

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСФОРМАЦИИ ПРИМЕСИ В АЗОВСКОМ МОРЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЦИКЛОНИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ И СТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ

**В.А. Иванов, В.В. Фомин\*,  
Л.В. Черкесов, Т.Я. Шульга**

Морской гидрофизический институт  
НАН Украины

E-mail: [otw@alpha.mhi.iuf.net](mailto:otw@alpha.mhi.iuf.net)

\*Украинский научно-исследовательский  
гидрометеорологический институт

*В работе проведен анализ процессов адвекции-диффузии загрязняющей примеси в акватории Азовского моря при наличии гидродинамических процессов, генерируемых стационарным ветром, а так же при наличии возмущающих циклонических образований.*

**Введение.** Одной из задач современной океанологии является изучение динамики вод в морских бассейнах и прогнозирование их будущих изменений, что связано с глобальными процессами потепления и растущим антропогенным воздействием. В Азовском море, сравнительно небольшом и мелководном бассейне, течения определяются прежде всего прямым воздействием ветра и рельефом дна. В работе [0] в рамках двумерной модели исследована динамика вод в Азовском море при прохождении циклонов. В данной работе с использованием нелинейной трехмерной математической модели изучено влияние атмосферных аномалий типа циклонов на циркуляцию вод и распространение загрязнений в этом бассейне.

Для расчета используем нелинейные уравнения движения однородной несжимаемой жидкости в приближении теории мелкой воды [2]:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} - fv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{11}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{12}) + \frac{\partial}{\partial z} K_M \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \frac{dv}{dt} + fu + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{21}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{22}) + \frac{\partial}{\partial z} K_M \frac{\partial v}{\partial z}, \\ \frac{\partial p}{\partial z} + g\rho &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь все обозначения общепринятые.

Границные условия на свободной поверхности имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} w|_{z=\zeta} &= \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \\ K_M \left( \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Bigg|_{z=\zeta} &= (\tau_{0x}, \tau_{0y}) \left( K_H \frac{\partial C}{\partial z} \right) \Bigg|_{z=\zeta} = 0, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где  $\tau_{0x} = C_a W_x |\mathbf{W}|$ ,  $\tau_{0y} = C_a W_y |\mathbf{W}|$  – проекции касательных напряжений ветра;  $W_x$ ,  $W_y$  – компоненты вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  на высоте 10 м над уровнем моря с модулем  $|\mathbf{W}|$ .

На боковых границах выполняются условия прилипания и отсутствие потока в направлении внешней нормали. На дне выполняются условия:

$$\left. \begin{aligned} w + u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \Bigg|_{z=-H} &= 0, \\ K_M \left( \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Bigg|_{z=-H} &= (\tau_{1x}, \tau_{1y}) \left( K_H \frac{\partial C}{\partial z} \right) \Bigg|_{z=-H} = 0. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Здесь  $\tau_{1x} = c_b u / \sqrt{u^2 + v^2}$ ,  $\tau_{1y} = c_b v / \sqrt{u^2 + v^2}$ ,  $c_b = k^2 \ln^{-2} (z_2/z_0)$  – коэффициент донного трения;  $z_2$  – шаг по вертикали в придонном слое;  $z_0 = 0,003$  м – параметр шероховатости;  $k$  – постоянная Кармана. В начальный момент времени движение жидкости отсутствует, свободная поверхность горизонтальна.

В качестве ветра, выводящего течения на установившийся режим, выбран однородный по пространству ветер, скорость которого  $\mathbf{W}_{st}$  первые 3 ч нарастает со временем по линейному закону, достигает своего максимального значения и далее не меняется. Степень приближения к установившемуся режиму оценивается по относительным изменениям полной энергии  $E_s(t)$ , которая находится как сумма осредненных по пространству кинетической и потенциальной энергий. Считаем, что стационарный режим достигается при условии  $\delta E_s^n \leq 10^{-2}$ , где  $\delta E_s^n \leq |E_s^{n+1} - E_s^n| / E_s^n$ ;  $n$  – номер шага по времени. Время установления движения жидкости ( $t = t_0$ ) принимаем за начало отсчета действия барических возмущений и выброса загрязнения. Область загрязнения при  $t = t_0$  расположена в поверхностном слое и имеет вид пятна радиуса  $R$ .

Для расчета распространения концентрации  $C$  к уравнениям (1) добавляется уравнение переноса и диффузии

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left( A_H \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( A_H \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_M \frac{\partial C}{\partial z} \right).$$

Здесь  $A_H = 10 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $K_M = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии. На боковых границах и дне выполняются условия отсутствия потока примеси в направлении внешней нормали.

Атмосферное давление  $p_a$  при радиусе циклонического образования  $R_c$ , представляется в виде [3]

$$p_a = \begin{cases} -p_0 \cos^2 \left( \frac{\pi r}{2R_c} \right) + \tilde{p}_a, & r \leq R_c, \\ \tilde{p}_a, & r > R_c, \end{cases}$$

где  $\tilde{p}_a$  – фоновое значение давления;  $p_0$  – максимальное отклонение от  $\tilde{p}_a$  в атмосферном возмущении;  $r$  – расстояние от центра движущегося циклона до точки с координатами  $(x, y)$ . В неподвижном циклоне рассчитываем ветер, умножая модуль вектора геоциклострофической скорости  $W_g$  на эмпирический коэффициент  $\mu = 0,7$ . Учитываем при этом, что направление ветра отклоняется от касательных к изобарам на угол  $\gamma = 20^\circ$ . При условии, что барическое образование возникает над полем стационарного ветра и движется поступательно со скоростью  $\mathbf{c}$ , получаем выражение для скорости приводного ветра:

$$\mathbf{W} = \begin{cases} \mathbf{W}_{st} + \mu W_g T(90^\circ + \gamma) \frac{\mathbf{r}}{r} + \mathbf{c}, & r \leq R_c, \\ \mathbf{W}_{st}, & r > R_c, \end{cases}$$

где  $W_g$  – геоциклострофическая скорость;  $(p_a)_r$  – радиальный градиент атмосферного давления; вектор  $\mathbf{r}$  направлен от центра циклона к точке, в которой вычисляется  $\mathbf{W}$ ;  $T(\alpha)$  – матрица поворота на угол  $\alpha$ .

В исходных уравнениях (1), граничных условиях (2), (3), и начальных условиях осуществляется переход от координаты  $z$  к  $\sigma$ -координате [2, 4]. Исходными данными являются рельеф дна и конфигурация береговой линии Азовского моря, которые в узлах сетки сняты с навигационной карты. В численных расчетах формирование уставившихся течений осуществляется квазистационарным восточным ветром различной скорости. Исходя из анализа метеорологической информации, полагаем, что циклон перемещается со скоростью 5 м/с, имеет радиус 100 км, перепад давления между центром и периферией составляет 15 гПа.

Расчеты проведены при условии, что по мере своего перемещения на юго-запад (ЮЗ), запад (З) и северо-запад (СЗ) центр циклона пересекает Азовское море и проходит через его центральную часть.

В таблице 1 приведены зависимости максимальных скоростей течений от начальных скоростей стационарных течений (СТ) и направления перемещения циклонов.

Таблица 1 – Скорости стационарных течений и максимальные скорости течений (м/с), вызванные прохождением циклонов, при трех скоростях постоянного ветра и трех характерных направлениях перемещения циклонов

| Глубина, м | $\mathbf{W}_{st}^1 = 5 \text{ м/с}$ |                     |      | $\mathbf{W}_{st}^2 = 10 \text{ м/с}$ |                     |      | $\mathbf{W}_{st}^3 = 15 \text{ м/с}$ |                     |      |      |      |      |
|------------|-------------------------------------|---------------------|------|--------------------------------------|---------------------|------|--------------------------------------|---------------------|------|------|------|------|
|            | СТ                                  | Направление циклона |      | СТ                                   | Направление циклона |      | СТ                                   | Направление циклона |      |      |      |      |
|            |                                     | ЮЗ                  | З    |                                      | ЮЗ                  | З    |                                      | ЮЗ                  | З    |      |      |      |
| 0          | 0,14                                | 0,83                | 0,86 | 0,80                                 | 0,34                | 1,07 | 1,08                                 | 1,02                | 0,62 | 1,25 | 1,26 | 1,21 |
| 3          | 0,11                                | 0,77                | 0,79 | 0,74                                 | 0,28                | 0,99 | 1,00                                 | 0,96                | 0,52 | 1,17 | 1,16 | 1,13 |
| 5          | 0,09                                | 0,72                | 0,75 | 0,70                                 | 0,24                | 0,93 | 0,94                                 | 0,90                | 0,46 | 1,10 | 1,10 | 1,06 |
| 10         | 0,06                                | 0,50                | 0,52 | 0,49                                 | 0,17                | 0,65 | 0,66                                 | 0,63                | 0,32 | 0,77 | 0,77 | 0,74 |

Видно, что при увеличении скорости постоянного ветра в 2 и 3 раза скорости стационарных течений на поверхности достигают 14; 34; 62 см/с, т. е. возрастают соответственно в 1,8 и 4,4 раза. С прохождением циклонов над акваторией скорости течений на всех горизонтах резко увеличиваются. Наибольшие максимальные скоро-

сти имеют место при движении атмосферных возмущений на запад, наименьшие – на северо-запад. Сравнивая генерируемые циклоном в западном направлении скорости течений в поверхностном слое (86; 108; 126 см/с), отметим их рост в 1,2 и 1,4 раза. Такое же соотношение скоростей течений характерно и для других горизонтов. Под

действием атмосферных возмущений происходит увеличение скорости течений с глубиной, наибольшее увеличение отмечается в придонном слое. Максимальные скорости течений, вызванные прохождением циклонов, заметно зависят от скоростей стационарных течений.

В серии численных экспериментов оценивается влияние параметров атмосферных возмущений на распространение и время полного рассеяния пассивной примеси, возникшей от мгновенного источника, расположенного над самой глубоководной частью Азовского моря. Радиус пятна примеси принимается равным 9 км. На горизонтах  $z = 0$ ,  $z = -H/2$  и  $z = -H$  анализируются значения коэффициентов  $K_{\max}$ . Они представляют собой отношения максимальных площадей, ограниченных изолинией концентрации примеси равной 2,5 %, к первоначальной площади загрязнения при  $t = t_0$ .

Оценим параметры проникновения примеси под действием только стационарного ветра со скоростью 15 м/с. Стационарные течения на поверхности направлены в сторону действующего ветра, куда наблюдается перенос примеси. Эти области с течением времени все больше вытягиваются в западном направлении. В рассматриваемом поле установившихся течений коэффициент  $K_{\max}$  составляет 1,22 ( $t_{\max} = 3$  ч), на глубине  $z = -H/2$  – 1,23 ( $t_{\max} = 10$  ч), в придонном слое – 1,22 ( $t_{\max} = 25$  ч). Полное рассеяние примеси происходит через 53 ч с момента выброса, при этом с течением времени направление перемещения примеси существенно не меняется.

Эволюция той же области загрязнения исследована под действием атмосферного образования радиусом 100 км, движущегося на запад со скоростью 5 м/с и  $\mathbf{W}_s^2 = 10$  м/с. В процессе перемещения атмосферного образования меняется направление приводного ветра и, как следствие этого, направление генерируемых им течений. При этом область загрязнения первые 2 ч перемещается на запад в направлении стационарных течений, а затем постепенно распадается на несколько небольших фрагментов (рисунок 1). Эти области переносятся от центра выброса в различных направлениях на значительные расстояния и, спустя 30 ч, достигают северного побережья Азовского моря в районах Бердянска и Мариуполя. С течением времени участки загрязняющих ве-

ществ переносятся на запад. Полное рассеяние происходит через 149 ч, что в 2,7 раза превышает время рассеяния такой же области загрязнения в установленном режиме течений.

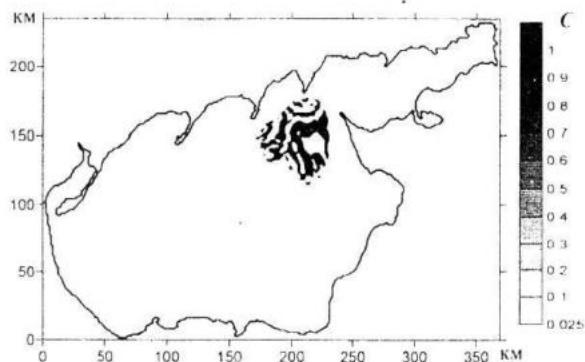


Рисунок 1 – Область загрязнения в момент пересечения циклоном центральной части моря ( $t = t_0 + 10$  ч)

Для циклонов различных направлений время проникновения примеси на глубину  $z = -H/2$  длится значительно дольше, чем в установленном режиме, и составляет 15 ч после ее выброса на поверхность. Более продолжительным (до 20 ч) становится также опускание загрязняющих веществ в придонный слой. Вертикальное распространение примеси под действием циклона замедляется по сравнению со стационарным случаем в 7,5 раза ( $z = -H/2$ ) и в 2,2 раза ( $z = -H$ ).

## Л и т е р а т у р а

1. В. Н. Еремеев, А. В. Коновалов, Ю. В. Манилюк, Л. В. Черкесов. Моделирование длинных волн в Азовском море, вызываемых прохождением циклонов // Океанология. – 2000. – 40, № 5. – С. 658 – 665.
2. A. F. Blumberg, G. L. Mellor. A description of three dimensional coastal ocean circulation model in Three-Dimensional Coast Ocean Models. Coastal and Estuarine Science, 4, 1987. – Р. 1–16.
3. Д. В. Алексеев, В. А. Иванов, Е. В. Иванча, В. В. Фомин, Л. В. Черкесов. Моделирование эволюции волновых полей в районе северо-западного шельфа Черного моря при прохождении циклона // Морской гидрофизический журнал. – 2005. – №1. – С. 42 – 54.
4. В. В. Фомин. Численная модель циркуляции вод Азовского моря. Научные труды УкрНИГМИ. – 2002. – вып. 249. – С. 246 – 255.