

ВОЛНЫ И ТЕЧЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЕТРА В БАССЕЙНЕ ПЕРЕМЕННОЙ ГЛУБИНЫ

Н.А. Евстигнеева, А.В. Багаев

Морской гидрофизический институт
НАН Украины

г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: otwv@alpha.mhi.iuf.net

Изучаются вынужденные волны и течения в бассейне переменной глубины, генерируемые касательными напряжениями ветра. В рамках теории длинных волн с использованием явной численной схемы исследовано влияние скорости ветра на максимальные значения возвышения свободной поверхности и скорости течений. Изучено изменение времени установления стационарных течений при различных скоростях ветра.

Введение. Исследование вынужденных колебаний жидкости в ограниченных бассейнах, возникающих под действием ветра, является одной из важнейших задач динамики моря [1, 2].

В работе [3] численным методом исследуются волновые движения, генерируемые касательными напряжениями ветра в ограниченном бассейне.

В данной работе волны и течения изучаются с помощью нелинейной двумерной численной модели, основывающейся на уравнениях гидродинамики в приближении теории мелкой воды. Учитывается трение на дне. Изучается влияние скорости ветра на время установления стационарного поля скоростей.

Волновые процессы, возникающие под действием ветра. Пусть ограниченный морской бассейн переменной глубины $(0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, -h(x, y) \leq z \leq 0)$ заполнен однородной несжимаемой жидкостью. Над поверхностью бассейна дует ветер, порождающий волны и течения. В начальный момент времени жидкость находится в состоянии покоя. При $t > 0$ на водную поверхность начинает действовать ветер, скорость которого увеличивается и через $t_1 = 3$ ч достигает максимального значения. Координатная ось x направлена на восток, ось y – на север. Ветер направлен вдоль оси x . Изменение по времени состав-

ляющей скорости ветра W_x задается следующим образом:

$$W_x = \begin{cases} a \cdot t, & 0 \leq t \leq t_1, \\ a \cdot t_1, & t_1 \leq t \leq t_2, \end{cases} \quad (1)$$

где $at_1 = W_{max}$ м/с; $t_1 = 3$ ч; $t_2 = 200$ ч.

Выражение для глубины бассейна имеет вид

$$h(x, y) = (h_{max} - h_{st}) \frac{4x(a-x)}{a^2} \cdot \frac{4y(b-y)}{b^2} + h_{st}, \quad (2)$$

где h_{max} – максимальная глубина бассейна; h_{st} – глубина боковых стенок; a, b – горизонтальные размеры бассейна.

Предполагая волны длинными, жидкость однородной несжимаемой, имеем для нахождения составляющих скорости течений и профиля свободной поверхности нелинейную систему дифференциальных уравнений [2]:

$$\frac{du}{dt} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - k_1 \frac{u\sqrt{u^2+v^2}}{h+\zeta} + fv + \frac{1}{(h+\zeta)\rho} \tau_x, \quad (3)$$

$$\frac{dv}{dt} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - k_1 \frac{v\sqrt{u^2+v^2}}{(h+\zeta)} - fu + \frac{1}{(h+\zeta)\rho} \tau_y, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial(u(h+\zeta))}{\partial x} + \frac{\partial(v(h+\zeta))}{\partial y} \right), \quad (5)$$

где u, v – составляющие скорости по осям x и y соответственно; ζ – отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня; g – ускорение силы тяжести; h – глубина бассейна; $k_1 = 0,0026$ – коэффициент донного трения; f – параметр Кориолиса, соответствующий широте $\varphi = 43^\circ$; ρ – плотность жидкости.

Проекция касательных напряжений ветра вдоль осей x и y задаются следующим образом [2]:

$$\tau_x = k_2 \rho_s W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2},$$

$$\tau_y = k_2 \rho_s W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2},$$

где W_x, W_y – проекции скорости ветра на соответствующие оси; $k_2 = 1,2 \cdot 10^{-3}$ – коэффициент поверхностного трения; $\rho_s = 1 \text{ кг/м}^3$ – плотность воздуха.

На стенках бассейна $x=0, x=a, y=0, y=b$ выполняются условия непротекания

$$\begin{aligned} u(0, y, t) &= 0, & u(a, y, t) &= 0, \\ v(x, 0, t) &= 0, & v(x, b, t) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Начальные условия нулевые:
 $u(x, y, 0) = v(x, y, 0) = 0; \zeta(x, y, 0) = 0. (7)$

Пусть
 $a = 400 \text{ км}, b = 300 \text{ км}, h_{max} = 12 \text{ м},$
 $h_{st} = 2 \text{ м}, \Delta x = 2 \text{ км}, \Delta y = 2 \text{ км}, (8)$

где $\Delta x, \Delta y$ – шаги по пространственным переменным.

Отметим, что выбранные значения параметров бассейна характерны для Азовского моря.

Численное решение системы дифференциальных уравнений (3) – (5) находилось с помощью явно-неявной численной схемы на сетке “Агакава С” [4], где в центре ячеек задаются возвышения свободной поверхности, а на боковых гранях – значения компонент скоростей. Разностная схема имеет первый порядок аппроксимации по времени и второй по пространственным переменным.

Критерий устойчивости имеет вид [4]

$$\Delta t \leq 1 / \sqrt{gh(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2)}. (9)$$

Выбираем величину шага по времени

$$\Delta t = 60 \text{ с}, (10)$$

удовлетворяющую критерию (9).

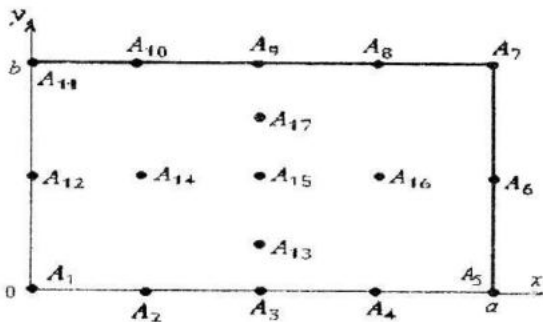


Рисунок 1 – Расположение береговых станций

В результате численных расчетов при $W_{max} = 5 \text{ м/с}$ с использованием (1), (2), (6) – (8), (10) получены значения для возвышения свободной поверхности $\zeta(x, y, t)$ и составляющих скорости течений $u(x, y, t), v(x, y, t)$ во всех узлах сетки за период времени от 0 до 200 ч.

Анализируя величины ζ в береговых пунктах $A_1 - A_7$ (рисунок 1), находим, что максимальное отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня происходит в угловых граничных береговых пунктах (24 см).

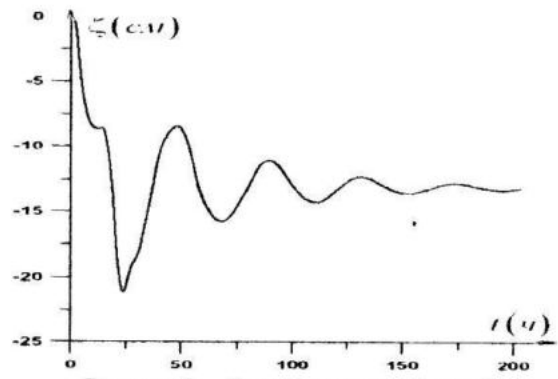


Рисунок 2 – Отклонения свободной поверхности в береговом пункте A_1

В пункте A_1 (рисунок 2) с начального момента времени до 24 ч имеет место понижение уровня до минус 22 см. С 24 ч до 50 ч уровень повышается до минус 8 см. С момента времени 80 ч наблюдаются колебания около минус 12,5 см.

В пункте A_7 от 0 ч до 24 ч происходит повышение уровня до 22 см. С 24 ч до 50 ч уровень понижается до 8 см. С момента времени 80 ч наблюдаются колебания около 12,5 см.

Определено время установления стационарного поля скоростей течений (отклонения свободной поверхности от установившегося уровня во всех точках не превышают 1 см) – 80 ч (рисунки 3 и 4).

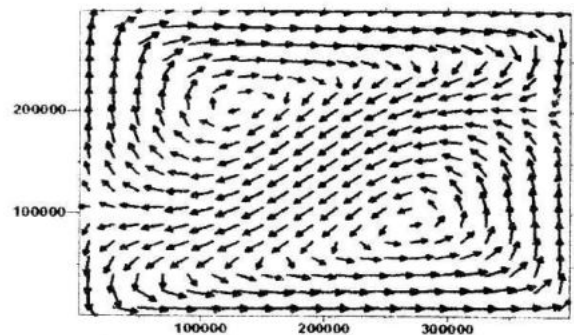


Рисунок 3 – Структура течений после установления колебаний

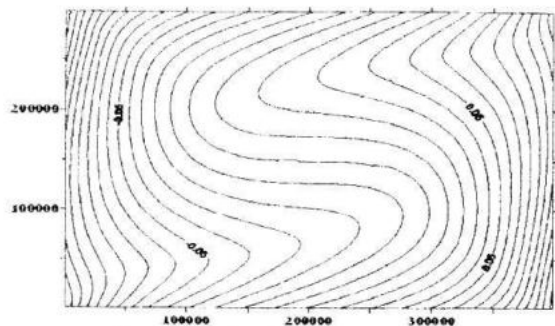


Рисунок 4 – Изолинии уровня в момент времени $t = 80 \text{ ч}$

Проведем численные эксперименты, меняя максимальные значения скорости ветра ($W_{max} = 5, 10, 12 \text{ м/с}$).

Величины $\zeta(x, y, t)$ при максимальной скорости ветра 5 м/с не превышают 24 см. Наибольшее отклонение свободной поверхности происходит в период времени $t = 24 \text{ ч}$ и достигается в береговых пунктах A_5 и A_{11} . На берегах значения $\zeta(x, y, t)$ намного больше, чем внутри бассейна (в пунктах $A_{13} - A_{17}$ максимум ζ не превышает 6 см). После момента времени $t = 80 \text{ ч}$ отклонения свободной поверхности от установившегося уровня во всех точках не превышают 1-2 см.

Величины $\zeta(x, y, t)$ при максимальной скорости ветра 10 м/с не превышают 90 см. На берегах значения $\zeta(x, y, t)$ намного больше, чем внутри бассейна (в пунктах $A_{13} - A_{17}$ максимум ζ не превышает 23 см). После момента времени $t = 70 \text{ ч}$ отклонения свободной поверхности от установившегося уровня во всех точках не превышают 1-2 см.

Величины $\zeta(x, y, t)$ при максимальной скорости ветра 12 м/с не превышают 135 см. На берегах значения $\zeta(x, y, t)$ намного больше, чем внутри бассейна (в пунктах $A_{13} - A_{17}$ максимум ζ не превышает 32 см). После момента времени $t = 60 \text{ ч}$ отклонения свободной поверхности от установившегося уровня во всех точках не превышают 1-2 см.

Проанализируем изменение возвышения свободной поверхности в зависимости от скорости ветра после установления стационарных течений (таблица 1).

Таблица 1 – Значения ζ (см) на береговых пунктах при стационарном поле течений

W_{max} (м/с)	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
$W_{max} = 5 \text{ м/с}$	-12	-3	2	6	16	12
$W_{max} = 10 \text{ м/с}$	-56	-13	4,8	21	56	44
$W_{max} = 12 \text{ м/с}$	-90	-20	5	28	76	62

Из анализа данных, приведенных в таблице 1, следует, что с увеличением скорости ветра во всех пунктах наблюдается увеличение значений возвышения свободной поверхности.

В таблице 2 приведены максимальные значения возвышения свободной поверхности и скорости течений $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ за период времени от 0 до 200 ч, а также время установления стационарного поля скоростей T .

Таблица 2 – Максимумы ζ и V , время установления стационарного поля скоростей T

W_{max} (м/с)	ζ_{max} (см)	V_{max} (см/с)	T (ч)
$W_{max} = 5 \text{ м/с}$	24	11	80
$W_{max} = 10 \text{ м/с}$	90	23	70
$W_{max} = 12 \text{ м/с}$	135	28	60

Из таблицы 2 видно, что с увеличением скорости ветра W_{max} максимальные значения ζ и V резко возрастают. Время установления стационарного поля скоростей уменьшается с увеличением скорости ветра (при изменении скорости ветра от 4 до 12 м/с меняется от 80 до 60 ч).

Вывод. Изучены сгонно-нагонные колебания, возникающие под действием ветра с различными максимальными скоростями. Максимальное отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня происходит в угловых граничных береговых пунктах.

Ветер, имеющий большую скорость, вызывает большие по абсолютной величине отклонения свободной поверхности.

Чем больше максимальное значение скорости ветра, тем быстрее устанавливается стационарное поле скоростей.

Л и т е р а т у р а

1. Л.В. Черкесов, В.А. Иванов, С.М. Хартиев. Введение в гидродинамику и теорию волн. – С.-Пб.: Гидрометеиздат, 1992. – 264 с.
2. Н.Е. Вольцингер, Р.В. Пясковский. Основные океанологические задачи теории мелкой воды. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 300 с.
3. Т.Я. Шульга. Моделирование сгонно-нагонных явлений в ограниченном морском бассейне. – Морской гидрофизический журнал, № 6, Севастополь, МГИ, 2006. – С. 3-12.
4. А.Г. Марчук, Л.В. Чубаров, Ю.И. Шокин. Численное моделирование волн цунами: монография. – Новосибирск: Наука, 1983. – 175 с.