

АДАПТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В МОДЕЛИ МОРСКОЙ ЭКОСИСТЕМЫ, ОСНОВАННОЙ НА УРАВНЕНИЯХ «РЕАКЦИИ-ДИФФУЗИИ»

Е.В. Романовский, И.Е. Тимченко

Морской гидрофизический институт
НАН Украины
г. Севастополь, ул. Капитанская, 2
E-mail: eromanovskiy@gmail.com

Рассматривается модель простейшей морской экосистемы, в которой процессы взаимодействия живых объектов описываются методом аддитивного баланса влияний, учитывающим явление реакции, а динамика среды представлена классической задачей диффузии. Получено описание пространственного поведения биологических объектов с учетом их взаимодействия в диффузионном поле. Данная модель программно реализована, проведен ряд вычислительных экспериментов, демонстрирующих нелинейную динамику моделируемых параметров природной среды.

Введение. Морская среда является источником разнообразных природных ресурсов, которые потребляются в процессе хозяйственной деятельности. Математические модели морских экосистем создаются для решения разнообразных задач, среди которых одна из наиболее важных – изучение динамики популяций морских организмов. Особую актуальность это направление исследований принимает вследствие увеличения антропогенной нагрузки на морские экосистемы. Большинство моделей морских экосистем содержит интегральное описание процессов, при котором пространственная динамика отсутствует [1]. Такое положение дел объясняется большими сложностями моделирования распределенных систем, так как в пространственно-временных моделях подобных систем приходится решать задачи переноса неконсервативных параметров, взаимодействующих между собой и подверженных влиянию окружающей среды.

Вместе с тем именно подобные задачи представляют большой научный и практический интерес и составляют предмет интенсивно развивающейся теории аддитивных сложных систем, обладающих свойст-

вами самоорганизации, модели которых получили общее название «уравнения реакции-диффузии». Начало этому направлению исследований было положено Аланом М. Тьюрингом в работе "Химические основы морфогенеза", опубликованной в 1952 году. Его исследование было посвящено математической теории образования структур в первоначально однородной системе, где одновременно происходят химические реакции, сопровождаемые потреблением энергии, и присутствует динамика среды в форме переноса – диффузии. Существенное развитие идеи Тьюринга получили в работах группы И. Пригожина [2], основной целью которых стало изучение явления самоорганизации в поведении сложных систем с позиций фундаментальных законов термодинамики и химической кинетики. Позднее теория диссипативных структур нашла широкое применение в физике и химии [3]. Отдельные исследования выполнены в области моделирования эколого-экономических систем. Так в работе [4] решается задача оптимального управления пространственно распределенной эколого-экономической системой.

В данной статье рассматривается модель простейшей морской экосистемы, в которой процессы взаимодействия живых объектов описываются методом аддитивного баланса влияний (ABC-методом) [5], учитывающим явление реакции, а динамика среды представлена классической задачей диффузии. Концепция адаптации сложной системы к внешним влияниям является общей для моделей реакции-диффузии и для ABC-метода, который неоднократно применялся для моделирования интегральных процессов в экосистемах. Отмечена быстрая сходимость к устойчивым решениям уравнений ABC-моделей, а также возможность объективной оценки коэффициентов этих моделей по данным наблюдений. Этим объясняется интерес к постановке вычислительного эксперимента с моделью простейшей морской экосистемы

Описание модели реакции-диффузии. Рассмотрим уравнение вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f(u) + D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где x – вектор обобщенных координат; $f(u)$ – функционал от концентраций реагентов u ; D – диагональная матрица с коэффициентами диффузии и t – время. Уравнения такого типа называются уравнениями «реакции-диффузии».

В линейных системах диффузия приводит к выравниванию концентраций во всем объеме среды, содержащем реагенты. В случае нелинейного взаимодействия переменных в системе может возникать неустойчивость гомогенного стационарного состояния и образуются сложные пространственно-временные режимы типа волн или диссипативных структур. Они являются стационарными во времени и неоднородными по пространству распределениями концентраций, поддержание которых происходит за счет поступления энергии в систему. Условием возникновения структур в таких системах является различие коэффициентов диффузии реагентов, а именно, наличие близкодействующего «активатора» с малым коэффициентом диффузии и дальнодействующего «ингибитора» с большим коэффициентом диффузии.

В целях упрощения задачи будем рассматривать четыре взаимодействующих между собой реагента – одномерные по пространству процессы, формирующие структуру простейшей модели морской экосистемы: фитопланктон (FP), зоопланктон (ZP), биоресурс (BR) и биогены (BG), влияние которых будем учитывать только для фитопланктона. Концептуальная модель экосистемы представлена на рисунке 1.

$$\frac{d\Gamma_i}{dt} = \Gamma_i \left\{ 1 - 2 \left[\Gamma_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} \Gamma_j - F_i(x, t) \right] \right\}. \quad (3)$$

Теперь система уравнений реакции-диффузии модели экосистемы принимает окончательный вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Gamma_i(x, t) = D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Gamma_i(x, t) + \Gamma_i(x, t) \left\{ 1 - 2 \left[\Gamma_i(x, t) - \sum_{j \neq i} a_{ij} \Gamma_j(x, t) - F_i(x, t) \right] \right\}, \quad (4)$$

Границные условия запишем в виде

$$\frac{\partial}{\partial n} \Gamma_i(x \in \Gamma, t) = -Kb_i(x \in \Gamma, t) \left(\Gamma_i(x \in \Omega, t) - \Gamma_i^{ext}(x \in \Omega^{ext}, t) \right), \quad (5)$$

где Ω – замкнутая моделируемая область с границей Γ ; n – нормаль к этой границе; Γ_i – концентрация FP , ZP , BR , BG внутри области Ω ; Γ_i^{ext} – концентрация FP , ZP , BR ,

В качестве внешних воздействий на экосистему будем учитывать солнечную радиацию (SR), участвующую в образовании фитопланктона, и модуль скорости приводного ветра (WF), поставляющий кислород в верхний слой моря, необходимый для зоопланктона и рыб.

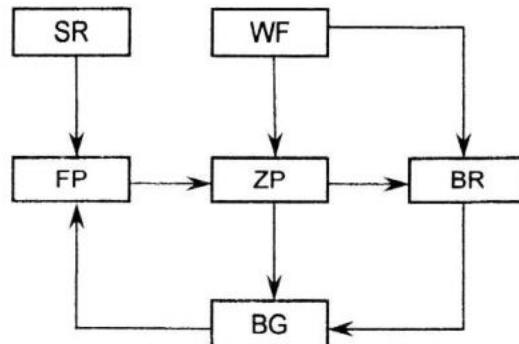


Рисунок 1 – Концептуальная модель экосистемы

Введем вектор состояния экосистемы с элементами $T_i(x, t)$: $T_1(x, t)$ – концентрация фитопланктона (FP), $T_2(x, t)$ – концентрация зоопланктона (ZP), $T_3(x, t)$ – концентрация биоресурса (BR), $T_4(x, t)$ – концентрация биогенов (BG). Вектор внешних воздействий обозначим $F_i(x, t)$: $F_1(x, t) = (SR)$, $F_2(x, t) = F_3(x, t) = (WF)$, $F_4(x, t) = 0$.

Используя общее уравнение ABC -метода [5] с базовой функцией влияния $F^{(+)}(T_i)$ в форме

$$F^{(+)}(T_i) = T_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} T_j - F_i(x, t), \quad (2)$$

выпишем систему уравнений, представляющих процессы реакции в модели экосистемы

$$\frac{\partial}{\partial t} T_i(x, t) = D \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_i(x, t) + T_i(x, t) \left\{ 1 - 2 \left[T_i(x, t) - \sum_{j \neq i} a_{ij} T_j(x, t) - F_i(x, t) \right] \right\}, \quad (3)$$

BG вне области Ω (Ω^{ext}); Kb_i – функция, описывающая поток i -го ресурса через границу Γ в момент времени t .

Имитационные эксперименты с моделью. Для проведения имитационных экспериментов модель эколого-экономической системы была представлена в форме конечно-разностных уравнений. Все моделируемые процессы путем линейных преобразований были приведены к безразмерной форме и к общему интервалу изменчивости от 0 до 1, а коэффициенты влияния в уравнениях выбирались в диапазоне значений от 0,01 до 0,5. После этого вычисления производились на 365 шагов по времени с интервалом в одни сутки. Во всех экспериментах, в соответствии с выбранными масштабами изменчивости, в качестве внешних влияний

на экосистему были заданы годовой ход солнечной радиации SR и ветра WF .

На рисунке 2 приведен пример модельного прогноза, наглядно демонстрирующий возникновение диссипативных структур для концентраций взаимодействующих в диффузионном поле фитопланктона, зоопланктона и биоресурса. Рисунок 3 демонстрирует формирование диссипативных структур в зависимости от коэффициентов диффузии фито и зоопланктона. На приведенных графиках ось абсцисс есть координата, а ордината – безразмерная величина с интервалом изменчивости от 0 до 1, к которому приведены концентрации взаимодействующих веществ.

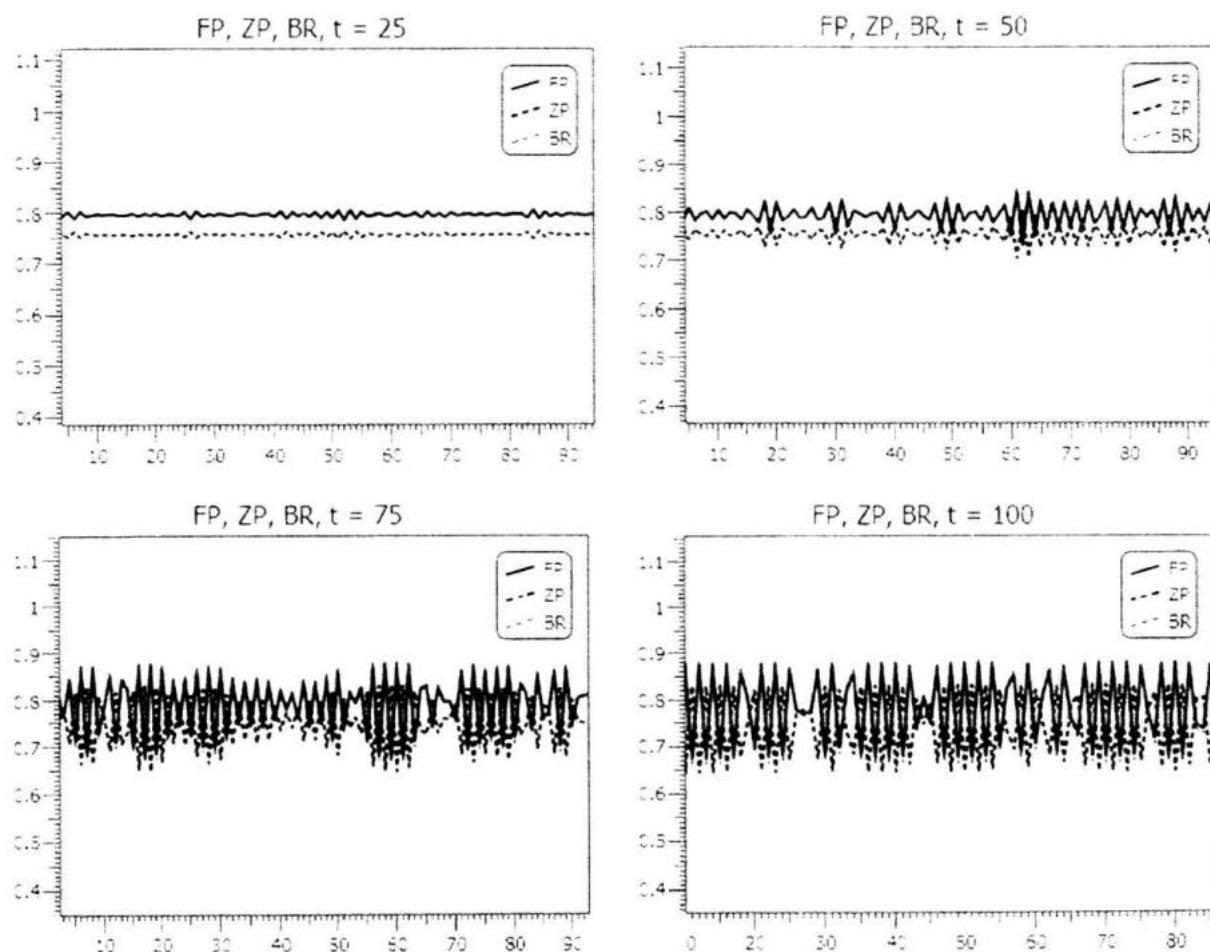


Рисунок 2 – Образование диссипативных структур в модели пространственно-временной распределенной экосистемы

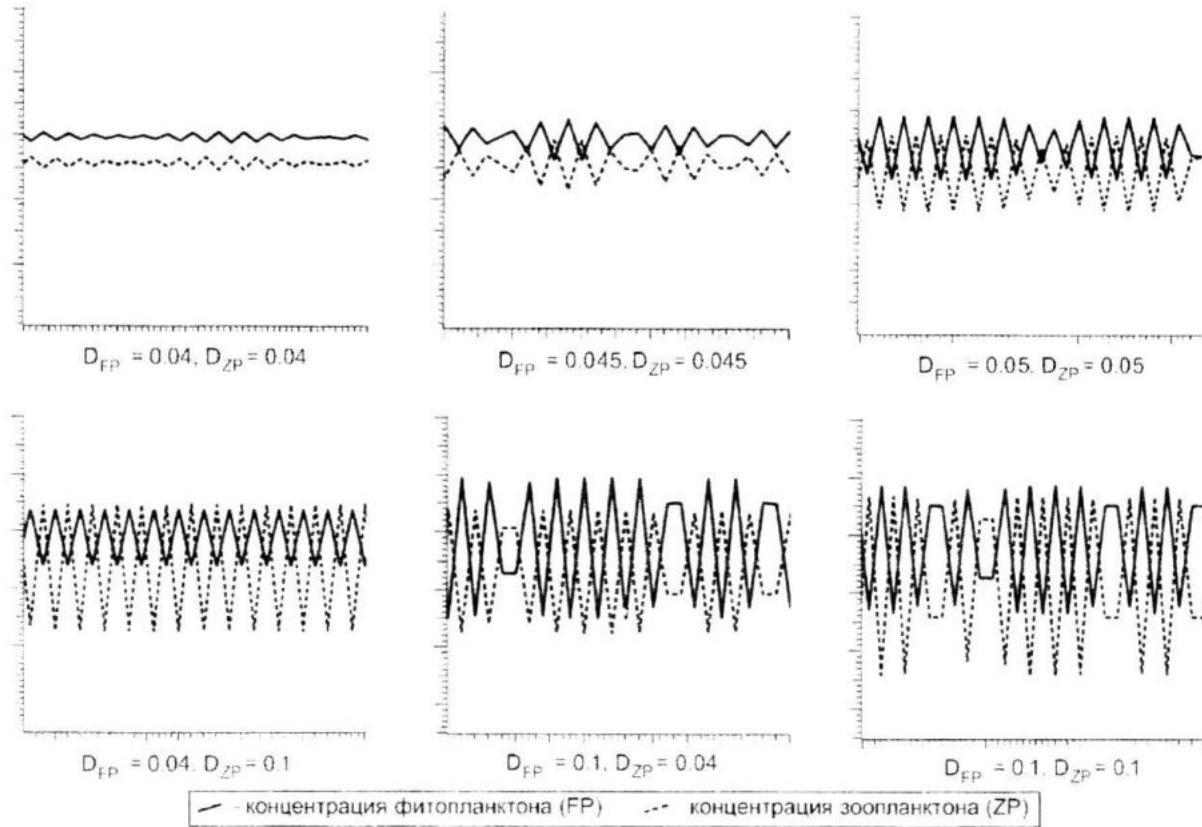


Рисунок 3 – Концентрации фитопланктона (FP) и зоопланктона (ZP)
в зависимости от коэффициентов диффузии

Заключение. В статье приведено описание модели, построенной методом аддитивного баланса влияний для пространственно-временной распределенной экосистемы из трех трофических уровней. Проведенные вычислительные эксперименты с моделью морской экосистемой, описываемой уравнениями реакции-диффузии, показали, что даже весьма упрощенная система уравнений демонстрирует сложные сценарии развития, весьма чувствительные к изменениям входных воздействий на систему и к выбору параметров модели. Полученный нами первый опыт применения ABC-метода для представления функций источника в системе уравнений диффузии показывает целесообразность использования этого приема при разработке более сложных моделей морских экосистем, описывающих процессы в двух и трех пространственных измерениях.

Л и т е р а т у р а

1. Еремеев В.Н., Игумнова Е.М., Тимченко И.Е. Моделирование эколого-экономических систем. Севастополь, Изд. «ЭКОСИ – Гидрофизика», 2004. – 322 с.
2. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979. – 512 с.
3. Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическая биофизика. – М.: Наука, 1984. – 304 с.
4. Brock W., Xerapadeas A.. Spatial Analysis: Development of Descriptive and Normative Methods with Applications to Economic-Ecological Modelling. University of Crete, Department of Economics, Working Papers, 2004.
5. Тимченко И.Е., Игумнова Е.М., Тимченко И.И. Системный менеджмент и ABC-технологии устойчивого развития. Севастополь, Изд. “ЭКОСИ – Гидрофизика”, 2000. – 225 с.