

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ БАРОТРОПНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ

А.Е. Анисимов

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: anisimov1@mail.ru

В статье описано построение численной модели баротропной циркуляции атмосферы на основе баротропного уравнения завихренности на β -плоскости. Построенная модель была использована для исследования различных процессов в динамике атмосферы, таких как излучение вихрем воли Россби, неустойчивость зональных сдвиговых течений, двумерная турбулентность.

Введение. Современные численные модели, используемые как для ежедневного оперативного прогноза погоды, так и для прогноза изменения климата в ближайшие столетия из-за изменения концентрации парниковых газов и глобального потепления, в силу своей сложности малоприменимы для теоретических исследований. Для теоретических исследований, как правило, используют упрощенные модели, такие как модель мелкой воды, двухслойная модель или баротропная модель.

Численная модель на основе баротропного уравнения завихренности была одной из первых попыток моделирования атмосферной циркуляции и прогноза погоды. Несмотря на свою простоту, это уравнение очень содержательно, описывает большое количество различных явлений в динамике атмосферы, может быть применено для их теоретического изучения, к примеру, для исследования вопросов устойчивости плоскопараллельных течений

Построение численной модели. В случае баротропной атмосферы, при соответствующих допущениях, система уравнений сводится к следующему баротропному уравнению завихренности:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = J(\eta + f, \psi), \quad \eta = \nabla^2 \psi,$$

где ψ , η , f , t – функция тока, завихренность, параметр Кориолиса и время соответственно.

Уравнение завихренности является нелинейным и при его конечно-разностном решении возникает нежелательное явление

нелинейной неустойчивости, связанное с ложным притоком энергии к волновым числам, близким к $k_{\max} = \pi / \Delta x$. Для предотвращения нелинейной неустойчивости был использован подход, предложенный Аракавой. Пространственная конечно-разностная схема адвективного члена была представлена в виде, сохраняющем интегральные инварианты – кинетическую энергию, завихренность и энтрофию. Подробное описание схемы в [1].

Мелкомасштабные компоненты поля скорости или завихренности при конечно-разностной пространственной аппроксимации описываются неточно. Кроме того, в нелинейном уравнении они влияют на крупные масштабы, поэтому желательно от них избавляться. Свойством подавления мелких масштабов обладают некоторые численные схемы. Однако разумнее контролировать поведение мелких масштабов с помощью реального физического процесса – вязкости

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + J(\eta + f, \psi) = \nu \nabla^2 \eta,$$

где ν – коэффициент вязкости.

Для выполнения условия устойчивости схемы численного интегрирования по времени уравнения, включающего и адвекцию и вязкость, требуется комбинация временных схем. Наиболее простой вариант дает комбинация схемы центральных разностей для адвекции и явной схемы Эйлера для вязкости

$$\eta^{(n+1)} = \eta^{(n-1)} - 2\Delta t (J(\eta^{(n)} + f, \psi^{(n)}) + \nu \nabla^2 \eta^{(n-1)}).$$

Для такой схемы интегрирования по времени на каждом шаге вычислительной процедуры необходимо восстанавливать функцию тока по завихренности. Для этого нужно численно решать уравнение Пуассона

$$\nabla^2 \psi^{(n+1)} = \eta^{(n+1)}.$$

Уравнение Пуассона решалось прямыми методами. Их преимущество по сравнению с релаксационными состоит в том, что они дают точное решение конечно-разностного уравнения, поэтому в нестационарных задачах исчезает источник ошибок, связанный с итерационными методами.

Для решения разных задач модель была реализована в трёх вариантах, с различными граничными условиями – бокс с твердыми стенками, зональный канал, дважды

периодические граничные условия. Для каждого типа граничных условий был использован свой собственный метод решения:

- 1) многосеточный метод для области с твердыми стенками;
- 2) для задачи с постоянными граничными условиями по оси y , и с периодическими по x (модель зонального канала в атмосфере) использовалось преобразование Фурье по x , сводящее задачу к совокупности независимых линейных систем с трёхдиагональной матрицей, которые решались стандартным методом прогонки;
- 3) Для периодических граничных условий по всей границе области использовалось двумерное БПФ.

Эволюция одиночного осесимметричного вихря на β -плоскости. Рассмотрим задачу с твёрдыми стенками с параметром $\beta \neq 0$, в качестве начального условия взяв одиночный вихрь.

При наличии β -эффекта адвекция планетарной завихренности полем скорости вихря создает аномалии завихренности в окрестности исходного вихря. Эти аномалии завихренности вызывают два различных явления – излучение волн Россби и

медленное перемещение вихря. В Северном полушарии исходный циклонический вихрь будет перемещаться в северо-западном направлении за счет создания вокруг себя вихревого диполя. К северо-востоку от исходного вихря, из-за адвекции с юга жидкости с низкой планетарной завихренностью, образуется слабый антициклон, а к юго-западу – слабый циклон. Получившийся вихревой диполь, называемый β -диполем, имеет интенсивность порядка βR (R – размер циклона). Поле скорости между вихрями β -диполя направлено на северо-запад, в этом направлении и будет перемещаться исходный вихрь. Это медленное перемещение называется β -дрейфом. Характерная величина дрейфовой скорости $v_{dr} = \beta R^2$. Механизмом β -дрейфа объясняется перемещение тропических циклонов в атмосфере.

На рисунке 1 приведены результаты эволюции вихря с параметрами $\beta=1$, $R=0.0477$ для двух моментов времени $t_1=0.3$, $t_2=0.8$. На первом кадре виден сформировавшийся β -диполь. На втором кадре наблюдается сформировавшийся пакет волн Россби и перемещение вихря на северо-запад по сравнению с первым кадром.

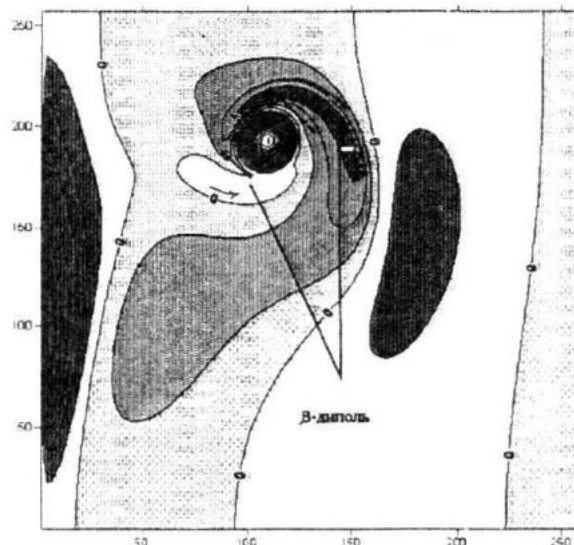
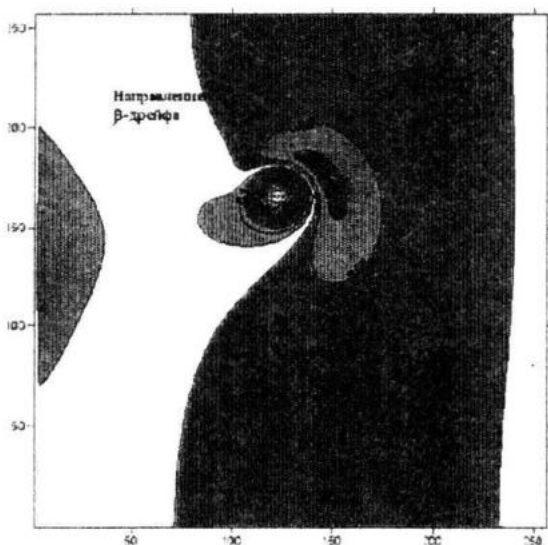


Рисунок 1 – Излучение вихрем волн Россби и β -дрейф. $\beta=1$, $R=0.0477$, $t=15, 24$.

Развитие неустойчивости плоско-параллельного сдвигового течения. Задача об устойчивости плоско-параллельных сдвиговых течений в гидродинамике является классической. Однако, нелинейные стадии развития неустойчивых возмущений представляет собой широкое и полностью не изученное поле для исследований.

Построенная модель позволяет изучать нелинейные стадии развития неустойчивости и возникающие при этом эффекты.

Для некоторых простейших сдвиговых течений в виде двух встречных однородных потоков, разделённых сдвиговым слоем, линейная задача о начальном росте малых возмущений допускает аналитические

решение для скорости роста и формы растущего возмущения. Результат такого линейного анализа неустойчивости – поток неустойчив по отношению к длинноволновым и устойчив относительно коротковолновых возмущений с длиной волны порядка его ширины.

Для численного моделирования нелинейной стадии развития неустойчивости были выбраны профили скорости и завихренности в виде

$$U(y) = -\operatorname{erf}(y/a); \quad \eta(y) = e^{-y^2/a^2}.$$

Рассмотрим малое возмущение в форме $\psi' = \tilde{\psi}(y)e^{ik(x-ct)}$. Для указанного профиля скорости были выполнены численные эксперименты для различных значений параметра ka , который при нулевом β является единственным безразмерным параметром задачи. Во всех экспериментах величина k была равна 2π . На рисунке 2 показана картина завихренности для значения параметра $a=0.2$.

На линейной стадии возмущение имеет вид волны, в которой возмущение на верхней границе сдвигового слоя опережает на $\pi/2$ возмущение на нижней границе. По ме-

ре роста амплитуды возмущения из-за этого сдвига фаз однородная изначально полоса завихренности разбивается на чередующиеся области разного типа – компактные области и вытянутые филаменты. На нелинейной стадии развития компактные области сворачиваются в отдельные вихри и наматывают на себя тонкие филаменты. Окончательный результат развития неустойчивости – цепочка вихрей типа «кошачьи глаза» (cat's eyes).

Для других значений параметра a от 0.01 до 0.20 картина развития неустойчивости аналогична. Весомое отличие заключается лишь в следующем: для тонкого сдвигового слоя наматывание филамента хорошо выражено, а для толстого – филамент короткий и расположен между двумя тесно прижатыми компактными областями завихренности. Основным результатом этих численных экспериментов состоит в том, что для достаточно больших значений $a > 0.16$ сдвиговое течение устойчиво, что согласуется с результатами линейной теории устойчивости о коротковолновом обрывании сдвиговой неустойчивости.

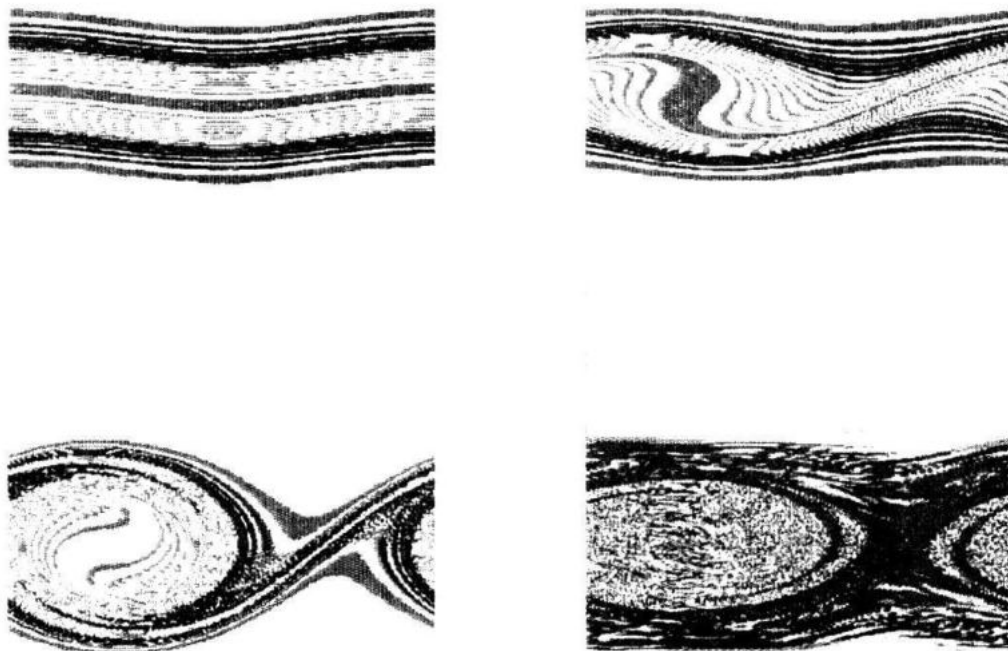


Рисунок 2 – Завихренность неустойчивого сдвигового слоя. $t=0, 10, 20, 37, a=0.03, \beta=0$

Эволюция свободной затухающей двумерной турбулентности. В двумерной турбулентности, описываемой баротропным уравнением завихренности, интегралом движения, кроме кинетической энергии $E = \iint \psi \eta dS$, является энтропия $\Omega = \iint \eta^2 dS$. Поскольку завихренность является лагранжевым инвариантом, т.е. завихренность не создаётся и не уничтожается, а просто перераспределяется, то интегралами движения являются также $\Omega_n = \iint \eta^n dS$ для любого n . В результате диссипация энергии при $\nu \rightarrow 0$ тоже стремится к нулю, а это значит, что каскад энергии на малые масштабы (как в трёхмерной турбулентности) невозможен. Вме-

сто этого энергия переносится на большие масштабы с характерным спектром $E(k) = \varepsilon^{2/3} k^{-3}$, где $\varepsilon = const$ - скорость диссипации энтропии.

Вместо вязкости использовалась гипервязкость ν_1 для более эффективного подавления малых масштабов, не затрагивающего крупные. В качестве начальных условий задавалась суперпозиция нескольких плоских гармоник диапазоне $k = 2\pi(9..12)$ и единичными амплитудами.

На рисунке 3 представлена картина свободно эволюционирующей двумерной турбулентности. Конечным результатом эволюции являются два крупных вихря противоположного знака.

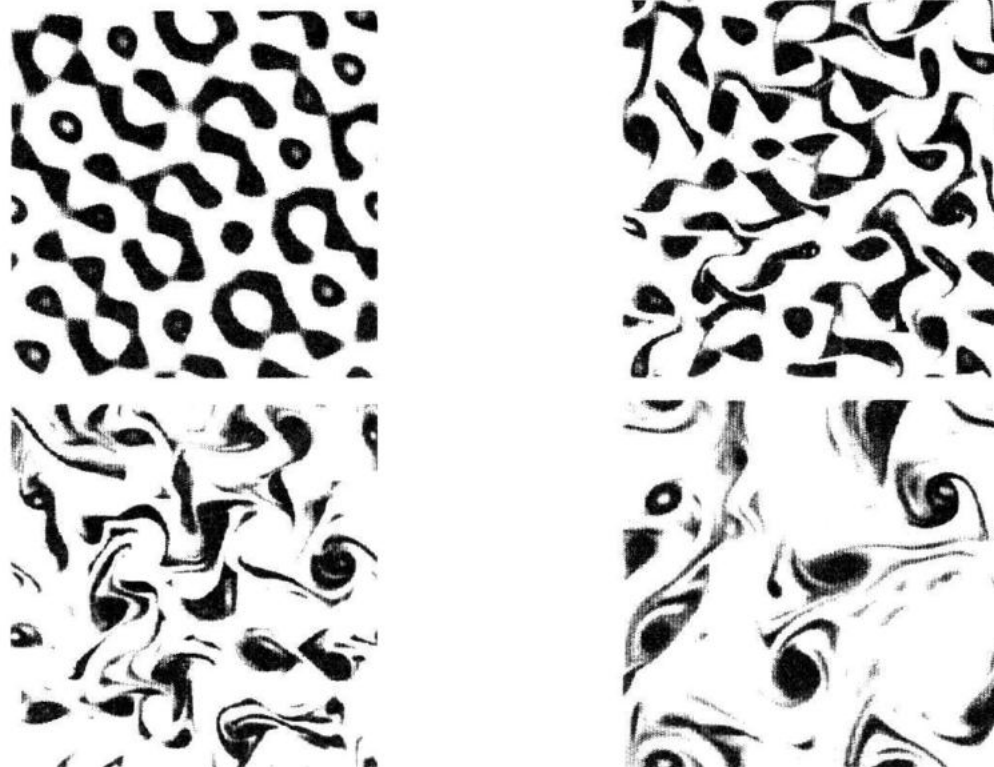


Рисунок 3 – Эволюция свободной затухающей двумерной турбулентности. $\nu_1 = 10^{10}$, $t = 0, 20, 50, 100$

Заключение. Результатом выполнения работы стало построение гибкой модели баротропной циркуляции. С помощью построенной модели были исследованы следующие динамические процессы в атмосфере:

- поведение осесимметричного вихря на β -плоскости;
- устойчивость сдвигового течения;
- эволюция свободной затухающей двумерной турбулентности.

Л и т е р а т у р а

1. Ф. Мезингер, А. Аракава. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Ленинград: Гидрометеиздат, 1979. – 135 с.
2. Л.С. Гандин, А.С. Дубов. Численные методы кратосрочного прогноза погоды. Ленинград: Гидрометеорологическое издательство, 1968. – 427 с.
3. Ф. Дразин. Введение в теорию гидродинамической устойчивости. М.: Физматлит, 2005. – 288 с.
4. Vallis, G K. 2005. Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics. (Cambridge University Press.) – 758 с.