

ОСОБЕННОСТИ ИНТЕРПОЛЯЦИИ НЕПОЛНЫХ РЯДОВ НАТУРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ

А.Н. Жуков

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
99000 Севастополь, Капитанская, 2
E-mail sa@alpha.mhi.iuf.net

Рассматриваются возможности использования спектральных моделей природных процессов (периодических или квазипериодических) с модулируемой амплитудой гармоник для замены отсутствующих данных наблюдений в их рядах с целью уменьшения искажений при спектральном анализе таких рядов.

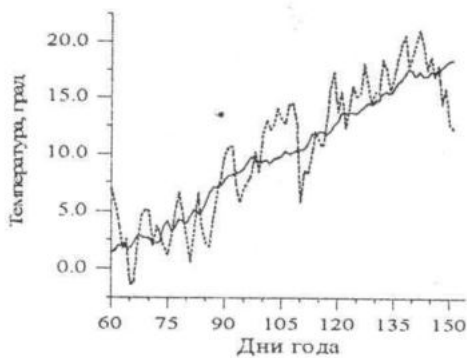
Несмотря на то, что известно большое число методов замены отсутствующих данных в рядах при их анализе, в основном сводящихся к задаче интерполяции, данная проблема остается актуальной. Это связано с тем, что геофизические и другие подобные им ряды измерений чаще всего имеют характер "всюду ломаных", независимо от масштаба дискретизации. В этом случае применение упомянутых выше методов неизбежно влечет за собой осреднение дан-

ных. При дальнейшем спектральном анализе это может привести к искажению спектра, особенно, в области высоких частот или к появлению ложных составляющих.

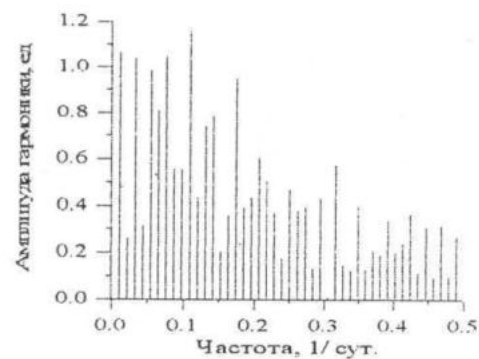
Степень влияния пропущенных данных на спектр исследуемого отрезка ряда пропорциональна отношению общей продолжительности пробелов к длине отрезка, если соблюдены известные условия дискретизации непрерывных процессов [1]. Чтобы восстановить исходный временной сигнал по его отсчетам, т.е. осуществить интерполяцию множества значений между этими отсчетами, нужно пропустить дискретизированные данные через идеальный фильтр НЧ с прямоугольной частотной характеристикой. Используя теорему о свертке во временной и частотной областях можно получить:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} x(nT) \operatorname{sinc}([t - nT]/T),$$

где $x(t)$ - непрерывный, действительный сигнал с ограниченным спектром, верхняя частота которого равна f_n ; T - интервал равномерных отсчетов по времени ($f_n = 1/T = f_b/2$ - частота Найквиста или частота сворачивания); n - номер отсчета по времени; $\operatorname{sinc}(x) = \sin(\pi x) / (\pi x)$.



а)



б)

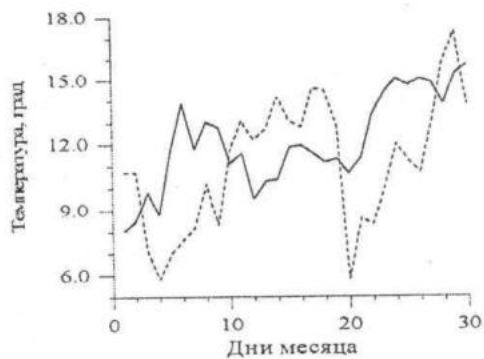
Рис. 1 - Ряд среднесуточной температуры воздуха в Феодосии за март – май 1967 г. (а) (--- - измерения, --- - средние на каждый день года значения измерений за 45 лет (1945 – 1989 г.г.)) и его спектр после удаления тренда (б).

Это выражение представляет собой математическую запись теоремы отсчетов во временной области (теоремы Котельникова). Из данной теоремы следует, что, при интерполяции сигнала между любыми двумя точками отсчета по времени ($t_2 - t_1 = \Delta t$), он будет восстановлен с точностью до сум-

мы его составляющих с частотами $f \leq 1/(2\Delta t)$. Следовательно, для восполнения пробелов, существенно превышающих по продолжительности T , можно использовать информацию об изменчивости сигнала по соседним отрезкам, не имеющим пропусков, если известны закономерности измен-

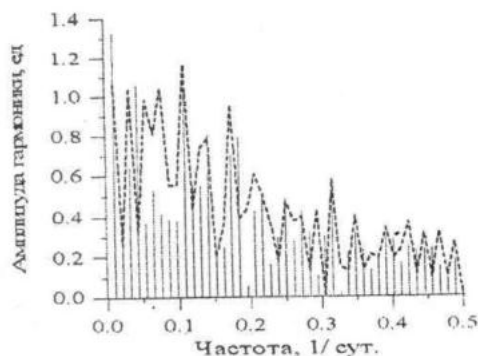
чивости спектрального распределения восстанавливаемого сигнала по времени.

В качестве иллюстрации можно использовать, как характерные, ряды температуры воздуха, например, отрезок ряда среднесуточной температуры воздуха в Феодосии весной 1967 г. (рис. 1), в котором искусственно был создан пробел в апреле. Спектр исходного сигнала был получен после удаления тренда, рассчитанного скользящим средним по отрезку в 40 суток с центральным положением точки осреднения. Как уже было сказано, основным источником



а)

спектральных искажений при замене отсутствующих данных является осреднение, т.е. по сути операция фильтрации [2]. Оценим степень этих искажений с помощью наиболее простых вариантов осреднения. На рис. 2 приведены результаты замены данных для апреля на средние на каждый день месяца значения за 2 года - предыдущий и последующий. В двух других вариантах использовались средние на каждый день апреля значения за 10 лет (5 предыдущих и 5 последующих) и за 45 лет.



б)

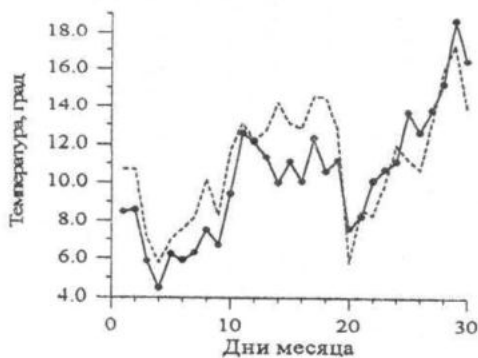
Рис. 2 - Ряды среднесуточной температуры воздуха в Феодосии за апрель 1967 г. (а) (--- - измерения, --- - средние на каждый день месяца за 2 года) и их спектры за март - май 1967 г. после замены данных за апрель на средние и удаления тренда (б). Огибающая спектра измерений показана пунктиром.

Сравнение полученных спектров с исходным показывает, что при таких вариантах замены отсутствующих данных наибольшие искажения ($> 50\%$) характерны для гармоник с периодами 3 - 3.5, 4.5 - 6 и 10 - 25 суток, т.е. в области высоких и средних для данного ряда частот. Очевидна существенная несинфазность исходного и осредненных сигналов с частичным сохранением исходной формы по составляющей с периодом около 15 суток. Это связано с тем, что сама процедура осреднения по отрезку, как бы она не была организована, приводит к ограничению спектра сигнала фильтром НЧ с частотой среза $f_c = 1/\Delta T$, ΔT - длина отрезка осреднения. Поскольку у такого фильтра АЧХ не имеет идеальной, прямоугольной формы, а ΔT в данном случае равно месяцу, то в наибольшей степени в сигнале подавляются гармоники с периодами от 2 до 12 - 15 суток, а в наименьшей - от 25 до 30 суток, что и видно по разнице в спектрах на рис. 2, б.

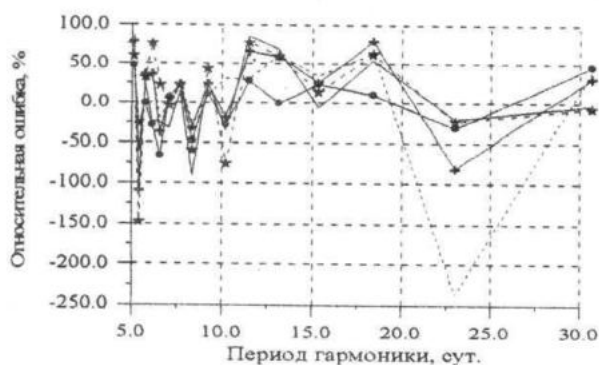
Кроме того, значения сигнала, используемые для осреднения, рассчитываются по формальным календарным срокам, а не по ритму самого процесса, что, с учетом его полипериодичности, приводит к несинхронности с исходным рядом. Можно попробовать сдвинуть начала отрезков осреднения с учетом наблюдаемой фазы хотя бы основной для данного сигнала составляющей с периодом 15 суток. Однако, и это искажения спектра существенно не уменьшает (рис. 3, б). Тем не менее, в более общем виде и с рядом существенных дополнений данный подход может быть использован для решения поставленной задачи.

Необходимость дополнений связана с тем, что традиционное представление о природе естественных сигналов описывает их в виде сложного стохастического осциллятора, состоящего из тренда, периодических компонент и шума. Обычно под трендом понимается направленное возрастание или убывание значений временного ряда.

Однако, согласно [1] тренд – это любая составляющая процесса, период которой превышает длину реализации. Т.е., по крайней мере для процессов, демонстрирующих наличие явных, устойчивых циклов, тренд можно рассматривать как часть квазипериодического процесса (или процессов) с



а)



б)

Рис. 3 - Ряд среднесуточной температуры воздуха в Феодосии за апрель 1967 г. (а) (--- - измерения, -•-•- - средние на каждый день апреля по группе гармоник за 2 соседних месяца) и относительная ошибка по каждой гармонике его спектра (март - май 1967 г.) после замены измерений апреля на среднее за 2 года (- - -), за 10 лет (---), за 45 лет (-+--+), за 2 соседних месяца со сдвигом на -9 дней в марте и на +7 дней в мае (-*-*) и по группе гармоник за 2 соседних месяца (-•-•-) и удаления тренда (б).

Тогда, для таких сигналов можно предложить другую модель – систему полипериодических осцилляторов, обладающих свойствами многоуровневой, самоподобной амплитудной модуляции и резонансного взаимодействия между гармониками [3]. Такой подход с использованием метода внутриспектрального анализа позволяет описывать исследуемые процессы спектральными моделями с модулируемой амплитудой гармоник [3]. Упрощенный вариант такой модели может быть использован и в данном случае.

Для этого необходимо при замене пробелов в данных использовать суперпозицию сигналов всей или части группы гармоник - доминант, близких по периоду для двух равных длине пробела участков ряда до и после него. При этом амплитуды и фазы гармоник определяются обычным средним по значениям для этих участков. В данном случае были использованы гармоники - доминанты с периодами 10 - 20 суток. Из рис. 3 видно, что такой вариант замены приблизил форму сигнала к исходной именно в части этих гармоник с относительной

ошибкой определения их амплитуд не более 25%.

Более общий вариант такого алгоритма предполагает выполнение описанных действий для всех гармоник в спектрах отрезков до и после пробела в данных с суперпозицией полученных синхронизированных колебаний. Необходимо заметить, что в этом случае процедура определения фазы гармоник, используемых для замены пробелов в данных, не сводится к простому среднему значений для соседних участков ряда и требует специальной разработки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марпл – мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения/ Пер. с англ. - М. : Мир, 1990. - 584 с.
2. Коняев К.В. Спектральный анализ случайных океанологических полей. - Л. : Гидрометеиздат, 1981. - 207 с.
3. Жуков А.Н. Моделирование временных рядов природных процессов с помощью спектральных моделей с модулируемой амплитудой гармоник // Системы контроля окружающей среды, 2003. - С. 73 - 76.