

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ
ПРОСТРАНСТВЕННОГО
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ПОВЕРХНОСТНЫХ ДАВЛЕНИЙ
НА ВЫНУЖДЕННЫЕ ВОЛНЫ
НА ОГРАНИЧЕННОМ БАССЕЙНЕ**

Маркова Н. В., Черкесов Л. В.

Морской гидрофизический институт
НАН Украины,
г. Севастополь ул. Капитанская 2
E-mail: otw@alpha.mgi.iuf.net

В рамках линейной теории длинных волн с использованием численных методов изучаются колебания свободной поверхности жидкости в кольцевом бассейне переменной глубины. В качестве генератора волн рассматриваются периодические по времени изменения атмосферного давления. Выполнен анализ зависимости формы профиля свободной поверхности от периода и пространственного распределения возмущающих давлений.

Введение. Изучение свободных линейных колебаний однородной невязкой жидкости в кольцевых бассейнах постоянной глубины без учета действия силы Кориолиса проведено в [1]. Влияние вращения Земли и геометрических характеристик водоема на свободные колебания заполняющей его невязкой жидкости рассматривалось в [2-4]. Для кольцевых бассейнов переменной глубины решение задачи о вынужденных волнах, вызываемых действием поверхностных давлений линейного профиля, получено и подробно исследовано в [5,6]. В настоящей работе продолжено исследование вынужденных колебаний (ВК) жидкости, генерируемых периодическими по времени изменениями атмосферного давления. Для кольцевых бассейнов переменной глубины проведено сравнение профилей свободной поверхности осесимметричных волн, возникающих в результате воздействия поверхностных возмущений, имеющих различное пространственное распределение. Проанализировано влияние периода и профиля вынуждающих давлений на структуру свободной поверхности.

Постановка задачи. Рассмотрим в цилиндрических координатах (r, θ, z) бассейн переменной глубины, заполненный однородной невязкой жидкостью. Бассейн имеет форму кольца: внутренняя граница кольца $r=a_1$, внешняя $r=a_2$. Профиль дна – выбираем его параболическим – зависит только от одной пространственной координаты r .

На жидкость действуют периодические по времени возмущения атмосферного давления, которые в выбранной системе координат имеют вид

$$p(r, \theta, t) = p_0 \psi(r) \sin \sigma t. \quad (1)$$

Здесь p_0 – амплитуда возмущений атмосферного давления, $\max |\psi(r)| = 1$, σ – частота вынужденных колебаний, t – время. Перепад давления на границах бассейна равен 5 гПа.

Предполагаем, что возникающие под воздействием (1) волны являются длинными, колебания – малыми, учитываем действие силы Кориолиса. Потребуем выполнения условия непротекания на вертикальных боковых стенках бассейна (глубина у стенок равна 1 м):

$$u(a_1, \theta, t) = 0, \quad u(a_2, \theta, t) = 0,$$

где u – радиальная составляющая скорости.

Численное решение. Будем искать решение в виде, не зависящем от угла θ и периодически зависящем от времени (осесимметричные волны):

$$\zeta(r, \theta, t) = \bar{\zeta} \sin \theta,$$

$$u(r, \theta, t) = \bar{u} \cos \theta, \quad v(r, \theta, t) = \bar{v} \sin \theta,$$

здесь ζ – возвышение свободной поверхности, v – тангенциальная составляющая скорости. Для определения $\bar{\zeta}$ получаем уравнение:

$$r^2 h \bar{\zeta}_{rr} + (r^2 h_r + rh) \bar{\zeta}_r + \frac{\sigma^2 - f^2}{g} r^2 \bar{\zeta} = -d [r^2 h \psi_{rr} + (r^2 h_r + rh) \psi_r],$$

где $h(r)$ – глубина бассейна, f – параметр Кориолиса, g – ускорение свободного падения, ρ – плотность жидкости, $d = p_0 / \rho g$. Из данного уравнения функцию $\bar{\zeta}$ определяем численно

методом Рунге-Кутты. Функции u и v находятся затем через $\bar{\zeta}$.

С целью установления влияния профиля вынуждающего давления на волновой процесс рассмотрим три вида амплитудной функции $\psi(r)$:

$$\psi(r) = (r-a_1)^{1/4} / (a_2-a_1)^{1/4} \quad (2)$$

$$\psi(r) = (r-a_1) / (a_2-a_1) \quad (3)$$

$$\psi(r) = (r-a_1)^4 / (a_2-a_1)^4 \quad (4),$$

а также бассейны с такими размерами:

$$a_1 = 50 \text{ км}, h_0 = 4000 \text{ м}, a_2 = 1000 \text{ км} \quad (5)$$

$$a_1 = 50 \text{ км}, h_0 = 4000 \text{ м}, a_2 = 3000 \text{ км} \quad (6)$$

$$a_1 = 50 \text{ км}, h_0 = 1000 \text{ м}, a_2 = 1000 \text{ км} \quad (7)$$

$$a_1 = 50 \text{ км}, h_0 = 1000 \text{ м}, a_2 = 3000 \text{ км} \quad (8),$$

где h_0 — максимальная глубина бассейна.

Параметр Кориолиса f соответствует 60° с.ш. (инерционный период равен 13 ч 50 мин).

Чтобы выяснить, какое влияние оказывает изменение амплитудной функции и периода возмущающего давления на количество и расположение узловых точек свободной поверхности в указанных бассейнах, для каждого из видов атмосферного давления (1), (2)-(4) изменяем период τ вынужденных колебаний в пределах, включающих первые три моды свободных колебаний [5, 6].

При анализе результатов численных экспериментов получено:

— увеличение максимальной глубины бассейна в четыре раза (от 1000 м до 4000 м) и ширины бассейна от 1000 км до 3000 км приводит к изменению координат узловых точек свободной поверхности для одних и тех же значений τ . С ростом частоты колебаний порядок появления и расположение узловых точек свободной поверхности друг относительно друга для бассейнов с различными геометрическими характеристиками сохраняется;

— при воздействии давлений (1), (2) на жидкость, заполняющую каждый из рассматриваемых бассейнов, узлы свободной поверхности возникают в окрестности $r=a_1$ и с убыванием периода колебаний перемещаются в направлении $r=a_2$. Когда атмосферное воздействие имеет вид (1), (3), в каждом из указанных бассейнов с убыванием периода первая и вторая узловые точки появляются

последовательно в окрестности внешней границы ($r=a_2$). Координаты этих узлов уменьшаются, пока один из них не "уйдет" за пределы внутренней границы кольца ($r=a_1$). При этом возникают две новые узловые точки и узел с наименьшей координатой смещается в направлении $r=a_1$. Два других узла "движутся" в сторону внешней границы бассейна. Если воздействие на жидкость имеет вид (1), (4), то с уменьшением τ все узловые сдвигаются к внутренней границе кольца. При этом узлы появляются вблизи $r=a_2$, а исчезают в окрестности $r=a_1$.

Пренебрегая действием силы Кориолиса, получаем, что тангенциальная составляющая скорости жидкости v равна нулю. Поэтому любые две радиальные линии бассейна можно принять в качестве твердых стенок. Для бассейна подобного вида выбираем размеры, характерные для Черного моря:

$$a_1 = 150 \text{ км}, h_0 = 2000 \text{ м}, a_2 = 450 \text{ км}. \quad (9)$$

Полагаем, что на жидкость в данном случае воздействуют те же давления (1) с амплитудными функциями (2)-(4). При действии давления (1),(2) каждый новый узел возникает в окрестности внутренней стенки кольца ($r=a_1$). С уменьшением периода вынуждающей силы все узловые точки смещаются в направлении наружной стенки кольцевого бассейна ($r=a_2$).

Для амплитудной функции атмосферного давления (3) свободная поверхность имеет один узел, когда период вынуждающей силы находится в интервале (0 ч 48 мин 10 с; 13 ч 00 мин 00 с). При $\tau = 13$ ч 00 мин 00 с первый узел находится в точке 325,0 км, и с убыванием τ в указанном диапазоне его координата уменьшается. При $\tau = 0$ ч 48 мин 10 с первый узел переместился в точку 264,5 км. Когда $\tau = 0$ ч 48 мин 00 с, вблизи внешней стенки бассейна возникает второй узел (262,4 км), а первый имеет координату 447,6 км. Оба узла с уменьшением периода перемещаются в направлении внутренней стенки кольца $r=a_1$. Когда $\tau = 0$ ч 41 мин 40 с, то координаты узлов равны 154,4 км и 351,8 км. С дальнейшим убыванием τ до 0 ч 32 мин 30 с первый узел исчезает, но при этом появляются два новых (222,2 км, 266,7 км); второй узел находится в точке 391,7 км, и его координата растёт с

уменьшением периода колебаний. При $\tau=0$ ч 31 мин 50 с координаты узловых точек таковы: 166,6 км, 317,7 км, 446,2 км. Следовательно, когда свободная поверхность имеет один или два узла, с убыванием τ узловые точки смещаются внутрь кольца. Когда количество узлов равно трем, узел с наименьшей координатой перемещается в сторону $r=a_1$, а остальные два – в противоположном направлении.

Если амплитудная функция давления имеет вид (4), диапазон периодов, для которых свободная поверхность является одноузловой, следующий: (0 ч 54 мин 10 с; 2 ч 23 мин 20 с). При $\tau=2$ ч 23 мин 20 с координата узла 446,9 км. Второй узел возникает при $\tau=0$ ч 54 мин 00 с, и его координата 448,2 км, в то время как координата первого узла 247,4 км. С убыванием τ обе узловые точки сдвигаются в направлении $r=a_1$ и при $\tau=0$ ч 34 мин 30 с находятся в 191,3 км и 322,9 км. Третий узел появляется, когда $\tau=0$ ч 34 мин 20 с, его координата 447,7 км. Другие два узла при данном τ находятся в точках 190,2 км и 322,8 км. С уменьшением τ все узлы смещаются к внутренней стенке бассейна. Для $\tau=0$ ч 25 мин 00 с их расположение таково: 172,9 км, 255,3 км, 360,7 км. Итак, при воздействии атмосферного давления с амплитудной функцией (4) каждый новый узел появляется вблизи внешней стенки бассейна. С убыванием периода каждый из узлов смещается в сторону внутренней границы кольца.

Изменение координаты единственной узловой точки минимально при действии давления с линейным по пространству профилем (3) и составляет всего 60,5 км за 12 ч 11 мин 50 с. Для сравнения: для амплитуды давления (2) смещение равно 202,5 км за 3 ч 13 мин 50 с, а при давлении с амплитудной функцией (4) – 199,2 км за 1 ч 29 мин 10 с.

Сформулируем основные выводы:

– для одного и того же периода τ вынужденных колебаний, но разного распределения атмосферного давления координаты узлов свободной поверхности неодинаковы.

– с ростом τ координаты узловых точек свободной поверхности изменяются;

– процесс увеличения количества узлов свободной поверхности с возрастанием τ для всех рассмотренных профилей вынуждающей силы качественно одинаков;

– наибольших величин отклонение свободной поверхности достигает при воздействии на жидкость атмосферного давления с амплитудной функцией (4), наименьших – при линейном профиле вынуждающей силы.

В данной работе проведено изучение эффекта, оказываемого изменениями атмосферного давления на осесимметричные волны. Исследование кольцевых волн и влияния на них внешних возмущений в дальнейшем будет продолжено.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.; Л.: ОНТИ, 1936, – 304 с.
2. Миклашевская Н.А., Черкесов Л.В. Сейши в кольцевом бассейне переменной глубины//Морской гидрофизический журнал.1999 №1, – С.11-20.
3. Губанова О.В., Миклашевская Н.А., Черкесов Л.В. Исследование пространственной структуры и изменчивости сейшевых колебаний в бассейне переменной глубины//Доповіді Національної Академії наук України.2000 №5, –С.114-118.
4. Губанова О.В., Миклашевская Н.А., Черкесов Л.В. Исследование влияния геометрии бассейна на структуру сейшевых колебаний// Морской гидрофизический журнал 2000 №1, –С.19-30.
5. Маркова Н.В., Черкесов Л.В. Влияние геометрических характеристик бассейна на пространственную структуру вынужденных колебаний// Морской гидрофизический журнал, 2003 №5, – С.14-19.
6. Маркова Н.В., Миклашевская Н.А., Черкесов Л.В. Исследование пространственной структуры профиля свободной поверхности вынужденных осесимметричных волн в кольцевом бассейне// Системы контроля окружающей среды: Доклады Международного научно-технического семинара «Системы контроля окружающей среды-2002» Часть 2, Севастополь, 2003, – С.30-32.