

ОПТИМАЛЬНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ АНИЗОТРОПНЫХ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Л.Д. Пухтяр

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: oaoi@alpha.mhi.iuf.net

Рассматривается метод оптимальной интерполяции А.Н. Колмогорова с учетом анизотропии полей с целью исследования ее влияния на точность интерполяции. Для полей поверхностной концентрации хлорофилла, и температуры летом в северо-западной части Черного моря получено, что с учетом анизотропии расчетные значения в среднем на 3 – 5 % ближе к натурным, чем без ее учета.

Введение. Оптимальная интерполяция данных А.Н. Колмогорова в метеорологии и гидрологии успешно применяется с 70-х годов прошлого столетия. Метод оптимальной интерполяции данных А.Н. Колмогорова основан на корреляционных связях внутри исследуемых полей, поэтому вид и точность вычисления корреляционных функций существенно влияют на точность интерполяции [1, 2]. Обычно при рассмотрении оптимальной интерполяции полагают, что рассматриваемое поле является изотропным и соответственно корреляционная связь внутри его также – изотропна [1, 2]. Реально наблюдается анизотропия полей, однако не очевидно, что для повышения точности интерполяции данных необходим ее учет, так как до настоящего времени работ с рассмотрением оптимальной интерполяции с учетом анизотропии полей выполнено не было. Значительный статистический материал данных дистанционного зондирования земли (ДЗЗ) позволяет качественно выполнить анализ статистической структуры исследуемых полей, являющийся определяющим для надежного проведения их корреляционного и спектрального анализа. В предлагаемой работе на основе массивов данных ДЗЗ полей поверхностной температуры, и концентрации хлорофилла в северо-западной части Черного моря (СЗЧМ) рассматривается оптимальная интерполяция с учетом анизотропии полей с целью исследования ее влияния на точность интерполяции.

Используемые данные и методика исследования. В работе используются дан-

ные спутниковых наблюдений полей поверхностной температуры и концентрации хлорофилла в СЗЧМ, полученные с помощью сканирующего оптического спектрометра MODIS (Aqua), в летний период 6.07.2006 г. [3].

Метод оптимальной интерполяции А.Н. Колмогорова разработан для случайных полей в предположении их однородности и изотропии [1]. Предположение об однородности, в какой то мере удовлетворяется разделением рассматриваемых полей на детерминированную и случайную составляющие [4, 5]. Однако эта процедура не устраняет существующую анизотропию. Чтобы убедиться в степени погрешности связанной с пренебрежением анизотропии полей наилучшим способом является выполнение интерполяции с ее учетом.

Для исследуемых поверхностных полей температуры и концентрации хлорофилла в СЗЧМ предварительно проводилась оценка их анизотропии, рассматривая для них отношения радиусов корреляции по направлениям параллелей (от 44° до 46,5° с.ш.) и меридианов (от 28 градуса до 32 градуса в.д.) для выбранного уровня корреляции 0,1. Получено, что радиусы корреляции зависят от местоположения точки на акватории моря и от их направления. Отношения значений радиусов корреляции вдоль параллели к значениям вдоль меридиана изменялись от 0,79 до 4,25, что свидетельствует о значительной анизотропии рассматриваемых полей.

Для нахождения значения рассматриваемого параметра поля f_i в некоторой точке $A(x,y)$ с помощью метода оптимальной интерполяции данных А.Н. Колмогорова применяется следующий подход. Значение f_i в некоторой точке $A(x,y)$ равно линейной комбинации данных измерений f_k попадающих в область ограниченную радиусом корреляции r

$$f_i(x, y) = \sum_{k=1}^n g_{ik} f_k, \quad (1)$$

где f_k – измеренные значения исследуемого поля; g_{ik} – весовые коэффициенты соответствующие измеренным параметрам и их удалению от точки интерполяции; n – число точек измерений попавших в область соответствующую радиусу корреляции. Весовые коэффициенты g_{ik} вычисляются исходя из условия минимизации погрешности интерполяции, n зависит от размера области корреляции, которая

определяется формой и значением корреляционной функции [1, 2]. Как отмечалось выше, в случае предположения об изотропии корреляционная функция и ее радиус корреляции не зависят от направления и являются постоянными для всех направлений окружения точки интерполяции точками измерений. Тогда радиус корреляции очерчивает круг. В случае анизотропии для каждой точки и каждого направления должны использоваться свои корреляционная функция и радиус корреляции, который уже будет очерчивать некоторую кривую отличную от круга. Как показал анализ корреляционных функций и их радиусов корреляции в СЗЧМ хорошим приближением к такой кривой может являться эллипс. На рисунке 1 ось x эллипса направим по параллели, а y – по меридиану.

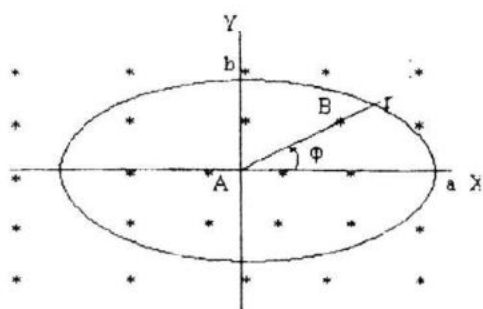


Рисунок 1 – Область анизотропного поля в виде эллипса очерчиваемая радиусом корреляции

Большая полуось его будет соответствовать радиусу корреляции, полученному вдоль параллели ($r = a$), а малая – вдоль меридиана ($r = b$). Начало координат находится в точке интерполяции A , в которой выполняются расчеты на основе измерений в точках B попавших внутрь эллипса. Для точки B направление на которую из точки A составляет угол ϕ (рисунок 1) радиус корреляции будет иметь следующий вид

$$r(\phi) = \frac{a}{\sqrt{1 - \sin^2 \phi (1 - a^2 / b^2)}} \quad (2)$$

Далее применяя традиционный алгоритм оптимальной интерполяции данных [1, 2], проведем расчеты интерполяции поверхностных значений температуры и концентрации хлорофилла для двух вариантов с учетом их анизотропии и без ее учета у рассматриваемых полей. Для этого в СЗЧМ в квадратах № 1 и 2 со сторонами 1° широты \times 1° долготы выполним оптимальную интерполяцию поверхностных значений концентрации хлорофилла и

температуры моря на сетку с шагом 1 км на основе данных измерений размещенных на сетке с шагом 10 км. Квадрат № 1 расположен на севере, где коэффициент анизотропии составляет 0,79-2,0, а № 2 на юго-западе СЗЧМ, где коэффициент анизотропии в два раза выше и составляет 1,48-4,25.

Результаты расчетов для квадрата № 1 приводятся на рисунке 2. На рисунке 2 а – с учетом анизотропного распределения концентрации хлорофилла, а на рисунке 2 б в предположении его изотропии. На рисунках 2 в, г изображены распределения концентрации хлорофилла на основе натуральных данных с шагом 1 км (в) и с шагом 10 км (г). Сравнивая рисунки 2 а – г можно заключить, что ближе к натурным (рисунок 2 в) являются изолинии, построенные по данным интерполяции с учетом анизотропии поля.

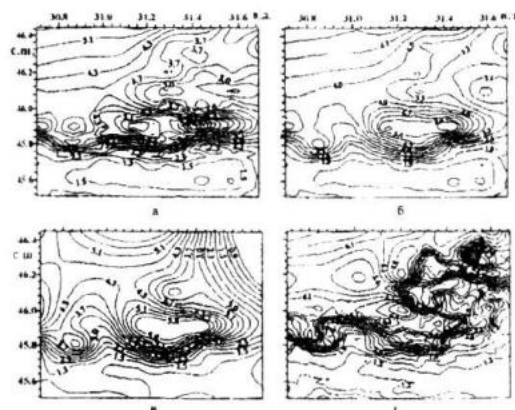


Рисунок 2 – Распределения расчетных полей концентрации хлорофилла морской поверхности в центре СЗЧМ при учете их анизотропии (а) и изотропии (б)

Карта, построенная по данным оптимальной интерполяции без учета анизотропии поля (рисунок 2 б), выявляет меньшую детализацию рассматриваемого поля, чем карта с учетом его анизотропии (рисунок 2 а). Рассмотрение статистических характеристик, соответствующих рисункам 2 а – г показало, что при учете анизотропии дисперсия и средние значения поверхностной концентрации хлорофилла несколько выше, чем без ее учета, соответственно на 10,3 % и 3 %. Это связано с большей детализацией при интерполяции с учетом анизотропии и меньшим осредняющим влиянием, чем без ее учета. Однако при сравнении с натурными данными видно, что осредняющее влияние остается высоким. Так дисперсия натуральных данных концентрации хлорофилла в квадрате № 1

превышает дисперсию данных интерполяции с учетом анизотропии на 42 %, а без ее учета на 47 %. Аналогичные результаты получены и в квадрате № 2.

Сравним расчеты оптимальной интерполяции данных поверхностной концентрации хлорофилла с учетом анизотропии и без ее учета на разрезе по параллели 45,9° с.ш., где наблюдается наибольшая в рассматриваемом квадрате неоднородность данных, рисунок 2. Результаты таких расчетов приводятся на рисунке 3, где цифре 1 соответствует кривая с учетом изотропии данных, 2 – с учетом их анизотропии, 3 – по данным натуральных измерений; в нижней части рис. 3 в процентах

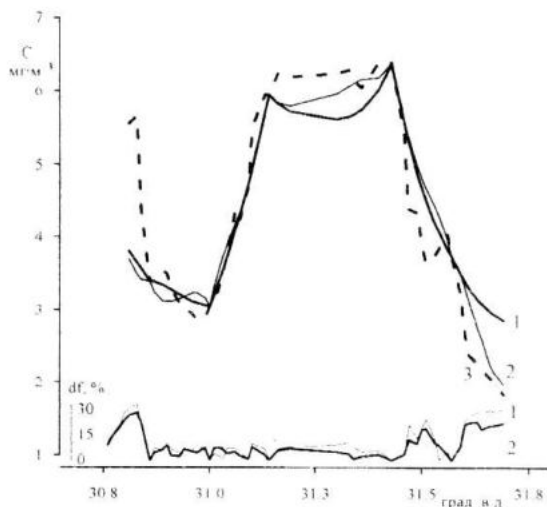


Рисунок 3 – Распределения расчетной и натурной (3) концентраций поверхностного хлорофилла и отклонений от данных измерений в процентах вдоль параллели 45.9 с.ш. с учетом (2) и без учета анизотропии (1)

показаны отклонения результатов расчетов от натуральных данных (1 – в предположении изотропии, 2 – анизотропии). Сравнение расчетных данных с натурными измерениями показало, что наиболее значительные отклонения от данных измерений наблюдаются на границах рассматриваемой области, где они достигают 25 % для анизотропных данных и 30 % – в предположении их изотропии. В промежуточной области отклонения равны нескольким процентам. В среднем, на данном разрезе с учетом анизотропии, они составили 10,5 %, а без ее учета – 12,4 %. Увеличение погрешности интерполяции на границах района измерений связано с уменьшением числа точек попадающих в области (круг, эллипс) корреляции, причем неравномерно, только в некоторую часть.

Из приведенных примеров (рисунки 2 и 3) следует, что принципиальных отличий учет анизотропии не внес. Однако с учетом анизотропии результаты оптимальной интерполяции данных поверхностной концентрации хлорофилла ближе к натурным на 3 – 5 %, чем полученные в предположении изотропии.

Для поверхностной температуры, имеющей более однородные данные, чем у поверхностной концентрации хлорофилла и статистическое распределение которых ближе к нормальному [5] различия между данными интерполяции с учетом анизотропии и без ее учета визуально мало заметны. А их статистические характеристики отличаются не более чем на 0,7 – 1,8 %.

Заключение. Для рассмотренных неоднородных, анизотропных полей учет анизотропии при их оптимальной интерполяции заметно увеличивает детализацию на картах этих полей, а расчетные значения в среднем на 3 – 5 % ближе к натурным, чем без учета анизотропии. Для квазиоднородных полей, распределения которых близки к нормальному закону распределения (поверхностная температура), учет анизотропии приводит к не значительному повышению детализации их карт и точности интерполяции (до 2 %). Таким образом, полученные ранее результаты оптимальной интерполяции данных в предположении их изотропии оправданы в пределах указанных точностей.

Литература

1. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей // Изв. АН СССР. Серия математ. – 1941. – № 5. – С. 3 – 13.
2. Timchenko I.E. Stochastic Modeling of Ocean Dynamics. –London–Paris– New-York: Harwood Acad. Publ. Chur, 1984. – 320 p.
3. Коротаев Г.К., Радайкина Г.К., Станичный С.В., и др. Развитие методов дистанционного зондирования океана // Космические исследования в Украине в 2002–2004 годах. – Киев: 2004. – С. 15 – 21.
4. Озмидов Р.В. Горизонтальная турбулентность и турбулентный обмен в океане. – М: «Наука», 1968. – 199 с.
5. Пухтяр Л.Д., Станичный С.В., Тимченко И.Е. Оптимальная интерполяция данных дистанционного зондирования морской поверхности. Морской гидрофизический журнал, 2009, №4. С. 34 – 50.