектор Φ . А это означает, что включенные в вектор Φ воздействия задаются соответствующими операторами в процедуре RP_x0. Кроме того, параметр Turg в разных режимах имеет разный смысл: в режиме управления - постоянная времени желаемой экспоненциальной критериальной функции; в режиме статанализа - число реализаций метода Монте-Карло.

Пакет снабжен интерактивной контекстно-ссылочной справочной системой, содержащей приведенные выше и другие сведения, описания тестовых задач (в том числе и из области морской экологии [2]), а также исходные и откомпилированные модули динамических библиотек для тестовых задач.

Выводы. Применение пакета к решению тестовых задач, исходные тексты dll-библиотек которых является составной частью пакета, показал его высокую эффективность при расчете управления и ковариационном анализе. Так, при сопоставимой точности статанализ методами Монте-Карло и предлагаемым различается на два порядка в пользу последнего. Что же касается расчета управления в задачах вида (1), (2), то методы, сопоставимые с предлагаемым по универсальности и простоте подготовительной работы, нам неизвестны. Пакет можно также использовать в качестве универсального средства имитационного моделирования дифференциальных и гибридных систем.

Перспективы. Предполагается расширить область применения пакета на системы с дополнительными алгебраическими ограничениями и на гибридные системы. Кроме того, для облегчения подготовительной работы предполагается снабдить пакет независимыми средствами ввода, редактирования, трансляции и отладки моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимченко И.Е. и др. Модель динамики экосистемы Азовского моря // Морской гидрофизический журнал.-1999.-№4.-С. 53 - 63.
2. Шушляпин Е.А. Интегрированные модели и управление в задаче очистки загрязненной акватории // Морской гидрофизический журнал.-2001.-№4.-С.72-79.
3. Шушляпин Е.А. Ковариационный анализ динамических систем с дифференцируемыми нелинейностями. - Динамические системы: межвед.науч.сб; Симф.гос ун-т. - Симферополь: 2002.-№17.С.3-11.