

КОРРЕКЦИЯ ИЗМЕРЕННЫХ ВЕЛИЧИН ПУЛЬСАЦИЙ ВЕКТОРА СКОРОСТИ

A.M. Чухарев

Морской гидрофизический институт
НАН Украины,
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: dep_turb@mail.ru

Описана методика коррекции данных, получаемых измерительным комплексом «Сигма-1». Для пересчета турбулентных пульсаций вектора скорости в неподвижную систему отсчета используется встроенная система контроля положения прибора в пространстве. Чтобы устранить шумы, возникающие из-за собственных движений измерительного комплекса, производится обработка данных фильтром Винера. Показано, что указанные процедуры позволяют существенно снизить влияние движений прибора на измеряемые величины пульсации скорости.

Введение. При проведении натурных измерений векторных величин (в частности, скорости) очень важно связать их с неподвижной системой координат относительно Земли для повышения достоверности получаемых данных. Особенно актуально это при исследованиях быстротекущих процессов, например, турбулентности, для приборов с высокой частотой дискретизации. При измерении средних значений, с достаточно продолжительными периодами осреднения, собственными движениями прибора обычно пренебрегают.

Предлагаемые методы разрабатывались для измерительного комплекса «Сигма-1», но могут применяться и для других приборов, не связанных жестко с неподвижными основаниями и снабженных системами контроля положения и акселерометрами.

Измерительный комплекс «Сигма-1» предназначен для исследования турбулентных характеристик в верхнем слое моря и используется в двух модификациях: позиционном и зондирующем [1]. Поскольку датчик ИПВСТ (измеритель пульсаций вектора скорости течения) осуществляет измерения в системе координат прибора, а последний при этом испытывает собственные колебания, особенно ощущимые в позиционном варианте при работах вблизи поверхности моря, встает вопрос о корректировке полученных данных, т.е. о пересчете их в неподвижную систему координат и устранении шумов, вызванных движениями самого прибора.

Целью работы является разработка методов устранения искажений, вызванных влиянием собственных движений измерительного комплекса на регистрируемые пульсации скорости.

Измерительный комплекс «Сигма-1» в рабочем положении обладает шестью степенями свободы. ИПВСТ измеряет три компонента вектора скорости морской среды с частотой дискретизации 100 Гц.

При наличии в измерительной системе комплекса полного набора высокоточных датчиков, учитывающих все движения прибора, коррекция может производиться прямым учетом собственных движений [2]. Поскольку измерительный комплекс «Сигма-1» оснащен только системой контроля положения (измеряются углы крена θ и дифферента ψ отклонения условной оси прибора от вертикали и угол поворота относительно меридiana ϕ) и датчиками линейных ускорений (акселерометрами), полной информации о движении прибора получить не удается. С учетом этого, коррекция измеренных компонент пульсаций скорости производится в два этапа.

Коррекция положения и ориентации комплекса. Данные о величинах углов θ , ψ , ϕ , полученных с той же дискретностью 100 Гц дают возможность результаты измерений пульсаций вектора скорости течения привести к неподвижной системе координат при помощи соответствующих преобразований [1,2]. В этом случае представляется наиболее удобным использование системы координат и углов Эйлера, предложенных С.Н. Благовещенским [3]. Такой выбор углов позволяет соответствующим изменением их величины придать прибору любое положение в пространстве, причем изменение одного угла не влияет на величину других углов и новое положение прибора не зависит от порядка изменения углов [3]. Схематично прибор и его система координат изображены на рисунке 1. Перевод в неподвижную систему отсчета производится с помощью матрицы преобразований

$$V = AV', \quad (1)$$

где V' – вектор скорости в координатах прибора, V – в неподвижной системе координат,

$$A = \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\varphi & \sin\theta \sin\psi \cos\varphi - \cos\theta \sin\varphi & \cos\theta \sin\psi \cos\varphi + \sin\theta \sin\varphi \\ \cos\psi \sin\varphi & \sin\theta \sin\psi \sin\varphi + \cos\theta \cos\varphi & \cos\theta \sin\psi \sin\varphi - \sin\theta \cos\varphi \\ -\sin\psi & \sin\theta \cos\psi & \cos\theta \cos\psi \end{pmatrix}. \quad (2)$$

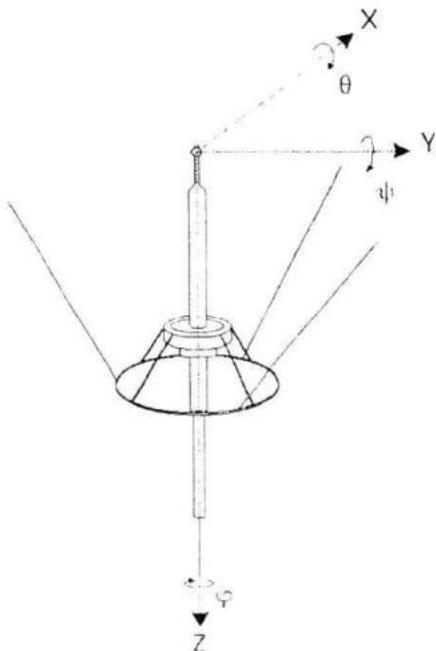


Рисунок 1 – Схематичное изображение измерительного комплекса «Сигма-1» и связанная с ним система координат

Коррекция колебаний. Оснащение комплекса датчиками ускорений – акселерометрами – дает возможность соответствующей обработкой данных существенно уменьшить влияние колебаний прибора на измеренные пульсации скорости. Для этой цели применяется фильтрация исходных данных фильтром Винера, идея которого состоит в следующем.

Предположим, что исходный сигнал и

аддитивный шум – стационарные, линейные стохастические процессы с известными спектральными характеристиками или известными автокорреляционной и кросс-корреляционной функциями. Стоит задача применить линейную фильтрацию к зашумленным данным, чтобы получить на выходе фильтра сигнал, в котором шум минимизирован в соответствии с неким статистическим критерием. В данном случае используется критерий ми-

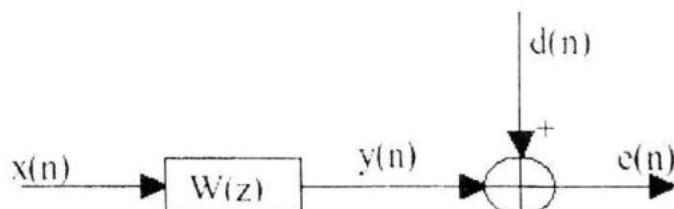


Рисунок 2 – Блок-схема линейного дискретного по времени фильтра $W(z)$ для оценки ис- комого сигнала $d(n)$, основанной на исходном сигнале $x(n)$, $y(n)$ – выходной сигнал фильтра, $e(n)$ – оценка ошибки.

нимальной среднеквадратичной ошибки, которая определяется как разность между неким желаемым откликом и фактическим сигналом на выходе фильтра. Для стационарного случая это решение известно как фильтр Винера [4], блок-схема которого представлена на рисунке 2. Мы предполагаем, что исходный сигнал $x(n)$ и искомый сигнал $d(n)$ – случайные процессы (дискретные во времени сигналы), $y(n)$ – выходной сигнал фильтра, $e(n)$ – оценка ошибки. Чтобы найти оптимальные параметры фильтра, требуется выбрать функцию стоимости или характеристическую функцию.

При выборе нужно учитывать, что характеристическая функция должна:

- 1) быть математически трактуема;
- 2) иметь предпочтительно один минимум, чтобы параметры оптимального фильтра можно было выбрать однозначно.

В фильтре Винера характеристическая функция выбирается как

$$\xi = E[\|e(n)\|^2]. \quad (3)$$

Это так называемый критерий среднеквадратичной ошибки. Схема применения фильтра Винера приведена на рисунке 3. Обозначим

$$\bar{W} = [w_0 \ w_1 \dots \ w_{N-1}]^T, \\ \bar{X}(n) = [x_n \ x_{n-1} \dots \ x_{n-N+1}]^T \quad (4)$$

Выходной сигнал

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i \cdot x(n-i) = \bar{W}^T \cdot \bar{X}(n) = \bar{X}^T(n) \cdot \bar{W}. \quad (5)$$

Таким образом, мы можем записать

$$e(n) = d(n) - y(n) = d(n) - \bar{X}^T(n) \cdot \bar{W}. \quad (6)$$

Тогда характеристическая функция

$$\begin{aligned} \xi &= E[e^2(n)] = E[(d(n) - \bar{W}^T \bar{X}(n))(d(n) - \bar{X}^T(n) \bar{W})] = \\ &= E[d^2(n)] - \bar{W}^T E[\bar{X}(n)d(n)] - E[\bar{X}^T(n)d(n)]\bar{W} + \bar{W}^T E[\bar{X}(n)\bar{X}^T(n)]\bar{W}. \end{aligned} \quad (7)$$

Определим взаимно-корреляционный вектор как

$$\bar{P} \equiv E[\bar{X}(n)d(n)] = [p_0 \ p_1 \ \dots \ p_{N-1}]^T \quad (8)$$

и $N \times N$ автокорреляционную матрицу

$$R \equiv E[\bar{X}(n)\bar{X}^T(n)] = \begin{bmatrix} r_{00} & r_{01} & \dots & r_{0,N-1} \\ r_{10} & r_{11} & & r_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{N-1,0} & r_{N-1,1} & \dots & r_{N-1,N-1} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Отметим, что

$$E[d(n)\bar{X}^T(n)] = \bar{P}^T, \\ \bar{W}^T \bar{P} = \bar{P}^T \bar{W}.$$

Тогда мы получим

$$\xi = E[d^2(n)] - 2\bar{W}^T \bar{P} + \bar{W}^T R \bar{W}. \quad (10)$$

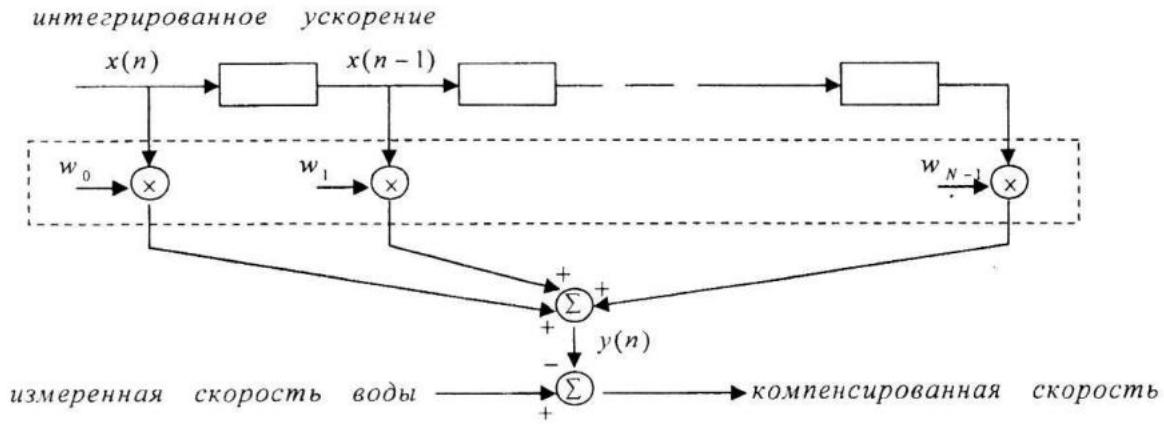


Рисунок 3 – Применение фильтра Винера N -го порядка для компенсации собственных движений прибора

Уравнение (10) является квадратичной функцией вектора \bar{W} с одним глобальным минимумом. R должна быть положительно определенной матрицей, для того чтобы иметь единственную точку минимума в w -пространстве.

Чтобы получить набор весов в векторе \bar{W} , который минимизирует характеристическую функцию, приравниваем производную от (10) нулю:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = 0, \quad i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (11)$$

Уравнение (10) может быть переписано в виде

$$\xi = E \left[d^2(n) - 2 \sum_{l=0}^{N-1} p_l w_l + \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} w_l w_m r_{lm} \right]. \quad (12)$$

В свою очередь последний член в правой части (12) может быть расписан как

$$\sum_{l=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} w_l w_m r_{lm} = \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} w_l w_m r_{lm} + w_i \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq i}}^{N-1} w_m r_{im} + w_i^2 r_{ii} \quad (13)$$

Тогда мы получим

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = -2p_i + \sum_{l=0}^{N-1} w_l(r_{il} + r_{li}), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (14)$$

Приравнивая $\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = 0$, будем иметь

$$\sum_{l=0}^{N-1} w_l(r_{il} + r_{li}) = 2p_i. \quad (15)$$

Учитывая свойство симметричности автокорреляционной матрицы действительного сигнала, т.е. $r_{il} = r_{li}$, уравнение (15) приведется к виду

$$\sum_{l=0}^{N-1} r_{il} w_l = p_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1.$$

В матричной записи

$$R \bar{W}_{op} = \bar{P}, \quad (16)$$

где \bar{W}_{op} – оптимальный вектор весовых коэффициентов. Уравнение (16) известно как уравнение Винера-Хопфа, которое имеет решение

$$\bar{W}_{op} = R^{-1} \bar{P}. \quad (17)$$

Предполагается, что R имеет обратную матрицу. Минимальная величина ошибки

$$\xi_{min} = E[d^2(n)] - \bar{W}_{op}^T \bar{P} = E[d^2(n)] - \bar{W}_{op}^T R \bar{W}_{op} \quad (18)$$

Или

$$\xi_{min} = E[d^2(n)] - \bar{P}^T R^{-1} \bar{P}. \quad (19)$$

В частотной области фильтрация будет происходить следующим образом. Пусть $x(t)$ – сигнал, содержащий искажения $a(t)$, $u(t)$ – искомый сигнал, так что

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t-\tau) u(\tau) d\tau$$

или

$$X(f) = A(f) \cdot U(f), \quad (20)$$

где X, A, U – Фурье преобразования x, a и u .

Кроме искажения сигнала в измерениях содержится неизвестный шум $n(t)$:

$$c(t) = x(t) + n(t). \quad (21)$$

$$\text{В отсутствии шумов } U(f) = \frac{X(f)}{A(f)}.$$

Чтобы восстановить сигнал (обратить свертку $c(t)$) необходимо найти оптимальный фильтр $w(t)$ или $W(f)$ такой, чтобы оценка сигнала $\tilde{u}(t)$ как можно меньше отличалась от искомого сигнала $u(t)$:

$$\tilde{U}(f) = \frac{C(f)W(f)}{A(f)}, \quad (22)$$

т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{U}(f) - U(f)|^2 df \rightarrow \min. \quad (23)$$

Подставляя в (23) выражения из (20) – (22), получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} |A(f)|^{-2} |X(f)|^2 |1 - W(f)|^2 + |N(f)|^2 |W(f)|^2 df \quad (24)$$

Отсюда оптимальный фильтр определяется как

$$W(f) = \frac{|X(f)|^2}{|X(f)|^2 + |N(f)|^2}. \quad (25)$$

Здесь $|X(f)|^2 + |N(f)|^2 \approx |C(f)|^2$, где

$|X(f)|^2, |N(f)|^2$ и $|C(f)|^2$ – спектры мощности соответственно $x(t), n(t)$ и $c(t)$.

Результаты применения процедур коррекции. Применение к данным измерительного комплекса «Сигма-1» процедуры пересчета компонент пульсаций скорости в неподвижную систему координат показало, что различие начинает проявляться, когда углы наклона (крен и дифферент) прибора превышают 2 – 3 градуса. Такие отклонения от вертикали обычно наблюдаются в самом верхнем слое на глубинах, где ощутимо влияние поверхностных волн. На рисунке 4 изображены фрагменты записи компоненты скорости вдоль оси x до и после перевода в неподвижную систему координат. При малых углах отклонения кривые практически неотличимы. При больших углах (стандартные отклонения 2,3° и 2,6° для крена и дифферента соответственно) уже наблюдаются расхождения – рисунок 4.

Применение фильтра Винера в частотной области к данным, полученным комплексом «Сигма-1», продемонстрировано на рисунках 5 и 6.

На рисунке 5 представлены спектры одной компоненты пульсации скорости (в данном случае вдоль оси x) до и после применения фильтрации. Хорошо видно, что пики, вызванные собственными колебаниями прибора на частотах 7, 10 и 10,5 Гц почти полностью устраняются после фильтрации.

На рисунке 6 приведена когерентность этой же компоненты скорости с интегрированным ускорением до и после фильтрации. Когерентность между измеренной компонентой скорости и интегрированным ускорением в исходных данных весьма высокая, фильтрация же приводит к тому, что когерентность между компенсированной скоростью и интегрированным ускорением практически исчезает.

Таким образом, можно сделать вывод, что описанная процедура обработки измеренных величин пульсаций вектора скорости позволяет существенно снизить влияние собственных движений измерительного комплекса и в результате получить достаточно «чистые» данные.

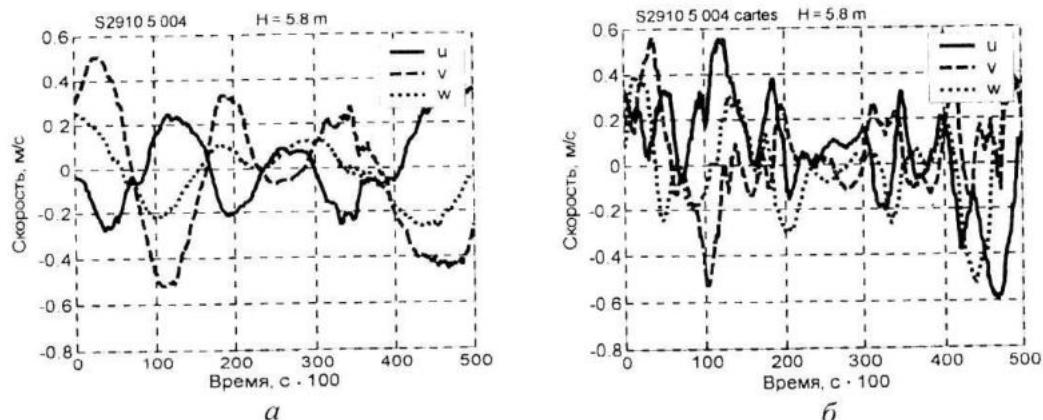


Рисунок 4 – Пример пересчета компонент пульсаций скорости в неподвижную систему координат по формуле (1): *а* – исходные данные, *б* – после пересчета.

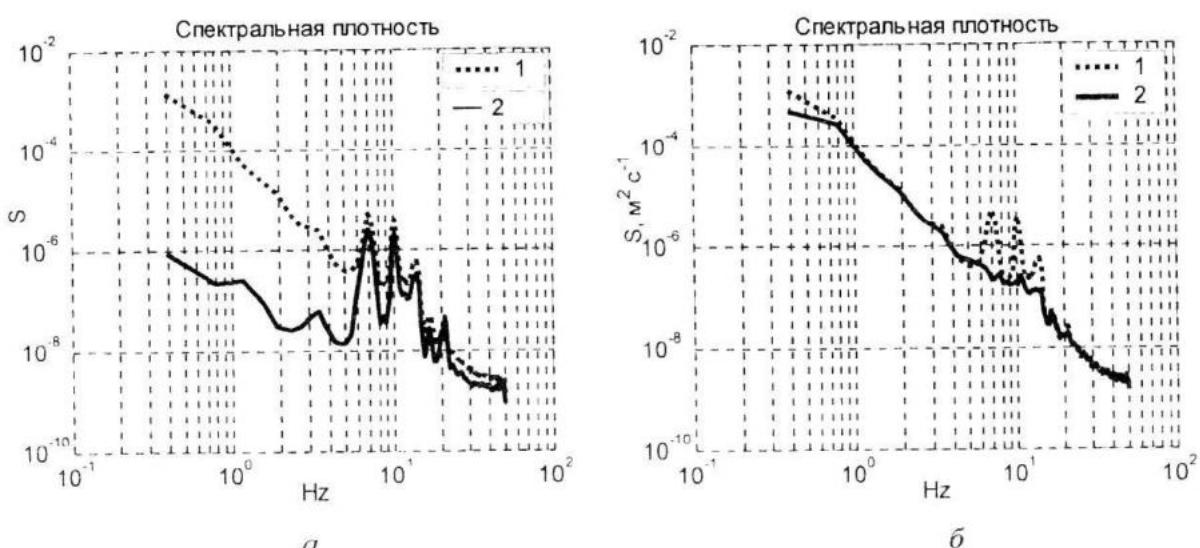


Рисунок 5 – Спектральные плотности горизонтальной компоненты пульсации скорости и интегрированного ускорения. *а*) 1 – исходная скорость, 2 – интегрированное ускорение;
б) 1 – исходная скорость, 2 – скорость после применения фильтра Винера

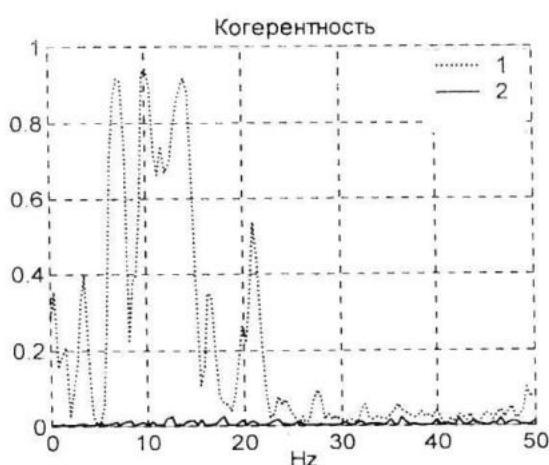


Рисунок 6 – Функция когерентности между компонентой скорости и интегрированным ускорением: 1 – до фильтрации, 2 – после фильтрации.

Л и т е р а т у р а

1. А.С. Самодуров и др. Измерительный комплекс «Сигма-1» для исследования мелкомасштабных характеристик гидрофизических полей в верхнем слое моря // Мор. гидрофиз. журн. 2005, № 5. – С. 60 – 71.
2. F. Anctil, M.A. Donelan, W.M. Drennan, H.C. Gruber. Eddy-correlation measurements of air-sea fluxes from a discus buoy // J. of Atmospheric and Oceanic Techn. – 1994. – 11, № 6. – Р. 1144 – 1150.
3. Справочник по теории корабля / Под ред. Я.И. Войткунского. Т. 2. – Л.: Судостроение, 1985. – 440 с.
4. B. Farhang-Boroujeny. Adaptive Filters, Theory and Applications, Wiley, 1999.