ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ АВТОНОМНЫМ ПОДВОДНЫМ АППАРАТОМ

А.Т. Барабанов, Д.Н. Старинская

Севастопольский национальный технический университет
г. Севастополь
E-mail: tk@sevgtu.sebastool.ua

В работе рассматривается автоколебательный режим управления автономным подводным аппаратом, предназначенным для измерения параметров морской среды. В качестве эффективного средства анализа периодических режимов предлагается алгебраическая форма метода гармонического баланса для нелинейных САУ с неоднозначными нелинейностями.

Введение. Поскольку для исследования океана большое значение имеют эксперименты по изучению глубинных профилей, в рамках международной программа создания системы наблюдений за Мировым океаном "the World Ocean Circulation Experiment" (WOCE) создано глобальное покрытие Мирового океана буями, дрейфующими не только на поверхности, но и на глубинах [1]. Ныряющие буи дрейфуют на заданном горизонте, всплывают на поверхность через заданный интервал времени, передают на спутники ARGOS сигнал, содержащий данные о температуре и давлении, а также позволяющий зафиксировать их положение, и вновь опускаются на горизонт дрейфа [1]. Конструкция и принцип функционирования таких буев подробно описан в работе [2].

Возникает проблема управления ныряющим буем, которую можно понимать как задачу стабилизации ныряющего буя на заданной глубине.

Принцип действия дрифтера, как подводного устройства поплавкового типа, может быть основан на периодическом изменении соотношения между его весом и водоизмещением путем изменения объема буя за счет выдвигания поршня на дне буя. Поплавковое устройство такого типа совершает колебательные движения относительно заданной глубины h_0 с амплитудой, определяемой верхней h_2 и нижней h_1 глубинами срабатывания системы управления плавучестью. При погружении буя в момент достижения глубины h_1 поршень выдвигается, до некоторого предела, при всплытии буя в момент достижения глубины h_2 – задвигаетя. САУ дрейфующим буем в данном режиме эксплуатации может рассматриваться как автоколебательная система управления релейного типа с обратной связью.

Важной представляется проблема выбора параметров, обеспечивающих нужный режим (определенной амплитуды, частоты) колебаний дрифтера.

Математическая модель дрифтера как управляемого поплавкового устройства. Согласно [3], вертикальное движение ныряющего дрифтера может быть описано следующей динамической моделью:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{F_b - F_d}{M}, \qquad (1)$$

где z – смещение текущей глубины от заданной h_0, F_b – сила плавучести, F_d – сила сопротивления, M – масса дрифтера.

Сила гидродинамического сопротивления обычно принимается пропорциональной квадрату скорости движения буя:

$$F_d = gK_1 \frac{dz}{dt}\left|\frac{dz}{dt}\right|,$$

где g – ускорение силы тяжести, $K_1 > 0$ – коэффициент сопротивления.

Плавучесть ряда типов буев контролируется путем изменения объема за счет выдвигания поршня на дне буя:

$$F_b = -\rho g V,$$

где V – отклонение объема буя от номинального, ρ – плотность морской среды. Номинальным является объем, при котором буй имеет нейтральную плавучесть. Примем $\frac{dV}{dt} = -K_2$ при всплытии, $\frac{dV}{dt} = K_2$ во время погружения, где $K_2 > 0$ – коэффициент интенсивности изменения объема.

В модели (1) можно выделить две нелинейности: нечетно-симметричную нелинейность $gK_1 \frac{dz}{dt}\left|\frac{dz}{dt}\right|$, возникающую в результате действия силы гидродинамического сопротивления, и нелинейность релейного типа, связанную с действием вынуждающей силы.

Для теоретического анализа модель (1) рассмотрим в виде:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dz}{dt} = w, \\ &\frac{dw}{dt} = -\frac{\rho g}{M}V - \Phi_1(w), \\ &\frac{dV}{dt} = -\Phi_2(z,w) \end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

где $\Phi_1 = \frac{gK_1}{M} w|w|$, $w = dz/dt$, Φ_2 –нелинейность, возникающая вследствие действия вынуждающей силы. В силу указанного выше принципа управления нелинейность Φ_2 представляет собой релейную гистерезисную характеристику Соответствующий вид нелинейности $\Phi_2(z,\dot{z})$ указан на рисунке 1.

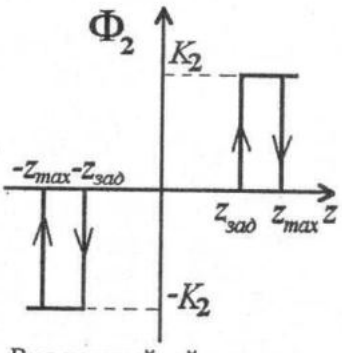

Рис. 1 – Вид нелинейной характеристики Φ_2

Полиномиальный подход к решению уравнения гармонического баланса для неоднозначных нелинейностей. В первом приближении решить вопрос о существовании и параметрах автоколебаний в нелинейной системе позволяет известное уравнение гармонического баланса

$$[K(a,\omega) + K'(a,\omega)j]W(j\omega) = -1, \qquad (3)$$

где a – амплитуда; ω – частота первого приближения периодического решения $x = a\sin\omega t$; $W(s)$ – передаточная функция линейной части системы; K и K' – коэффициенты гармонической линеаризации нелинейности, являющиеся в общем случае функциями амплитуды и частоты. Здесь будет рассматриваться наиболее распространенный случай, когда коэффициенты гармонической линеаризации не зависят от частоты и являются функциями амплитуды автоколебаний

$$K = K(a), \quad K' = K'(a).$$

В инженерной практике широкое распространение получил способ решения уравнения (3), основанный на построении и визуальном анализе годографа линейной части системы и функции $-1/[K(a) + jK'(a)]$. Представляет интерес возможность применения для решения уравнения (4) метода, не требующего графических построений и позволяющего выполнять расчет автоматически, без вмешательства пользователя.

На основании представлений для вещественной $P(\omega) = \mathrm{Re}W(j\omega)$ и мнимой $Q(\omega) = \mathrm{Im}W(j\omega)$ частотных характеристик линейной части системы в виде рациональных функций

$$\begin{aligned} P(\omega) &= A(\xi)/D(\xi), \\ \omega Q(\omega) &= B(\xi)/D(\xi), \end{aligned} \qquad (4)$$

где $\xi = -\omega^2$, $A(\xi), B(\xi), D(\xi)$ – многочлены, определяемые по $W(j\omega)$, уравнение (1) может быть преобразовано к виду [4]

$$\left.\begin{aligned} F(\xi,a) = 0 \\ G(\omega,a) = 0 \end{aligned}\right\}, \qquad (5)$$

где

$$\begin{aligned} F(\xi,a) &= A(\xi) + r(a)D(\xi), \\ G(\omega,a) &= B(-\omega^2) + r'(a)\omega D(-\omega^2), \end{aligned} \qquad (6)$$

$$r = \frac{K}{K^2 + K'^2}, \qquad r' = -\frac{K'}{K^2 + K'^2}. \qquad (7)$$

Будем рассматривать (5) как систему двух полиномиальных уравнений от неизвестной ω, содержащую параметры r и r'. Воспользуемся средствами теории результантов.

Рассматривая полиномы (6) как многочлены от ω вида

$$F = a_0\omega^l + \ldots + a_l, \; a_i = a_i(r,r'), i = 0,\ldots,l,$$

$$G = b_0\omega^m + \ldots + b_m, \; b_k = b_k(r,r'), k = 0,\ldots,m,$$

можно вычислить их результант [5]

$$R = \mathrm{Res}(F,G) \qquad (8)$$

– определитель матрицы Сильвестра, сформированной из коэффициентов многочленов F и G

$$Syl(F,G)=\begin{pmatrix} a_0 & & & & b_0 & & & \\ a_1 & a_0 & & & b_1 & b_0 & & \\ a_2 & a_1 & \ddots & & b_2 & b_1 & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & a_0 & \vdots & & \ddots & b_0 \\ & \vdots & & a_1 & & \vdots & & b_1 \\ a_l & & & & b_m & & & \\ & a_l & & \vdots & & b_m & & \vdots \\ & & \ddots & & & & \ddots & \\ & & & a_l & & & & b_m \end{pmatrix}.$$

Вычисляя этот определитель, в регулярном случае получим многочлен переменных r и r'. Причем $r(a)$ и $r'(a)$ определяются, в свою очередь, соотношениями (7). Кроме того, возможен нерегулярный случай, когда $\mathrm{Res}(F,G) \equiv 0$. Нерегулярный случай требует дополнительного анализа и здесь рассматриваться не будет.

Согласно [5], F и G имеют общий делитель в том и только том случае, когда

$$\mathrm{Res}(F,G) = 0. \qquad (9)$$

Подставляя (7) в полином (9) и решая нелинейное уравнение

$$R(a) = 0, \qquad (10)$$

определим значения a, при которых выполняется условие (9) существования НОД многочленов $F(\omega) = F(\omega, r(a))$, $G(\omega) = G(\omega, r'(a))$. Если существует такое a, при котором выполнено (10) и условие

$$\rho^{+}(C) \geq 1,$$

где $\rho^{+}(C)$ – число всех различных положительных корней многочлена

$$C(\omega) = НОД\ F(\omega,a), G(\omega,a),$$

то уравнения (5) разрешимы и положительные корни многочлена $C(\omega)$ определяют возможные значения частоты автоколебаний ω, а решения уравнения (10) – значения амплитуды a.

Выводы. Представлена математическая модель вертикального движения ныряющего буя как устройства, функционирующего в режиме автоколебаний. Динамика дрифтера описывается системой уравнений, содержащей две нелинейные зависимости. Предложена схема анализа автоколебательного режима работы дрифтера на основе решения уравнения гармонического баланса методами полиномиального анализа. Рассмотренная схема приводит к необходимости численного решения сложного уравнения (10). Однако предложенная методика эффективна в случае невысокой размерности системы. Предложенный алгоритм может быть реализован в мощной компьютерной математической системе символических вычислений Maple.

ЛИТЕРАТУРА

1. World Wide Web Site: http://rus.hydromet.com/~argo/
2. D'Asaro, E.A. Performance of Autonomous Lagrangian Floats. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 2003 Vol. 20. – P. 896–911.
3. Lherminier P., R.R. Harcourt, R.W. Garwood, J.-C. Gascard. Interpretation of mean vertical velocity measured by isobaric floats during deep convective events. Journal of Marine Systems, 2001, Vol. 29. – P. 221–237.
4. Барабанов А.Т., Безденежных Д.Н. Алгебраическая форма анализа периодических режимов в нелинейной системе//Вестник СевГТУ. Сер. Автоматизация процессов и управление, 2000. – Вып. 27. – С. 4–10.
5. Кокс Д, Дж. Литтл, Д. О'Ши. Идеалы, многообразия и алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры. – М.:Мир, 2000. – 687 с.