

МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

К.С. Ткаченко, И.А. Скатков

ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»,
РФ, г. Севастополь, ул. Университетская, 33
E-mail: KSTkachenko@sevsu.ru

Существующие измерительные приборы могут ухудшать свои метрологические характеристики вследствие функционирования под высокой нагрузкой и в неблагоприятных условиях внешней среды. Их проектирование должно учитывать наличие возможности значительного искажения входных воздействий. Учет этих искажений затруднен применяемыми линейными аддитивными моделями, которые не учитывают дрейфа измеряемой величины, приводящего к деградации измерительных приборов. Поэтому в настоящей работе предлагается подход по аналитическому оцениванию характеристик измерительных приборов с использованием статистической аппроксимации процессов Ито. На основе результатов этой аппроксимации может быть произведено построение принципиально новых, совершенных измерительных приборов.

Ключевые слова: процесс Ито, статистические оценки.

Поступила в редакцию: 23.12.2019. После доработка: 16.02.2020.

Введение. Проектирование современных систем и приборов для контроля качества окружающей среды сопряжено с необходимостью учета значительных искажений входных воздействий. Классические методы расчета, основанные на основе линейных аддитивных моделей, в полной мере не могут учесть дрейф измеряемой величины и деградацию измерительного прибора, изменения в его производительности. Это вызвано тем, что простейший поток заявок и экспоненциальный закон их обработки не являются адекватными для случаев накопления возможных отказов измерительного прибора. В этих случаях нарушается свойство ординарности входного и выходного потоков, они перестают быть эквидистантными. Поэтому в настоящей работе рассматривается подход на основе аппроксимации процессов Ито.

Рассматриваемая в этой работе задача заключается в построении аппроксимации потоков отказывающих событий и их устранения. Результатом являются аналитические модели потоков.

Измерения и стохастические процессы. Измерение параметров на подвижных объектах сопряжено с проведением измерений при динамических изменениях окружающей среды [1]. При функционировании измерителей в ши-

роком диапазоне в условиях возмущающихся потоков измеряемой величины возникают искажения принимаемых показаний. Для устранения влияния внешней среды на показания необходимо изменять чувствительность измерителей либо вносить поправки. Выравнивающие воздействия для измерений в динамических диапазонах позволяют уменьшить неравномерность измерений.

Регистрация измеряемых величин в условиях работающих машин, излучающих шумы, вызывает отклонения от нормального функционирования датчиков [2]. Надежная адаптация датчиков на коротких отрезках времени возможна на основе систематических корректировок по результатам количественного анализа. Мощные возмущения измеряемого параметра также оказывают влияние на режимы функционирования датчиков и их целостность. Интенсивность источников шумов складывается из нескольких составляющих. Вклад каждой из составляющих зависит от их среднеквадратичных значений. Уровень мощности составляющих имеет квазипериодический характер. Поэтому приходится производить одновременные наблюдения большого количества различных по характеристикам функционирующих источников.

Прогнозирование состояния средств измерений с учетом влияния внешних факторов может служить повышению качества функционирования измерительных приборов [3]. Жесткая эксплуатация измерительных приборов меняет уровень их надежности. Структурная и конструктивная сложность этих приборов приводит к скрытому появлению отказов. Монотонный дрейф результатов измерений при изменениях интенсивности измеряемой величины отражается на старении измерительного средства. Поэтому учет влияния внешних факторов позволит в условиях реальной эксплуатации в любой момент времени оценивать необходимость профилактических работ. Для учета влияния используются статистическое моделирование и аналитико-вероятностное прогнозирование.

Отсутствие образцов контроля затрудняет проведение испытаний средств измерений [4]. Также могут возникать сложности в случае, когда образцы контроля не обеспечивают необходимых точечных параметров и стабильность результатов. Учет влияния окружающей среды и других измерительных приборов может в некоторых ситуациях приводить к невозможности выполнения прямых измерений. Соблюдение процедуры измерений происходит благодаря правильной обработке полученных данных.

Абстрактная стохастическая задача Коши $X'(t)=AX(t)+BW(t)$, в которой A – некоторый оператор, а $W(t)$ – шум, возникающая при учете случайных возмущений, допускает решение как в виде интегральной задачи Ито, так и в виде анализа обобщенных шумов [5]. Первообразной функции шума является винеровский процесс. Обобщенные случайные величины могут быть рассмотрены как линейные непрерывные операторы.

Обобщенная формула Танаки показывает, что случайная функция ограниченной вариации представима в виде разности двух монотонных функций [6]. Сложность практического применения обобщенной формулы Ито заключается в вычислении пределов. Аддитивность формулы Танаки приводит к справедливости перехода от стохастических интегралов Ито к непрерывным аппроксими-

рующим функциям.

Вычисление интегрирующих множителей в системах дифференциальных уравнений является известной задачей, решаемой методами группового анализа [7]. Но стохастические дифференциальные уравнения Ито не могут быть решены такими подходами. Поэтому для уравнений Ито используются группы преобразований, такие как параллельное растяжение и перенос. Состояние стохастического процесса определяется его коэффициентами сноса и диффузии.

Оптимальные оценочные формулы различных измерений должны содержать наибольшее количество информации об измеряемом процессе [8]. В случае, когда измеряемый процесс является стохастическим, существует возможность получения ограниченного количества реализаций процесса. Поэтому требуются методы получения эффективных несмещенных оценок параметров процесса. Для этого применяются методы наименьших квадратов (МНК).

В настоящей работе рассматривается продолжение построения моделей систем контроля на основе аппарата процессов Ито [9, 10].

Аналитическое моделирование и вычислительный эксперимент. Пусть исследуемый случайный процесс $X(t)$, описывающий поток деградационных воздействий от внешних источников, представляется в виде

$$X(t) = ct + \sqrt{D}W(t), \quad (1)$$

где $W(t)$ – винеровский процесс, c – постоянный снос, D – коэффициент диффузии.

Пусть известны n отсчетов измеряемого процесса x_i , $i=1,2,\dots,n$ и длительность реализации одного отсчета T . По ним могут быть получены оценки математического ожидания сноса c и диффузии D случайного процесса (1) с помощью МНК [8]

$$\bar{c} = \frac{6}{T(n+1)(2n+1)} \sum_{i=1}^n ix_i, \quad (2)$$

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{\bar{c}Ti}{n} \right)^2,$$

где \bar{c} – математическое ожидание сноса, \bar{D} – математическое ожидание диффузии.

Пусть первичный измеритель с деградацией представлен в виде одноканальной системы массового обслуживания (СМО) с ограниченной N заявками очередью M/M/1/N [9, 10]. Интенсивность деградационных событий составляет λ , производительность их обработки (ликвидации) μ . Вероятность p_0 отсутствия необходимости в ремонте и обслуживании составляет [9]

$$p_0 = 1 - \rho = \left[\rho = \frac{\lambda}{\mu} \right] = 1 - \frac{\lambda}{\mu}. \quad (3)$$

В (3) величина μ известна и определяется метрологическими характеристиками прибора. С другой стороны, значения λ подчиняются случайному процессу (1).

Пусть известны отсчеты интенсивности деградационных событий $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, взятые через равные промежутки времени T. Тогда для оценки вероятности p_0 по (3) требуется произвести аппроксимацию случайного процесса $\Lambda(t)$ и построить уравнение Ито

$$\Lambda(t) = ct + \sqrt{DW}(t). \quad (4)$$

Аппроксимация (4), выполненная по формулам (2), приводит к

$$\bar{c}^{-\lambda} = \frac{6}{T(n+1)(2n+1)} \sum_{i=1}^n i\lambda_i,$$

$$\bar{D}^{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\lambda_i - \frac{\bar{c}^{-\lambda} Ti}{n} \right)^2, \quad (5)$$

$$\Lambda(t) = \bar{c}^{-\lambda} t + \sqrt{\bar{D}^{\lambda}} W(t).$$

Формулу (5) можно использовать для

оценки абсолютно надежного функционирования прибора в момент времени t

$$p_0(t) = 1 - \frac{\bar{c}^{-\lambda} t + \sqrt{\bar{D}^{\lambda}} W(t)}{\mu}. \quad (6)$$

Проводится вычислительный эксперимент для аппроксимации $p_0(t)$ по (6). С использованием равномерного генератора псевдослучайных чисел формируются пять векторов $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_5$, соответствующих входным деградационным воздействиям. В каждом из них содержится 100 элементов. Полагается, T=10.

Аппроксимация по формуле (6) приводит к пяти соотношениям

$$p_0(t)^1 = 1 - \frac{0,0773t + \sqrt{0,1637}W(t)}{\mu},$$

$$p_0(t)^2 = 1 - \frac{0,0656t + \sqrt{0,1322}W(t)}{\mu},$$

$$p_0(t)^3 = 1 - \frac{0,0834t + \sqrt{0,1528}W(t)}{\mu}, \quad (7)$$

$$p_0(t)^4 = 1 - \frac{0,0696t + \sqrt{0,1454}W(t)}{\mu},$$

$$p_0(t)^5 = 1 - \frac{0,0636t + \sqrt{0,1138}W(t)}{\mu}.$$

Семейство графиков для $p_0(t)^1$ из (7) для случая $W(t) \equiv RND(t)$ и $\mu=100, 150, \dots, 300, t=0, 10, \dots, 150$, приводится на рис. 1. Параметром семейства графиков на рис. 1 является производительность μ .

При использовании в качестве приближения интенсивности λ потока событий отказа математического ожидания отсчетов $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, вероятность простоя является константной и оценивается как

$$p_0 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n i\lambda_i}{\mu}. \quad (8)$$

Для исходных пяти векторов это приводит к соотношениям по (8) получается

$$p_0^1 = 1 - \frac{0,5299}{\mu}, \quad p_0^2 = 1 - \frac{0,4368}{\mu}, \quad p_0^3 = 1 - \frac{0,5525}{\mu}, \quad (9)$$

$$p_0^4 = 1 - \frac{0,4726}{\mu}, \quad p_0^5 = 1 - \frac{0,4146}{\mu}.$$

Семейство графиков для p_0^1 из (9) для $\mu=100, 150, \dots, 300, t=0, 10, \dots, 150$, являются прямыми, параллельными оси абсцисс.

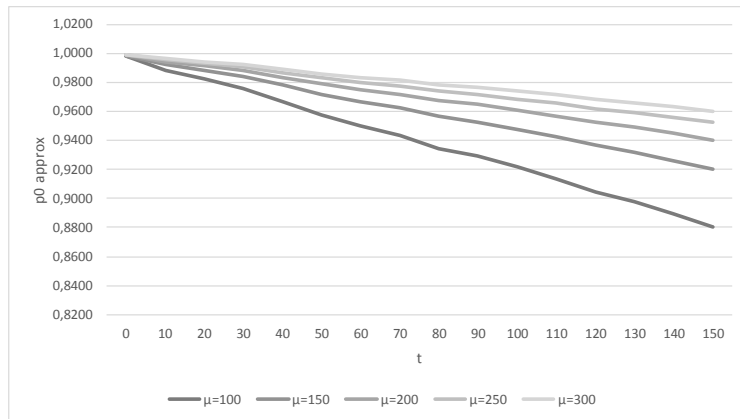


Рис. 1. Семейство графиков для $p_0(t)^1$

Fig. 1. Family of graphics for $p_0(t)^1$

Анализ рис. 1 показывает, что расчет вероятности деградации в неотказавшем приборе по аппроксимированному процессу Ито имеет тем меньшую скорость изменения, чем больше производительность обработки деградирующих событий μ . В свою очередь, на графиках рис. 2 описывания процесса временных изменений нет.

При построении измерительных приборных систем следует учитывать статистические характеристики стохастического процесса Ито. А именно, после произведения оценок коэффициентов диффузии и сноса можно уменьшать директивные сроки обслуживания по устранению деградационных событий.

Случайное блуждание характеристики производительности. Изменения могут затрагивать не только интенсивность входного потока λ , но и производительность обработки μ . Производительность μ представляется как функция случайного блуждания от времени t – непрерывного процесса Ито [11]

$$\mu(t) = \mu(t_0) + c(t - t_0) + \sqrt{D}\delta W. \quad (10)$$

В формуле (10) t_0 – начальное время, $\mu(t_0)$ – начальная производительность, δW – изменение производительности за бесконечно малое время. Для деградационных событий фиксируется в различных экспериментах $\mu(t_0)=4, 3,5, \dots, 2$, что характерно для различных первичных измерителей с различной исходной надежностью. Производительность падает малыми отрицательными шагами, поэтому скос $c=-0,05$. Разброс по времени невелик, то есть диффузия $\sqrt{D}=0,005$. Для упрощения пусть $t_0=0$.

Тогда (10) можно использовать при моделировании непрерывного процесса Ито для деградации производительности. Результаты моделирования в виде семейства графиков кривых приводятся на рис. 2.

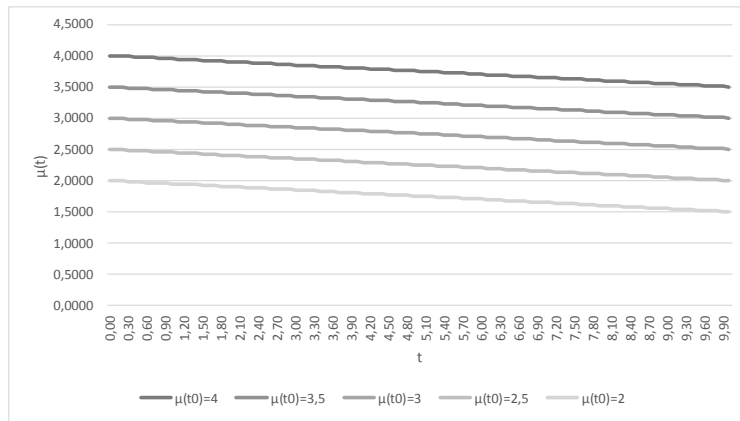


Рис. 2. Непрерывная деградация производительности в зависимости от времени
Fig. 2. Continuous degradation of performance over time

Из рис. 2 следует, что деградация производительности во времени убывает линейно монотонно.

Задача принятия решений. Для постановки и решения этой задачи рассматривается СМО типа М/М/К/Ν, где К – число каналов, Ν – емкость буфера, с фиксированными интенсивностью $\lambda = \text{const}$ и производительностью $\mu = \text{const}$. Для этой СМО

$$\rho_K = \frac{\rho}{K}, \quad (11)$$

$$p_0 = \left[1 + \sum_{j=1}^{K-1} \frac{\rho^j}{j!} + \frac{\rho^K (1 - \rho_s^{N+1})}{K! (1 - \rho_K)} \right]^{-1},$$

$$p_{otk} = \frac{p_0 \rho^{K+N}}{K! K^N},$$

где p_0 – вероятность простоя, p_{otk} – вероятность отказа.

Выбираются значения $K=K1, K2$, и $N=N1, N2$. Это приводит к четырем конфигурациям СМО. СМО1 – $K1/N1$, СМО2 – $K1/N2$, СМО3 – $K2/N1$, СМО4 – $K2/N2$.

Траектория изменения архитектуры узла приведена на рис. 3, а системные отклики в системе координат «простоя»–«отказ», то есть зависимость отказа от простоя $p_{otk}(p_0)$, при неизменной производительности изображаются на рис. 4.

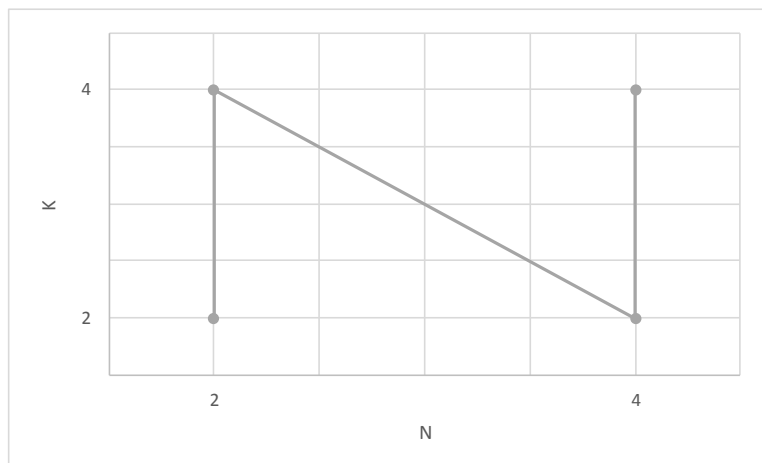


Рис. 3. Траектория изменения архитектуры узла
Fig. 3. The trajectory of change of node architecture

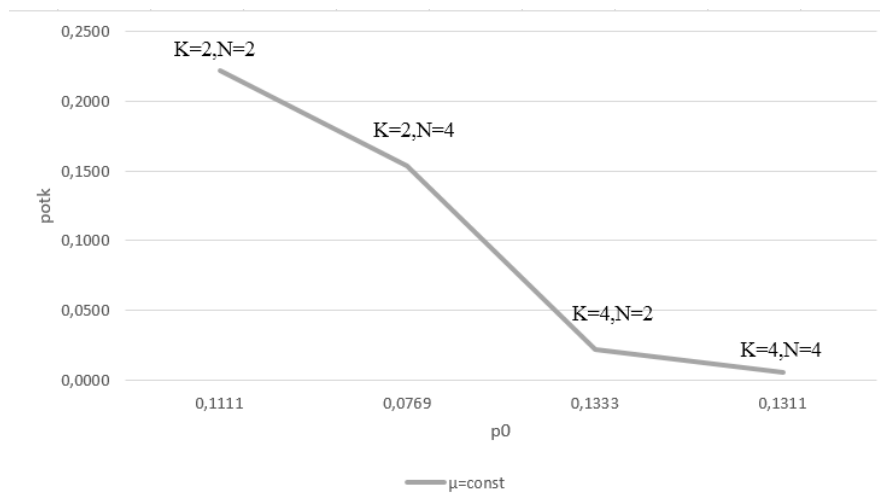


Рис. 4. Зависимость вероятности отказа от вероятности простоя $p_{отк}(p_0)$ при $\mu=const$
Fig. 4. Dependence of the probability of failure on the probability of downtime $p_{отк}(p_0)$ when $\mu=const$

Пусть теперь производительность меняется по (10) с $\mu(t_0)=4$, $c=-0,05$, $\sqrt{D}=0,005$, $t_0=0$, $t=0,00, 0,10, 0,20$,

0,30, 0,40. Для случая нестационарной производительности зависимость отказа от простоя $p_{отк}(p_0)$ изображается на рис. 5.

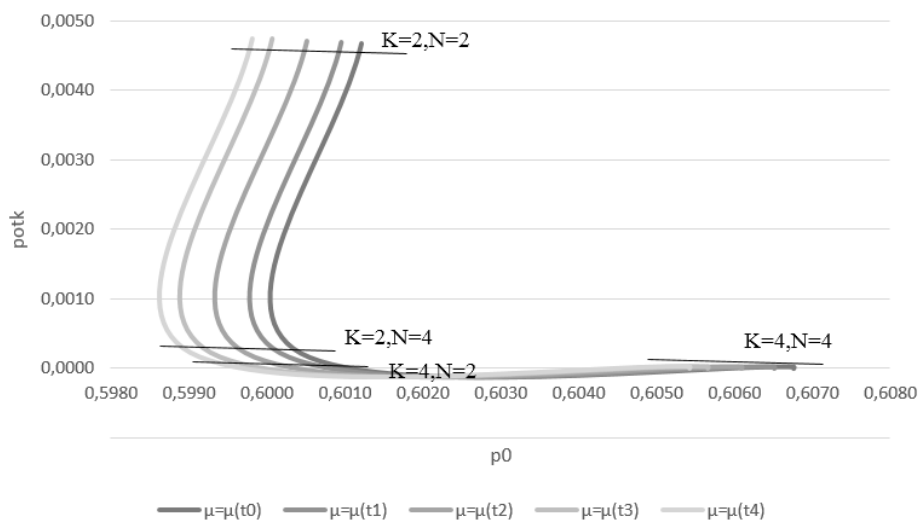


Рис. 5. Зависимость вероятности отказа от вероятности простоя $p_{отк}(p_0)$ при нестационарной производительности $\mu=\mu(t)$
Fig. 5. Dependence of the probability of failure on the probability of downtime $p_{отк}(p_0)$ for non-stationary performance $\mu=\mu(t)$

Сравнение рис. 4 и рис. 5 показывает, что модельная вероятность отказа в предположении о процессе Ито является

более полой, чем в предположении о константной производительности.

Поэтому можно выполнять постро-

ение информационно-измерительных систем контроля среды на основании использования процессов Ито. В частности, функционирование таких

систем должно подчиняться таблице принятия решений о выборе конфигурации (табл. 1).

Таблица 1. Таблица принятия решений о выборе конфигурации

K/N	$\mu(t_0)$	4,0035	4,0001	3,9947	3,9890	3,9858	max p
2/2	p_0	0,6012	0,6009	0,6005	0,6001	0,5998	0,6012
	$p_{отк}$	0,0047	0,0047	0,0047	0,0047	0,0048	0,0048
2/4	p_0	0,6003	0,6001	0,5996	0,5992	0,5989	0,6003
	$p_{отк}$	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
4/2	p_0	0,6068	0,6065	0,6061	0,6057	0,6054	0,6068
	$p_{отк}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4/4	p_0	0,6068	0,6065	0,6061	0,6057	0,6054	0,6068
	$p_{отк}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Табл. 1 позволяет ЛПП (лицу, принимающему решения) принимать решение о необходимости изменения конфигурации измерительных систем, в том числе, по минимаксному принципу. Например, при $\mu(t_0)=4,0001$ для достижения наименьшей из максимальных вероятностей простоя $p_0=0,6003$ происходит выбор конфигурации 2/4.

Заключение. В настоящей работе рассмотрен подход к оценке характеристик измерительных приборов на основе аппроксимации стохастических процессов Ито. Такой подход позволяет выполнять построение точечных аналитических характеристик измерительного прибора с учетом статистических особенностей, присущих входному деградиционному стохастическому потоку. На основе этих характеристик возможно построение измерителей с учетом деградиционных процессов в них, в том числе, путем прогнозирования срока безотказной работы и планирования профилактических работ. Предлагаемый метод масштабируется без затруднений для

случаев многоядерных многопроцессорных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шивринский В.Н. Измерение статического давления окружающей среды на движущемся объекте // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 2004. № 2 (26). С. 46–50.
2. Рыбнов Ю.С. Натурные измерения инфразвукового воздействия горных машин и оборудования на окружающую среду / Ю.С. Рыбнов, Н.М. Сырников, С.Ю. Рыбнов [и др.] // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2009. № 6. С. 255–260.
3. Чернышова Т.И., Нистратов М.И. Оценка метрологического ресурса средств теплофизических измерений с учетом влияния окружающей среды // Вестник Тамбовского государственного технического университета. 2008. Т. 14. № 3. С. 473–477.

4. Семёнов С.Ю., Стерликов А.В. Организация межлабораторных сравнительных испытаний в лабораториях, проводящих прямые измерения на объектах окружающей среды // Здоровье населения и среда обитания. 2018. № 3 (300). С. 43–48.

5. Старкова О.С. Слабое и обобщенное по случайной переменной решение стохастической задачи Коши с аддитивным шумом // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. 2016. Т. 8. № 1. С. 19–27.

6. Насыров Ф.С. Об обобщенной формуле Танаки // Уфимский математический журнал. 2009. Т. 1. № 1. С. 69–76.

7. Александрова О.В. Симметрия и первые интегралы систем стохастических дифференциальных уравнений Ито // Вестник Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого. 2013. Т. 1. № 75. С. 54–59.

8. Саичев А.И., Филимонов В.А., Тараканова М.В. Оценка коэффициента диффузии винеровского случайного

процесса с равномерным сносом // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2010. № 5–1. С. 61–66.

9. Ткаченко К.С., Скاتков И.А., Скидан А.А. Модель функционирования первичного измерителя в условиях тренда метрологических характеристик // Экологическая, промышленная и энергетическая безопасность – 2017. Сб. статей по материалам научно-практической конференции с международным участием. Под редакцией Ю.А. Омельчук. 2017. С. 1349–1353.

10. Ткаченко К.С. Определение вероятностей гипотез о состоянии первичного измерителя с деградацией // Мат. IV-ой НПК «Экобиологические проблемы Азово-Черноморского региона и комплексное управление биологическими ресурсами». Изд-во: Колорит. 2017. С. 252–256.

11. Степанов С.С. Стохастический мир. URL: <http://synset.com/pdf/ito.pdf> (дата обращения: 09.12.2019).

STATISTICAL MODELING METHOD FOR DESIGNING INFORMATION AND MEASUREMENT CONTROL SYSTEMS TAKING INTO ACCOUNT FEATURES OF STOCHASTIC PROCESSES

K.S. Tkachenko, I.A. Skatkov

FSAEI HE “Sevastopol State University”, RF, Sevastopol, Universitetskaia St., 33

Existing measuring devices may deteriorate their metrological characteristics due to their operation under high load and in adverse environmental conditions. Their design should take into account the possibility of significant distortion of input influences. Taking into consideration these distortions using linear additive models is difficult as they do not take into account the drift of the measured value, which leads to degradation of measuring instruments. Therefore, this article proposes an approach for analytical evaluation of the characteristics of measuring devices using statistical approximation of Ito processes. Based on the results of this approximation, building fundamentally new, advanced measuring devices can be made.

Keywords: Ito process, statistical estimates.