

**РЕАКЦИЯ СИСТЕМЫ
ФИТОПЛАНКТОН—
ЗООПЛАНКТОН—РЫБА—
РЫБНЫЙ ПРОМЫСЕЛ НА
КРАТКОВРЕМЕННЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ
ВЫЛОВА ХАМСЫ**

В.С.Латун

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: lee@alpha.mhi.iuf.net

Предложена математическая модель четырёхуровневой трофической системы. Получено численное решение поставленной задачи. На основании анализа результатов вычислительных экспериментов сделаны выводы о характере устойчивости системы, показаны особенности и временные масштабы её реакции на кратковременные увеличения или уменьшения промыслового изъятия хамсы.

Рациональное использование морских продовольственных ресурсов возможно, если известен тот максимальный объём вылова рыбы, при котором не происходит уменьшения её промысловых запасов. Для определения этого объёма нужно знать устойчивость системы фитопланктон-зоопланктон-рыба к природным и антропогенным воздействиям и особенности влияние рыбного промысла на изменчивость биомассы организмов основных трофических уровней. Данная работа посвящена решению этой задачи.

Устойчивость системы фитопланктон-зоопланктон-рыба исследовалась в работе [1]. Формальная возможность рассматривать рыбный промысел в качестве верхнего трофического уровня [2,3] позволяет предложить теперь четырёхуровневую модель, сформулировать задачу нахождения реакции этой расширенной системы на изменения вылова хамсы. Основные уравнения модели имеют следующий вид:

$$\frac{dP}{dt} = q[1 + G_p + N_p]P - R(P)Z - d_p P - L_p, \quad (1)$$

$$\frac{dZ}{dt} = \delta R(P)[1 + G_z + N_z]Z - S(Z)F - d_z Z - L_z, \quad (2)$$

$$\frac{dF}{dt} = \varepsilon S(Z)[1 + G_f + N_f]F - T(F)E - d_f F - L_f, \quad (3)$$

$$\frac{dE}{dt} = \zeta T(F)[1 + N_e]E - O(E) \quad (4)$$

В уравнениях (1-4) соответственно каждому трофическому уровню использованы следующие обозначения: P, Z, F, E — энергетические эквиваленты средней по объёму обитаемого слоя воды удельной биомассы фитопланктона, кормового зоопланктона, хамсы и её вылова; $R(P), S(Z), T(F)$ — функции выедания для зоопланктона, хамсы и аналог такой функции для промысла хамсы; G и N — суммы периодических и серии кратковременных воздействий на объекты каждого уровня; L — функции самолимитирования; $O(E)$ — непродуцируемые расходы рыбного промысла, выраженные в эквивалентной части биомассы выловленной хамсы; $\delta, \varepsilon, \zeta$ — доли энергии, поступаю-

щей в биомассу следующего трофического уровня; d — коэффициенты естественной элиминации.

Начальные условия:

$$P(t_0) = P_0, Z(t_0) = Z_0, F(t_0) = F_0, E(t_0) = E_0. \quad (5)$$

Задача (1-5) решалась численно методом Рунге-Кутты четвёртого порядка с фиксированным шагом по условному времени.

При рассмотрении устойчивости трёхуровневой системы (1-3) в работе [1] функция $T(F)$ не учитывалась, вылов хамсы предполагался пропорциональным её биомассе, то есть был включён в суммарную элиминацию хамсы (естественная смертность, поедание хищниками и вылов). Для преимущества в данной работе сохране-

ны вид остальных функций и значения соответствующих коэффициентов. Единая степень аппроксимации достигается также аналогичным упрощением зависимостей $T(F)$ и $O(E)$ из работ [2,3]. Этим обеспечена возможность сравнительного анализа характеристик устойчивости четырёхуровневой и трёхуровневой систем.

Вопрос о способах введения возмущений в эколого-математические модели является проблемным вопросом. Серия из n кратковременных изменений вылова хамсы учтена в модели уже испытанным на других трофических уровнях способом [1]:

$$N_c = \sum_1^n \frac{U(t-t_n) \zeta_n}{\alpha_n(t-t_n)^2 + \beta_n(t-t_n) + \gamma_n}, \quad (6)$$

который позволяет выбором коэффициентов α , β , γ и ζ регулировать продолжительность, интенсивность и знак каждого импульса. Через $U(t-t_n)$ обозначена правосторонняя функция Хевисайда, t_n — время наступления соответствующего импульса.

Трёхуровневая система неасимптотически устойчива к изменению начальных условий и последующей серии возмущений. Её основное стационарное состояние соответствует среднемноголетним значениям биомассы фитопланктона и кормового зоопланктона в северо-западной части Черного моря в тёплое время года: $\bar{P}=200$ кал·м⁻³, $\bar{Z}=40$ кал·м⁻³. Оценка средней биомассы хамсы, без учёта ее промыслового изъятия, была нами выполнена по косвенным данным, $\bar{F}=5$ кал·м⁻³. На возмущения эта система реагирует возникновением затухающих колебаний. После прекращения внешних воздействий решение асимптотически стремится к новому фокусу [1].

Основное стационарное состояние четырёхуровневой системы также является решением автономного варианта задачи. При нахождении параметров этого состояния приведенные выше значения \bar{P} и \bar{Z} были сохранены. Учет поступления энергии на уровень промысла аппроксимирован линейной псевдотрофической функцией, производственные расходы промысла — квадратичной зависимостью от его объёма. Применение феноменологического подхода позволило установить реалистичные значения $\bar{F}=2,0$ кал·м⁻³, $\bar{E}=0,53$ кал·м⁻³.

При отсутствии внешних воздействий четырёхуровневая система находится в ус-

тойчивом состоянии, если $P_0=\bar{P}$, $Z_0=\bar{Z}$, $F_0=\bar{F}$ и $E_0=\bar{E}$. Для сравнительного анализа реакции системы на различные возмущения проведена серия вычислительных экспериментов. Учёт для всех компонентов системы даже сравнительно небольшого количества возмущений настолько усложняет картину фазовых потоков, что интерпретация результатов становится крайне затруднительной. Основные особенности поведения системы хорошо видны при варьировании граничными условиями и характеристиками двух неперiodических воздействий на биомассу фитопланктона, одного — непосредственно на биомассу хамсы и двух — на вылов хамсы. Из периодических воздействий учтено влияние на урожайность хамсы отклонений биомассы фитопланктона от её равновесного значения [1]:

$$G_f = a \frac{P - \bar{P}}{\bar{P}} \cos \omega_f t, \quad (7)$$

где $\omega_f = 2\pi \cdot 2,894 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $a = 1,00 \cdot 10^{-3}$.

На первой стадии вычислительных экспериментов была проверена реакция четырёхуровневой системы на ту же последовательность возмущений, которой была ранее подвергнута трёхуровневая система. Теперь координаты стационарной точки в четырёхмерном фазовом пространстве имели следующие значения: $\bar{P}=200$ кал·м⁻³, $\bar{Z}=40$ кал·м⁻³, $\bar{F}=2$ кал·м⁻³, $\bar{E}=0,53$ кал·м⁻³, а начальное возмущение задавалось неравновесным значением $P_0=190$ кал·м⁻³. Когда, после двух разнонаправленных возмущений биомассы фитопланктона и одного отрицательного возмущения биомассы хамсы (прямое влияние неблагоприятных условий зимовки), фазовая траектория приблизилась к фокусу, в систему введено двукратное увеличение вылова хамсы. (Современные методы лова позволяют осуществлять такие воздействия на экосистему.) С качественной стороны последующая динамика природных компонентов системы понятна: биомасса хамсы уменьшается, биомасса кормового зоопланктона растёт, что приводит к соответствующему уменьшению биомассы фитопланктона.

В этих условиях действие обратной связи привело к резкому падению промыслового изъятия хамсы. Когда выловы опустились несколько ниже значения \bar{E} , в систему введено новое возмущение: выловы со-

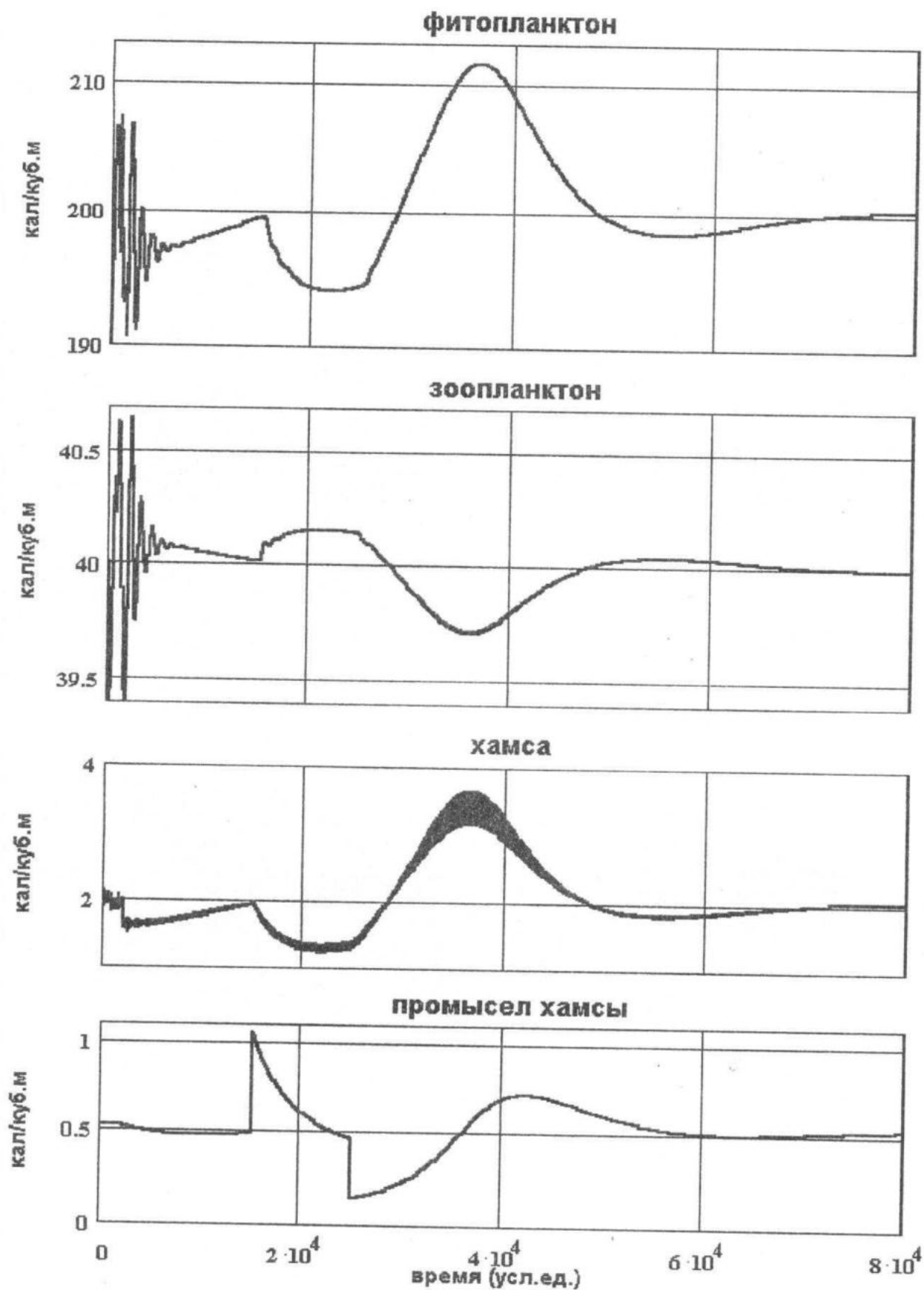
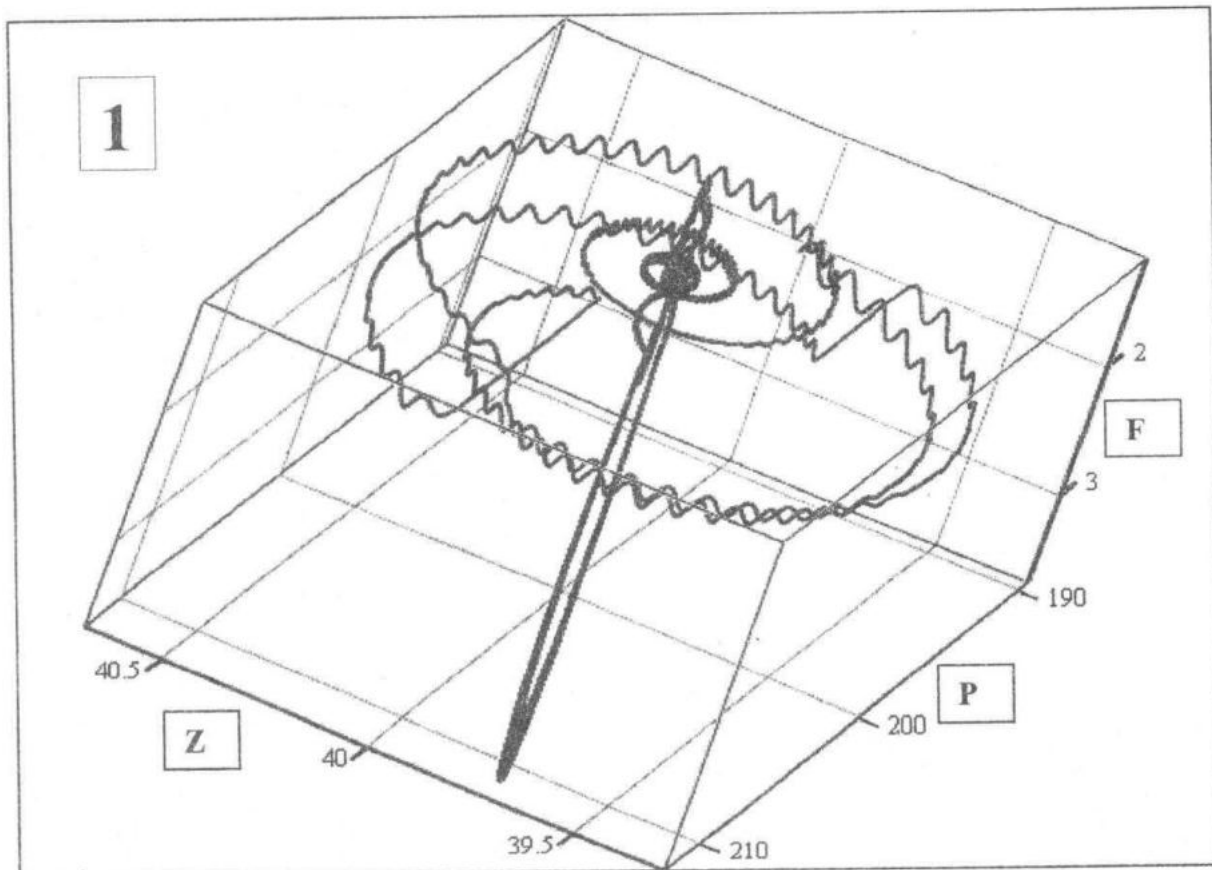
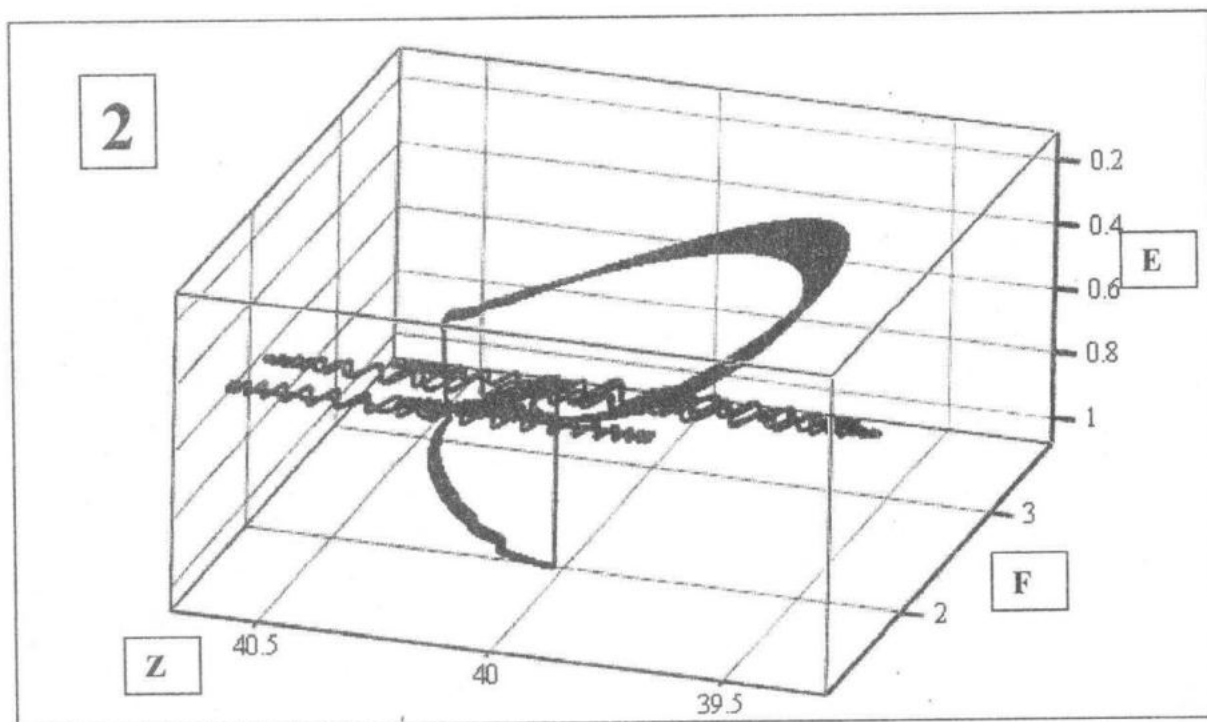


Рис.1 - Влияние изменений вылова хамсы на состояние системы



(P, Z, F)



(Z, F, E)

Рис.2 - Проекция фазовой траектории: 1 — на пространство (P, Z, F) , 2 — на пространство (Z, F, E) .

крашены примерно в три раза (тоже реальная ситуация). О реакции системы можно судить по приведенным рисункам, на которых показаны эволюция всех компонентов (рис.1) и проекции фазовой траектории в четырёхмерном пространстве на два трёхмерных пространства (рис.2). Эти рисунки содержат много интересной информации относительно динамики объектов каждого уровня, соотношениях амплитуд и временных масштабов их осцилляций.

Когда система (1-4) в её автономном варианте выведена из состояния равновесия заданием начального условия $P_0 \neq \bar{P}$, возникают затухающие колебания с периодом 160 лет, фазовая траектория устремляется к новому фокусу Амплитуда колебаний и удаление фокуса от основной стационарной точки пропорциональны $|\bar{P} - P_0|$. Если теперь по формуле (7) учесть четырёхлетний репродукционный цикл хамсы через её урожайность, форма фазовой траектории значительно усложняется: на спираль накладывается последовательность волновых пакетов. Средняя по волновому пакету биомасса хамсы осциллирует с периодом 80 лет. Отдалённая аналогия: изменения биомассы тихоокеанского анчоуса происходят с цикличностью 50-70 лет [4].

Импульсные воздействия, нарушая регулярность волновых пакетов и смещая фокус, ещё больше усложняют фазовую траекторию. Сравнительно медленное изменение среднесезонных натуральных значений P , Z , и F свидетельствует о том, что естественные импульсы в значительной мере уравновешивают друг друга. Следовательно, имеется принципиальная возможность использовать динамико-стохастический подход к решению задачи об эволюции рассматриваемой системы.

Линеаризация функций $R(P)$ и $S(Z)$ наложила определённые ограничения на диапазон изменений биомасс фито- и зоопланктона. Линеаризация псевдотрофической функции $T(F)$ влечёт за собой менее жёсткие ограничения на изменения биомассы хамсы вследствие её вылова, поскольку обратные связи не приводят к выходу величин P и Z за допустимые пределы. Это позволило учитывать значительные изменения вылова хамсы.

Многочисленные вычислительные эксперименты показали высокую чувствитель-

ность системы к изменениям вылова хамсы. Кратковременные увеличения или уменьшения вылова сильно влияют на биомассу объектов всех трофических уровней и надолго выводят систему из состояния равновесия. Время стационарирования после таких изменений вылова хамсы на порядок больше соответствующего времени после иных воздействий на систему. На практике это означает, что, при продолжении промысла по прежним технико-экономическим правилам, последствия перелома могут сказываться в течение десятилетий.

В заключение следует отметить, что упрощение постановки задач об устойчивости нелинейных динамических систем — неизбежная сегодня плата за возможность получить решение. Тем не менее, степень адекватности результатов данной работы позволяет их использовать при разработке макета программы прогнозирования и рационального использования рыбных ресурсов. Экспериментальное определение необходимых параметров и их уточнение при изменениях состояния экосистемы должно рассматриваться в качестве важного самостоятельного раздела будущих биолого-математических исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Латун В.С. Устойчивость системы фитопланктон- зоопланктон- рыба // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. Вып.10. Севастополь: ЭКОСИ — Гидрофизика, 2004. С. 211-218.
2. Латун В.С. Учёт межгодовой изменчивости биомассы хамсы в математической модели системы планктон-рыба-рыбный промысел // Там же. С. 200-210.
3. Латун В.С. Оценочная математическая модель системы планктон- рыба- рыбный промысел // Системы контроля окружающей среды. Доклады Международного научно-технического семинара "СКОС — 2002". Часть 2: Мониторинг и модели. Севастополь: МГИ НАН Украины, 2003. С. 69-72.
4. Klyashtorin L.B. Climate change and long-term fluctuations of commercial catches: the possibility of forecasting //FAO Fisheries Technical Paper. No 410. Rome, FAO, 2001. 86 p.